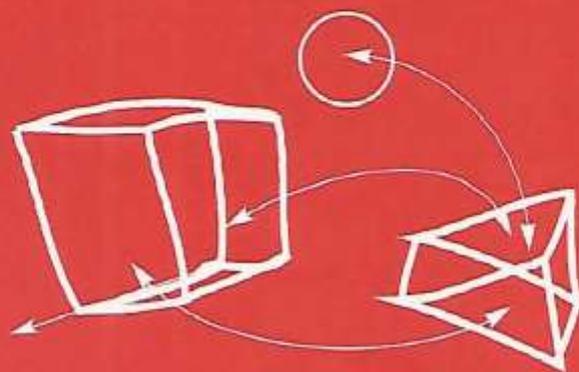


a
Autêntica

Filosofia da Educação Matemática

Maria Aparecida Viggiani Bicudo
Antonio Vicente Marafioti Garnica



COLEÇÃO
Tendências em
Educação Matemática

Este livro vem preencher uma lacuna no mercado editorial brasileiro ao tratar de um assunto fundamental frente ao desenvolvimento da educação matemática: a Filosofia da Educação Matemática. Tratam os autores, portanto, da análise de conceitos, concepções e questões que se entrelaçam na complexidade do ensino de matemática. Complexidade está, todavia, que não impede um olhar objetivo e determinado a refletir de maneira clara e objetiva sobre conceitos e abordagens.

Desse modo, os autores colocam-se na linha de frente da análise da Filosofia da Educação Matemática no Brasil, disponibilizando-se ao exame acurado e inovador do tema e cientes, da mesma maneira, da abrangência de tal tema, o que torna este livro uma abordagem introdutória para o assunto, introdutória e essencial, dada a estruturação e o modo com que se fundamentam suas reflexões.

Este livro trata, ademais, de um assunto fundamental no ensino de matemática: a linguagem. Discutem-se o texto matemático e suas implicações na prática pedagógica, focalizando-se ideologias e demonstrando-se a visão eurocêntrica do estudo da matemática sem deixar, obviamente, de utilizar-se de tal estudo como meio de encontrarem-se formas de ultrapassar essa visão através da reflexão e da mudança dos conceitos imbuídos na linguagem que trata, na escola, da matemática.

OS AUTORES

Antonio Vicente Marafioti

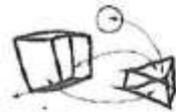
Garnica. Nasceu em Pedemeiras, interior do Estado de São Paulo. Bacharel em Matemática, tem mestrado e doutorado em Educação Matemática pela UNESP de Rio Claro e pós-doutorado pela Indiana University Purdue University at Indianapolis, Indiana, Estados Unidos. Com Paulo Freire recebeu, em 1995, o Prêmio Moynho Sanfista (Juventude) em Ciências da Educação. Atualmente, atua como professor do curso de Licenciatura em Matemática e do programa de pós-graduação em Educação para a Ciência, da UNESP de Bauru, e do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro.

Maria Aparecida Viggiani

Bicudo nasceu em Londrina, Estado do Paraná. Bacharel e Licenciada em Pedagogia. Pós-Graduada em Educação – Orientação Educacional, pela Universidade de São Paulo. Doutora em Ciências pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro, hoje UNESP. Fez Pós-Doutorado na Universidade da Califórnia, Berkeley, em Filosofia da Educação. Livre-Docente em Filosofia da Educação pela Faculdade de Letras, Ciências Sociais e Educação da UNESP, Campus de Araraquara. Professora visitante em universidades da Inglaterra e de Portugal. Professora Titular em Filosofia da Educação do Instituto de Geociências e de Ciências Exatas, UNESP, Câmpus de Rio Claro. Autora de 25 livros. Pesquisadora do CNPq. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Câmpus de Rio Claro.

**Filosofia da
Educação Matemática**

Maria Aparecida Viggiani Bicudo
Antonio Vicente Marafioti Garnica



"Tendências em
Educação Matemática"

Filosofia da Educação Matemática

3ª edição
1ª reimpressão

a
Autêntica

Copyright © 2001 by Maria Aparecida Viggiani Bicudo e
Antonio Vicente Marafioti Garnica

Capa

Jairo Alvarenga Fosneca

Editoração eletrônica
Luiz Gustavo Maia

Diretor da coleção
"Tendências em Educação Matemática"
Marcelo de Carvalho Borba
gpimem@rc.unesp.br

Conselho Editorial

Airton Carrião/Coltec-UFMG; Arthur Powell/Rutgers University;
Marcelo Borba/UNESP; Ubiratan D'Ambrosio/PUC-SP/USP/UNESP;
Maria da Conceição Fonseca/UFMG.

Revisão

Erick Ramalho

B583f Bicudo, Maria Aparecida Viggiani
Filosofia da Educação Matemática / Maria Aparecida
Viggiani Bicudo, Antonio Vicente Marafioti Garnica. –
3 ed. – 1ª reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
92p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 4)
ISBN 85-7526-016-2

1. Matemática. 2. Filosofia. 3. Garnica, Antonio Vicente
Marafioti. I. Título. II. Série

CDU 51:1

2006

Todos os direitos reservados pela Autêntica Editora.
Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida,
seja por meios mecânicos, eletrônico, seja via cópia xerográfica
sem a autorização prévia da editora.

Autêntica Editora

Rua São Bartolomeu, 160 – Floresta
31140-290 – Belo Horizonte – MG

PABX: (55 31) 3423 3022

TELEVENDAS: 0800 2831322

www.autenticaeditora.com.br

e-mail: autentica@autenticaeditora.com.br

São Paulo

Rua Visconde de Ouro Preto, 227 – Consolação
01.303.600 – São Paulo/SP – Tel.: (55 11) 3151 2272

Nota do diretor

Recentemente, durante a avaliação dos cursos de Licenciatura em Matemática de todo país, foi constatado, por diversos matemáticos e educadores matemáticos, que um dos problemas desses cursos era a existência de poucos livros voltados para a Educação Matemática. Bibliotecas de cursos que muitas vezes tinham títulos em Matemática não tinham publicações em Educação Matemática, sendo um dos motivos a escassez de livros.

Em cursos de Mestrado e Doutorado com ênfase em Educação Matemática, voltados para pesquisa, ainda há uma falta de material que apresente de forma sucinta as diversas tendências em Educação Matemática que se consolidam nesse campo de pesquisa. Da mesma forma, publicações em português fazem falta para os diversos cursos de especialização voltados para a educação continuada dos professores.

A coleção "Tendências em Educação Matemática" é voltada para futuros professores, e para profissionais da área que buscam de diversas formas refletir sobre esse movimento denominado Educação Matemática, o qual está embasado no princípio de que todos podem produzir Matemática, nas suas diferentes expressões.

Essa coleção é escrita por pesquisadores em Educação Matemática, com larga experiência docente, que pretendem estreitar as interações entre a Universidade que produz

pesquisa e as áreas dentro e fora da escola onde se dá o cotidiano da Educação. Cada livro indica uma extensa bibliografia na qual o leitor poderá buscar um aprofundamento em uma dada Tendência que pareça sintetizar a visão de Educação Matemática de seu interesse.

Neste livro, Maria Bicudo e Antonio Vicente Garnica apresentam ao leitor suas idéias sobre Filosofia da Educação Matemática. Eles propiciam ao leitor a oportunidade de refletir sobre questões relativas à Filosofia da Matemática, à Filosofia da Educação e mostram as novas perguntas que definem essa tendência em Educação Matemática. Neste livro ao invés de ver a Educação Matemática sob a ótica da Psicologia ou da própria Matemática, os autores a vêem sob a ótica da Filosofia da Educação Matemática.

*Marcelo C. Borba**

* Coordenador da Coleção "Tendências em Educação Matemática", é Licenciado em Matemática pela UFRJ, Mestre em Educação Matemática pela UNESP, Rio Claro/SP e doutor nessa mesma área pela Cornell University, Estados Unidos. Atualmente, é professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro/SP.

Sumário

Introdução.....	09
I– Filosofia da Educação Matemática:	
o contexto.....	13
Filosofia.....	15
Filosofia da Educação.....	19
Filosofia da Matemática.....	29
Filosofia da Educação Matemática	33
Filosofia da Educação Matemática em construção:	
um pouco de sua trajetória histórica.....	36
Resumindo e apontando.....	39
II – Educação, Matemática e Linguagem:	
esboço de um exercício em	
Filosofia da Educação Matemática.....	41
O contexto.....	41
Linguagem matemática: de discursos e do exame	
hermenêutico como possibilidade de ação.....	44
Uma crítica à abordagem dedutiva e formal	
como proposta pedagógica.....	60
Técnica e crítica: a prova rigorosa e o estilo matemático.....	64
Etno-argumentações: ultrapassando o panorama	
eurocêntrico.....	74
Resumindo e apontando.....	78
Palavras finais.....	81
Bibliografia.....	83

Introdução

Escrever um livro sobre Filosofia da Educação Matemática, no Brasil, é uma tarefa que vem se impondo como necessária já há algum tempo, frente ao desenvolvimento da Educação Matemática tanto como região de inquérito quanto como área de atuação de profissionais que trabalham com o ensino da Matemática.

O amadurecimento de uma área faz-se sentir pela zona de densidade que a envolve, quando são encontrados concepções, conceitos, questões que se superpõem, entrelaçam-se, criando a impossibilidade de ver-se com clareza do que e de qual perspectiva se fala. É essa a situação que percebemos na Educação Matemática, no momento. Há matemáticos, pedagogos, psicólogos, sociólogos e outros profissionais estudando e expondo explicações e propostas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, sobre a realidade de seus objetos epistemológicos, sobre cognição, processos cognitivos que explicam a produção do conhecimento, sobre os fundantes desse conhecimento, sobre a linguagem matemática e suas características simbólicas etc. Muitas questões já exigem uma atenção maior que aquela dedicada às primeiras idéias ou a um panorama geral no qual essas idéias adquirem significado. Clamam por aprofundamento de estudos e por expansão de aplicações e inserções.

Esse é o caso específico da Filosofia da Educação Matemática. Não é mais sustentável e aceitável um discurso

que se refira às diversas faces da Educação Matemática, abordando concepções e teorias de modo apressado a respeito dos fins da Educação, de características da realidade dos objetos matemáticos, da linguagem matemática, de uma epistemologia que dê conta da produção do conhecimento matemático e de outras desse tipo e porte.

É preciso que tais questões sejam elaboradas na visão das disciplinas específicas que delas se ocupam, porém da perspectiva do aspecto pedagógico. Sendo elas de fundo filosófico e matemático, devendo ser tratadas no contexto da Educação, tornam-se apropriadas ao tratamento da Filosofia da Educação Matemática.

Este livro é ambíguo. Ao mesmo tempo é pretensioso e sem pretensão. Pretensioso, pois está apresentado de modo a conceber Filosofia da Educação Matemática em um momento em que, no Brasil – e não só –, ela não aparece ainda como região de inquérito definida. Está apenas esboçando-se. É sem pretensão, pois seus autores têm a consciência de ser essa uma pequena introdução ao assunto, para aqueles que estão na Educação Matemática ou que por ela têm algum interesse.

No primeiro capítulo são tratados aspectos tidos como importantes para a Filosofia, para a Filosofia da Educação e para a Filosofia da Matemática, dando-se relevo às perguntas orientadoras que norteiam as investigações nessas áreas e indicando-se como convergem e transformam-se na Filosofia da Educação Matemática. Buscando-se seu contexto histórico, são trazidos trabalhos efetuados por diferentes autores em Filosofia da Educação Matemática a partir de 1980.

No segundo capítulo apresenta-se um exercício enfocando-se linguagem e Educação Matemática. Trabalha-se de modo cuidadoso a análise de textos matemáticos, considerando-se seus aspectos relativos à ciência matemática

e aqueles concernentes à prática pedagógica. Dessa ótica, por enfatizarem-se ambos aspectos, enfocam-se questões de cunho ideológico e aponta-se a força da visão eurocêntrica da Matemática, procurando lacunas que permitam ultrapassá-la. Olhadas a partir de sua dimensão pedagógica, linguagem e matemática adquirem novos contornos possibilitando que se tenham as etnoargumentações como elementos fundamentais ao processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Diferentemente do que ocorre no primeiro capítulo e no início do segundo, esse exercício é escrito na primeira pessoa do plural por ser uma explicitação – a que chamamos esboço – da trama teórica mais ampla tecida até então.

Filosofia da Educação Matemática: o contexto

Filosofia da Educação Matemática é uma região de inquérito e de significação que vem se constituindo ao longo da História da Educação Ocidental. Particularmente obteve maior vigor com todo o movimento de ensino da matemática. Entretanto, tem aparecido com essa denominação muito recentemente.

No âmbito da Educação, olhada da perspectiva de sua área de investigação e de fundo conceitual, onde as teorias a ela concernentes se enraízam e movimentam, a Filosofia da Educação aparece com destaque. É a ela que compete o levantamento de perguntas cruciais como: "para que educar?"; "o que é isto, a educação?"; "que valores devem nortear o ato educador?"; "que metas devem conduzir a política educacional de uma nação?"; "que concepção de conhecimento conduz de modo mais apropriado os processos de ensino e de aprendizagem?"; "que concepções e ideologias são veiculadas nos discursos educacionais?".

Pode-se afirmar que à Filosofia da Educação cabe perseguir interrogações básicas sobre o humano e à educação, na medida em que trabalha com as questões concernentes às metas e objetivos da educação; ao conhecimento e direção das respectivas ações desenvolvidas para dele tratar em nível de educação proposital; aos valores e respectivas atitudes e decisões assumidas pelos agentes educadores.

Esses temas são abrangentes e, muitas vezes, confundem-se com a própria educação, principalmente quando

são tratados de modo superficial ou quando se perdem nas falas ingênuas que sempre ocorrem no cotidiano, escolar ou não. Por serem importantes, também aparecem em discursos da psicologia da educação, da sociologia da educação, da didática e de outras áreas que têm como tema a aprendizagem, o ensino, o contexto social, histórico e cultural onde a educação se dá.

Entretanto, por uma questão de postura conseqüente, proveniente do rigor que pauta as investigações científicas,¹ é preciso que se tenham claras as características da região de inquérito que acolhe, no seu cerne, as interrogações e os modos característicos de persegui-las e explicitá-las.

Suponha-se, por exemplo, que o tema de investigação seja aprendizagem e que, além dos conhecimentos e recursos da psicologia, sua abordagem clame por conhecimentos filosóficos, antropológicos, sociológicos e pedagógicos. Essa é uma prática amplamente aceita e desejada para que não se caia em um modo superficial e estreito de se conceber "ciência". Porém, não significa que se esteja fazendo filosofia, antropologia, sociologia, pedagogia. E, ainda, apenas tomar emprestado dessas ciências passagens de textos ou conclusões de estudos, sem que haja análise e crítica da obra utilizada à luz da investigação central da pesquisa em foco que, nesse exemplo, refere-se à aprendizagem, revela falta de rigor, de responsabilidade e de ética científica.

Pergunta-se: Por que não se estaria fazendo filosofia, em especial, epistemologia, ao investigar-se a aprendizagem,

¹ Científico, aqui, está sendo tomado no sentido de conhecimento construído no nível do saber da ciência que se diferencia, apenas se diferencia, daquele construído no nível do senso comum, por exemplo, em decorrência de procedimentos aceitos como apropriados à ciência.

Responsabilidade
e não rigor.

de um ponto de vista psicológico? Essa pergunta remete a aspectos significativos da constituição de uma região de inquérito. São aqueles concernentes aos procedimentos de abordagem, à lógica da investigação, à amplitude do universo em que a pergunta é tratada, aos modos de explicitação e respectiva linguagem utilizada.

Na ciência positivista de herança cartesiana, dominante na civilização ocidental na época moderna – e ainda significativa nos dias atuais –, para definir-se uma ciência é necessário que se determine seu objeto de estudo, limite-se seu campo de investigação e explicita-se seus métodos.

Há sentido nessas exigências, quando se visa à clareza necessária para o desenvolvimento de uma investigação efetuada em nível científico. Porém são passíveis de críticas quando são assumidas como as únicas que definem ou constituem uma ciência, e tornam-se mais questionáveis quando seguem a máxima de que o objeto de estudo da ciência deve restringir-se a fatos observáveis, quantificáveis e passíveis de experimentação.

RESTRIÇÃO AO CONCEÍVEL

A observação constante no parágrafo anterior é importante porque contribui para a explicitação do que se entende por ciência e por região de inquérito, conduzindo, também, à discussão sobre a região de inquérito da filosofia, da Filosofia da Educação, da filosofia da matemática e da Filosofia da Educação Matemática, temas deste livro, conforme o entendimento dos seus autores.

Filosofia

A filosofia muitas vezes e sob certas perspectivas, como, por exemplo, aquela da ciência positivista, não é

vista como ciência, pois não tem objeto que atenda aos quesitos de observação, quantificação e experimentação. Conforme já foi posto anteriormente, a questão que se coloca é sobre o significado de ciência e de conhecimento que possa ser aceito como transcendente à opinião e embasado em princípios que justifiquem suas afirmações.

OUTRA POSSIBILIDADE
SCIENTIFICA

Essas colocações levam à possibilidade de entender-se ciência de modo mais abrangente do que aquele mantido como válido pelo positivismo. Permitem que se aceite como ciência procedimentos que conduzam à construção do conhecimento sustentados em critérios de rigor que digam dos modos de obter dados, de analisá-los, de interpretá-los, de generalizar resultados obtidos, de construir argumentações e de dispor de argumentos contrários, incompletos e insatisfatórios de maneira a articulá-los em torno de uma idéia mantida pelo autor, explicitando sua lógica e convencendo o leitor quanto a sua plausibilidade.

Nessa perspectiva, pode-se conceber a filosofia como ciência. Essa é a concepção de filosofia assumida neste texto.

NO NÍVEL DO
HUMANO

O pensar filosófico caracteriza-se por ser analítico, crítico, reflexivo e abrangente. A reflexão, aspecto constituinte da filosofia, não se confunde com imaginação ou fantasia sobre mundos possíveis, nem com a criação de mundos logicamente compatíveis e coerentes, nem com a formulação de ponderações a respeito de fatos e acontecimentos. Reflexão, no pensar filosófico, é a ação de pensar sobre algum acontecimento, texto, proposta, realização, enfim, algo que está no nível mundano, isto é, do humano, que está causando perplexidade, estranheza e solicitando por esclarecimento para que se torne compreensível, ou seja, para que faça sentido.

Como se faz filosofia

É um pensar sistemático que se dá no contexto de exigências postas por um trabalho hermenêutico,² que viabilize a interpretação de textos,³ que considere o contexto sócio, histórico e cultural em que foi gerado, a história de vida do seu autor, os significados das palavras e da linguagem que o veiculam, a ideologia que o permeia. Postas, também, em termos do desenvolvimento do enredo lógico do discurso veiculado, no texto, atentando para a construção dos argumentos, para sua sustentação e para a transparência dos passos dados para encadear, articuladamente, esses argumentos.

A reflexão é, portanto, sustentada por um trabalho analítico e crítico efetuado sobre o assunto em questão e que as transcende – a análise e a crítica – ao visar seu significado numa dimensão universal. *Universal* entendido no sentido de busca de uma compreensão totalizante e não parcial, segmentada ou pontual do que está sendo analisado. Não se refere, portanto, à generalização.

Universal ≠ generalização

² Hermenêutica refere-se à interpretação. O vocábulo "hermenêutica" significa principalmente "expressão" (de um pensamento); daí significar "explicação" e, sobretudo, 'interpretação do pensamento'. Ao longo de sua história que se reporta a Platão e Aristóteles, a hermenêutica tem sido concebida de diferentes modos. Como exegese, é muito usada na interpretação de textos sagrados, quando significa interpretação doutrinal e interpretação literal. Como uma interpretação baseada em um conhecimento prévio dos dados históricos, filológicos etc., da realidade que se quer compreender e que ao mesmo tempo confere sentido a esses dados. Como um modo de compreensão das ciências humanas e da história por abranger a interpretação da tradição; nesse sentido, a hermenêutica é concebida como o exame das condições em que ocorre a compreensão. Nesse exame a linguagem é fundamental e é entendida como um acontecimento em cujo sentido quer-se penetrar, sendo essa uma posição mantida por Hans Georg Gadamer. Também é entendida como hermenêutica crítica que atende à exigência da crítica da ideologia exposta por Habermas. Pode ainda ser entendida como análise linguística. Esse tema será retomado com maior detalhamento no decorrer deste trabalho.

³ Texto está sendo tomado em sentido amplo. Naquele de uma situação articulada na qual estão postos autores, ações, intervenções. Há fala, linguagem e diálogo possível (presencial ou não). Há troca e fundo perceptual que o sustenta em termos de espacialidade e temporalidade.

Sendo assim, a reflexão filosófica materializa-se em um discurso tecido pelas análises hermenêuticas efetuadas, pelas críticas, cujas argumentações e respectivas justificativas são explicitadas, e pela transcendência desse movimento conseguida mediante uma exposição do significado desvendado ou visto de modo esclarecedor. Ela é importante para sustentar ações, intervenções, decisões. Seu processo contribui para o entendimento do conhecimento sobre o mundo – do cultural, das ciências, da tecnologia, da religião, da arte, do humano.

É nesse sentido que a filosofia leva à sabedoria. Sabedoria que está além do saber *como fazer*; que sempre visa ao entendimento do *como se fez* e do sentido que isso que se faz assume na dimensão da vida humanamente vivida e suas respectivas manifestações.

Na história da humanidade a que se tem acesso na civilização ocidental, as interrogações postas com perplexidade carregam consigo questões sobre o que existe, como se conhece isto que existe, o que é o valor. São questões que levam ao terreno da ontologia e metafísica – o que existe e quais as bases para ter-se certeza sobre as afirmações do que se diz conhecer –, ao da gnosiologia e epistemologia – como se conhece o que existe e no que se fundamenta a base do conhecimento –, ao da axiologia – o que vale tanto em termos de atitudes e ações, portanto da ética, envolvendo a política, como em termos de beleza, portanto da estética.

Note-se que essas interrogações estão no cerne do que movimenta a busca do homem e desdobram-se em muitas vertentes. Estão no horizonte de textos religiosos quando dizem do que existe; no da ciência quando busca tanto pelo que existe como pelos fundamentos que garantem que o que se diz existir é passível de credibilidade; da política, quando aponta modos de organizar governos, da ética,

SOBREVIVER
 TRANSCENDER
 FILOSOFIA

quando diz o que é correto ou não em termos de comportamento humano e da sociedade; das artes.

Tais interrogações geraram e continuam gerando muitas respostas que se diferenciam nas dimensões tempo e espaço e conceitual e ideológica; nos modos de obter/revelar/desvendar/construir/comunicar o conhecimento. Todas elas convergem para uma interrogação que deixa o investigador perplexo: quem é o ser que interroga pelo que existe, pelo que é conhecimento e pelo que vale? Impõe-se, portanto, a grande pergunta de caráter antropológico, "o que é o homem?" e que lida e interpretada em seu sentido mais profundo revela-se como sendo de ontologia fundamental, por significar "o que é isto, o homem?"

Filosofia da Educação

A Filosofia da Educação carrega já em seu nome o termo filosofia, revelando partilhar do mesmo núcleo constitutivo, ainda que revele características próprias, principalmente no concernente à educação.

Da Filosofia, a Filosofia da Educação assume o modo de proceder que remete ao pensar analítico, crítico, reflexivo e abrangente. Trata-se da ação de pensar sobre a educação, buscando esclarecer *isto que é educação* e pelo sentido que ela faz no contexto mundano.

A Filosofia da Educação, por proceder de modo analítico, crítico, reflexivo e abrangente, volta-se para questões que tratam do *como fazer* educação, de aspectos básicos presentes ao ato educador como é o caso do ensino, da aprendizagem, de propostas político-pedagógicas, do local onde a educação se dá e, de maneira sistemática e abrangente, as analisa, buscando estender seu significado para o mundo e para o próprio homem.

Entretanto, o pensar filosófico sobre a educação e, conseqüentemente, sobre seus aspectos básicos que se

descobram em muitas possibilidades de ações, intervenções e estudos, somente pode ocorrer com fertilidade e vigor se for fruto de uma perplexidade. Ou seja, é preciso que a educação cause estranheza àquele que a está enfocando e que já não se perca na homogeneidade do que é familiar no cotidiano vivido. É preciso que apareça causando estranheza e levando a perguntas como "por que educação?", "O que ela significa para o homem, para a sociedade, para a ciência, arte, religião, estado?", "Para que educar e com que fim?" "É possível intervir no curso dos acontecimentos humanos – históricos e sociais – pela definição e consecução de metas educacionais? Se for, qual a responsabilidade de quem educa e em nome do que toma as decisões concernentes às metas e aos meios?"

Essas são perguntas que estão no solo em que a Filosofia da Educação se movimenta, construindo sua região de inquérito. Isso ocorre à medida em que se procede com o rigor do pensar filosófico e trabalham-se conteúdos provenientes da filosofia, das ciências humanas e da educação; que se explicita uma análise, interpretação e crítica na forma de uma síntese reflexiva; que se expõe o pensar em linguagem apropriada à expressão do que se tem a dizer; que se constrói o discurso segundo a articulação lógica de argumentação, edificado com recursos da hermenêutica, da dialética e sustentado pela busca de clareza de significados.

É importante atentar para o fato de que a educação prescinde da Filosofia da Educação enquanto ação educadora que acontece no nível dos relacionamentos sociais. Do mesmo modo, as ciências da educação também podem prescindir do pensar filosófico se ficarem ao nível do *como fazer*, ou seja, se sua preocupação se esgotar na procura de conhecer, por exemplo, como a aprendizagem

se dá, como se resolvem problemas, como aprende-se a ler e a escrever, como se ensina eficazmente a contar etc. Essa prática de permanecer ao nível do *saber-como* sem uma reflexão filosófica é caracterizada pela inocência daqueles que se satisfazem com o sucesso da ação efetuada com base nesse saber.

┌ Porém, à primeira estranheza e às perguntas “Por quê?” “Para que?” “Com que direito?” “Isso está correto? Para quem?” rompe-se aquela prática e a inocência perde-se para sempre.

└ É nisso que consiste a Filosofia da Educação: interrogar os fins e meios da ação educadora. É colocar a prática educacional do nível do *saber fazer* em consonância com aquela do *por que e para que fazer desse modo*. É esse o sentido da prática refletida.

As questões que são cruciais para a Filosofia como “O que existe?” “Como se conhece isto que existe?”, “O que é o valor?” são enfocadas pela Filosofia da Educação dela diferenciando-se por especificá-las sempre em termos da educação.

“O que existe?”, interrogação que indaga sobre a realidade, na Filosofia da Educação assume formas e conteúdos diversos, como por exemplo: “O que é isto a educação?”, “Qual a realidade da Educação?” “O que constitui a educação?”, A interrogação “O que é conhecimento?”, na Filosofia da Educação, assume nuances em torno do significado de conhecimento. Que respostas a filosofia apresenta a essa pergunta e como cada uma delas repercute em termos de práticas educativas consideradas também de um ponto de vista moral e ético? As respostas sobre o que é o conhecimento, por necessariamente serem críticas e abrangentes, não que considerar estudos psicológicos, sociológicos, antropológicos, históricos e outros pertinentes. A Filosofia da Educação assume-os numa postura

crítica e reflexiva, procedendo a uma análise ampla a respeito dos seus pressupostos científicos e respectivas consequências, tomadas no âmbito do contexto educacional.

A interrogação acerca "do que vale" na Filosofia da Educação é dirigida para as questões educacionais como: "O que é o bem?" "Bem, virtude, justiça são ensináveis? São passíveis de serem apreendidas?", "É justo estabelecerem-se metas educacionais?" Em que sentido a afirmação "educação para todos" é válida? Significa "educação igual para todos em todos os contextos?", "A quem cabe a responsabilidade da educação: à família, ao estado? Por que?"

Por trás das possíveis respostas e *previsões* de consequências encontra-se a preocupação com o homem, com seu modo de ser e com a importância do auto-conhecimento dentre as principais metas da educação.

Deve-se já registrar o fato de tanto a pergunta *o que é o homem?* quanto as outras interrogações básicas, desdobrarem-se em muitas outras e abrangerem aquelas perguntas sobre *o outro* e sobre o significado do *outro* (ou do social) na construção (ou constituição) do homem. Essas análises trazem inúmeros desdobramentos para pensar-se filosoficamente a educação.

O modo pelo qual a Filosofia da Educação procede varia conforme os pressupostos filosóficos que assume.

Para esclarecer o leitor, serão oferecidos exemplos que elucidam a afirmação acima, mencionando-se as principais correntes ou linhas em Filosofia da Educação que, historicamente, têm estado presente na *rationalia* dos currículos educacionais. Além desse motivo, essas linhas – perenealismo, essencialismo, progressivismo, construtivismo e fenomenologia – são importantes por permitirem o estabelecimento de pontos de convergência com a Filosofia da Matemática tidos como importantes nas

argumentações sobre Filosofia da Educação Matemática a ser apresentada ainda neste capítulo. A seguir serão apresentadas observações sumárias sobre essas correntes.

O *perenealismo* e o *essencialismo* têm, em sua história pensadores como Platão e Aristóteles, cujas concepções de realidade, de conhecimento e de valor encontram-se na base de currículos que explicitam propostas educacionais que as assumem.

Perenealismo tem a ver com o que é perene. Essencialismo, com essência. Essência no significado a ela atribuído na filosofia platônica que, seguindo Platão, considera as idéias ou formas como modelos e realidades verdadeiras como essências, adquirindo a conotação de eternas. Portanto, ambas linhas têm como moto propulsor o fato de trabalhar no currículo valores duradouros, verdades inquestionáveis e que não se amoldam às variações culturais. Buscam sempre a perfeição, aproximando-se, pelos atos educacionais, o mais possível daqueles valores e verdades. Diferem no tocante às próprias concepções de realidade, de conhecimento e de valor, conforme postas nas obras de Platão e de Aristóteles, e as conseqüentes propostas de variação curricular.

Embora suas concepções básicas venham da Antigüidade Clássica, encontram-se, na história da educação, modificações no discurso educacional, de maneira que ainda hoje acham-se currículos educacionais pautados nessas idéias e nesse modo de proceder.

O *progressivismo* pode ser caracterizado como fundado no pragmatismo. É uma corrente da Filosofia da Educação que se estabelece no final do século 19 e na primeira metade do século 20. Em seu discurso, assume termos e respectivos significados, como instrumentalismo, experimentalismo, lógica. No seu âmago, está

posta toda a polêmica da ciência moderna com ênfase na importância que a experiência assume para o conhecimento. Engloba, também, preocupações com questões culturais, biológicas, psicológicas, físicas e antropológicas no que concerne a sua presença na educação.

A palavra chave no progressivismo é experiência. Experiência entendida como dinâmica, temporal, espacial, plural. Sendo assim, o currículo que sustenta busca trabalhar com os aspectos culturais e plurais da realidade, com o caráter dinâmico do conhecimento, com a importância da lógica. Enfatiza o *conhecimento* ao invés do *conhecido*. Nomes importantes dessa corrente: William James e John Dewey⁴.

Quanto ao *construtivismo*, é uma corrente ou linha em Filosofia da Educação que está em desenvolvimento. O ponto central que constitui o cerne do currículo escolar que a assume é a crença na construção do conhecimento, da moral, do humano, do social. Atribui grande ênfase aos aspectos sociais, culturais e históricos que influenciam a construção.

Construtivismo tornou-se um nome amplo que abrange uma multiplicidade de teorias e concepções de conhecimento, de ensino, de aprendizagem, criando uma zona densa de significados.

Há aspectos que indicam uma linhagem do progressivismo ao construtivismo, principalmente no que tange à cultura e à consideração das características dinâmica, temporal, espacial e plural, no primeiro caso, da experiência, no segundo, da construção do conhecimento.

Em virtude da necessidade de uma análise crítica mais cuidadosa e elaborada a respeito das várias concepções sob

⁴ Para maiores informações, ver BRAMELD, Theodore. *Patterns of Educational Philosophy*, New York, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1971.

a égide *construtivismo*, os currículos educacionais estruturados sobre suas afirmações a respeito de realidade, conhecimento e valor podem apresentar dissonâncias internas. Na verdade, o construtivismo dá importância destacada ao conhecimento deixando de trabalhar tematicamente a realidade. Esta é olhada primordialmente sob a ótica do social, não transcendendo para aspectos mais complexos da sua constituição. Obviamente essa afirmação é dirigida para as questões do construtivismo tal como, em geral, é trabalhado sob a ótica da educação, primordialmente a escolar.⁵

A fenomenologia, cujo sentido se faz no contexto da Filosofia Existencial/Fenomenológica, não chega a ser considerada uma corrente dentre aquelas tradicionalmente trabalhadas pela Filosofia da Educação. Isso porque suas concepções de homem, de mundo e de conhecimento vêm sendo tecidas ao longo dos últimos 150 anos, estando ainda em processo de construção e carecendo de domínio amplo por parte dos educadores, tanto em nível de compreensão teórica, tanto quanto à dimensão da prática pedagógica.

O âmago da postura fenomenológica está na sua forma de entender o mundo como sendo sempre e necessariamente correlato à consciência. Consciência assumida e trabalhada como *intentio*, que significa, em termos simples, o ato de "estender-se a ...", abarcando o percebido pela percepção. A realidade, com a qual a fenomenologia trabalha é a realidade percebida. Percepção é vista como o encontro que se dá entre o percebido e o sujeito que percebe. Portanto, há sempre um solo perceptual, dado pelo contexto sócio-histórico-cultural no qual a percepção ocorre, o que a impede de ser uma

⁵ Sobre essa questão ver BICUDO, M.A.V. *Fenomenologia: embates e avanços*, São Paulo: Cortez, 2000.

ilusão ou totalmente subjetiva. A percepção é, já, uma abertura à compreensão, porém a clareza que oferece é momentânea, podendo se perder no fluxo do tempo vivido. É mantida e interpretada na linguagem, cujos atos e produtos organizam o percebido, possibilitam sua comunicação ao outro e promovem a objetividade por meio das trocas intersubjetivas de compreensão lingüística e do que é dito na fala.

O mundo é tido sempre como uma totalidade homem/mundo. Como corolário, o corpo é visto como uma unidade corpo/mente, espírito matéria, sendo denominado corpo-próprio por ser, sempre, intencionalidade em movimento no tempo e no espaço.

A postura pedagógica decorrente da concepção fenomenológica privilegia o diálogo entre sujeitos, busca o sentido que o mundo faz para o aluno, considerando também o que do mundo as ciências dizem, dá destaque à linguagem falada e escrita, trabalhando com a interpretação e com a verdade como decorrente da clareza do que é intersubjetiva e historicamente construído.

Os procedimentos filosóficos assumidos por essas correntes diferem entre si. No caso do essencialismo e do perenealismo, há certeza quanto ao que existe, entendido como realidade externa, objetiva e eterna; à verdade, entendida como adequação entre o que existe e o que é conhecido; conhecimento como atividade mental que leva à representação da realidade; ao que vale, tido como pautados nos valores supremos do bem e da verdade. À Filosofia da Educação cabe pensar uma proposta educacional que, partindo dessas certezas, aponte modos de realizá-las no plano da educação de pessoas e que elabore justificativas que afirmem ser essa a melhor forma de educar de acordo com os fins almejados pelos responsáveis pela educação – família, igreja, estado.

No caso do progressivismo, aquelas certezas assumidas pelo essencialismo e perenealismo encontram-se abaladas como consequência da grande crise consolidada na obra de Descartes e que registra o marco da ciência moderna.⁶ O grande valor colocado no lugar daquelas crenças é o da ciência e dos procedimentos que a produzem. Esse valor está fundado na falta de certeza absoluta e na supremacia da experiência que é dinâmica, espacial, temporal e plural. Há evidências da importância da cultura que vão se acentuando à medida que o tempo avança na direção da época contemporânea.

O progressivismo vive um momento de transição de valores bem definidos para outros que estão se delineando. Há que se pautar no que está acontecendo, na crença no método científico e na supremacia da experiência na produção do conhecimento. Portanto, ao elaborar o currículo escolar procede-se, aqui, de modo diferente daquele do perenealismo e essencialismo. Não se parte de verdades absolutas e inquestionáveis, mas enfoca-se o dinamismo da experiência.

O construtivismo trabalha com a crença de que o conhecimento é construído e de que a influência do histórico/social é marcante. O currículo escolar deve contemplar atividades que promovam a construção do conhecimento, das relações pessoais, da linguagem, do comportamento moral, da organização social.

Em termos filosóficos, olhando-se o construtivismo de uma perspectiva interna, seus procedimentos divergem

⁶ Ciência moderna refere-se àquela que se inicia no final da Idade Média e começo da época moderna e cuja lógica é pautada nos cânones do método científico de investigação. Esse coloca em destaque a experiência e a observação como dados que auxiliarão a comprovar ou refutar uma hipótese, fortalecendo ou enfraquecendo a teoria assumida. A verdade é sempre provável, portanto, nunca absoluta. Porém, mantém a característica de adequação à realidade vista, ainda, como externa e objetiva.

quando são colocadas questões sobre a realidade à qual o conhecimento se refere. "É ela construída?" "Há adequação entre ambos?" "A linguagem representa a realidade?" "Representa a construção do conhecimento ou o conhecimento em construção?" "O social é o real?" "Como conhecer o social?". Os procedimentos que assume são mais semelhantes àqueles do conhecimento científico, caso em que a ênfase maior é sobre a construção do conhecimento e aquisição da linguagem. Quanto ao conhecimento do social é muito marcado pela lógica do movimento histórico-dialético.

Tais procedimentos modificam-se quando são assumidos concomitantemente a construção do conhecimento e a construção da realidade. Nesse caso, há que se buscar reforços no existencialismo, na fenomenologia, na hermenêutica, na dialética, na física quântica, tentando-se conhecer a realidade do próprio solo onde se está, sem que se seja tragado pelo perigo do movimento circular que aprisiona o investigador em espaço determinado, ainda que circular. Procura-se olhar em perspectivas, conforme indica a teoria da relatividade, sem que se caia na relatividade subjetiva. Busca-se entender o mundo, a ciência, o homem e o social, tendo como ponto de partida aquele que interroga em um tempo e espaço.

Dadas as diferenças marcantes que as concepções acerca da *construção da realidade e do conhecimento*, assumidas de modo concomitante, geram em termos de procedimentos e de proposta curricular, encontra-se na fenomenologia o termo que diz mais a respeito desse enfoque. Daí a proposta de uma *abordagem fenomenológica da educação* diferenciando-se do construtivismo, embora assumindo que o conhecimento seja construído no círculo existencial/hermenêutico.

Filosofia da Matemática

O tema "Filosofia da Matemática" traz em sua composição o nome de duas áreas distintas do conhecimento e não a soma de ambas. Porém, define-se por proceder conforme o pensar filosófico, ou seja, mediante a análise crítica, reflexiva, sistemática e universal, ao tratar de temas concernentes à região de inquérito da matemática. Diferencia-se da matemática,⁷ pois não se dispõe a fazer matemática, construindo o conhecimento dessa ciência, mas dedica-se a entender o seu significado no mundo, no mundo da ciência, o sentido que faz para o homem, de uma perspectiva antropológica e psicológica, a lógica da construção do seu conhecimento, os modos de expressão pelos quais aparece ou materializa-se, cultural e historicamente, a realidade dos seus objetos, a gênese do seu conhecimento.

As perguntas básicas da filosofia – "O que existe?", "O que é o conhecimento?", "O que vale?" –, são trabalhadas pela filosofia da matemática, focalizando especificamente os objetos matemáticos. Desdobram-se em termos de "Qual a realidade dos objetos matemáticos?", "Como são conhecidos os objetos matemáticos e quais os critérios que sustentam a veracidade das afirmações matemáticas?", "Os objetos e as leis matemáticas são inventados (construídos) ou descobertos?"

O tratamento dessas questões é relevante para a auto-compreensão da matemática e necessário para a definição de propostas curriculares, por determinar escolhas de conteúdos, atitudes de ensino, expectativas de aprendizagem, indicadores de avaliação.

⁷ LAKATOS, em seu *Provas e refutações*, reforçando esse ponto de vista, critica a abordagem que transforma a Filosofia da Matemática em metamatemática.

Na tradição da ciência ocidental com suas raízes na Grécia Antiga, os objetos matemáticos são concebidos como tendo existência objetiva e real, como perfeitos e perenes. Essa visão reflete o platonismo e, de maneira simplificada, pode-se estabelecer ligações entre a concepção matemática, o mundo das idéias platônicas e o modo de conhecer tais idéias e, por conseqüência, os objetos matemáticos. A realidade desses objetos pode ser comparada a das formas perfeitas, cuja existência independe da ação humana. Existindo de maneira objetiva, sendo reais e perenes, independentes da realidade mundana, o conhecimento dos mesmos tem como base a descoberta. Entretanto, não se trata de uma descoberta fruto de uma clarividência conseguida por graça ou casuisticamente, mas conseqüência de um árduo trabalho mental de perseguição à verdade. Trata-se de um processo lógico que privilegia as descrições dos objetos matemáticos e das relações e estruturas que os unem.

Essa concepção, denominada também de visão absolutista do conhecimento matemático, subjaz às correntes mais importantes do pensar matemático: formalismo, logicismo e intuicionismo, e persiste ainda entre os matemáticos contemporâneos.

Essa visão tem resistido, evidentemente com modificações importantes quanto ao desenvolvimento da própria matemática, em virtude da perplexidade que causa a constatação da universalidade, perenidade e objetividade do objeto matemático. Objetos e demonstrações geométricas, por exemplo, persistem desde época anterior a Euclides. São passíveis de serem repetidas e confirmadas. Sobreviveram aos seus criadores, à cultura em que surgiram, à língua na qual foram expressos pela primeira vez. Permanecem à disposição para serem compreendidos, re-criados, aplicados, mostrando sua verdade. Esta

verdade, fundada na lógica da construção do edifício da matemática, fica expressa nos axiomas e nas noções primitivas, nas regras de inferência, na linguagem formal e na sintaxe. A veracidade das afirmações é constatada pelas demonstrações, que consistem em seqüências finitas de afirmações em que cada uma ou é um axioma ou provém de afirmações que a precedem na seqüência, por aplicação das regras de inferência.

Essa prática fortalece a crença de ser a matemática independente ao humano. É entendida, em nossos dias, como independente do cultural e do social. Leva à compreensão de que a matemática é auto-suficiente, uma vez que se satisfaz com suas próprias regras, que asseguram a veracidade, e com a linguagem formal, sua especificidade que procura garantir o ideal de precisão lingüística.

No contexto da ciência ocidental, por ser bem sucedida, mantendo sua hegemonia, a matemática mantém-se positivamente avaliada. Seu valor está no cerne da construção dessa ciência, tanto nos procedimentos lógicos, caracterizados pelos modos de inferência indutiva e dedutiva; quanto em seu caráter de precisão, manifestado por meio da linguagem formal – também entendida como simbólica – como pela quantificação e pelo cálculo – que foram transpostos para as demais ciências. Daí, nessa perspectiva, sua importância para a sociedade ser relativa às aplicações da ciência e da tecnologia ao ideal de bem estar e de progresso.

Na perspectiva da cognição, a matemática, ainda conforme a concepção explicitada, está presente no modo de entender-se a forma do raciocínio, principalmente no modelo kantiano e respectivos seguidores na filosofia e na psicologia.

A crença no absolutismo é abalada no bojo da crise da ciência européia contemporânea, momento em que

se tornam agudas as questões sobre os fundamentos da matemática. Na base de toda essa crise está a polêmica do fundamentalismo, pois todo fundamento solicita por mais fundamento. A verdade matemática e a prova, como foi explicitado anteriormente, repousam sobre a lógica e a dedução. Mas e a lógica, sobre o que repousa? Se "certeza", "verdade" e "prova" estão, sob esse ponto de vista, essencialmente entrelaçados, quantas provas seriam necessárias para garantir a veracidade de uma prova? Pois a uma prova, nesse sentido, deveria seguir outra a provar a veracidade da primeira e, conseqüentemente, uma outra a garantir a certeza dessa última, num processo de regressão infinita e, portanto, impossível.

Essas críticas são postas e mantêm-se fortes do ponto de vista interno à própria ciência matemática. E é dessa perspectiva que os matemáticos procuram responder, por meio das correntes logicista, formalista, intuicionista.

Uma outra visão dos objetos matemáticos é explicitada pela fenomenologia, em especial por Edmund Husserl, para quem esses objetos são "idealidades". Embora esse autor trabalhe com idealidades objetivas, essas idealidades não têm a característica, em sua constituição, dos objetos ideais platônicos (que são vistos como tendo existência em si, perfeitos e eternos). As idealidades, segundo Husserl as concebe, são constituídas historicamente, têm origem no ato da evidência original e subjetiva, pois esse é um ato que ocorre na esfera psicológica do sujeito, ao visualizar a reunião de aspectos individuais de um certo tipo de experiência da realidade. Esse *insight* é articulado em um discurso inteligível e comunicado aos co-sujeitos que partilham do real vivido, por meio da linguagem. É a linguagem que dá sustentabilidade às idealidades, transportando-as na temporalidade histórica e permitindo que sejam sedimentadas pela escrita e presentificadas

na intencionalidade daquele que as interpreta. A fenomenologia mostra horizontes possíveis para compreender-se a Matemática e as concepções de verdade, certeza, prova e suas respectivas fundamentações.

Filosofia da Educação Matemática

Conforme o raciocínio que está sendo encaminhado desde os itens anteriores, a Filosofia da Educação Matemática é constituída por aspectos filosóficos da Filosofia da Educação e da filosofia da matemática. Porém apresenta uma região própria de inquérito e de procedimentos.

Da filosofia mantém as características do pensar analítico, reflexivo, sistemático e universal e é iluminada pelas grandes perguntas de caráter ontológico, concernente ao que existe, epistemológico, relativo ao como se conhece o que existe e o que é conhecimento; axiológico, sobre o que vale. Da Filosofia da Educação toma as análises e reflexões sobre educação, ensino, aprendizagem, escolarização, avaliação, políticas públicas da educação, os procedimentos assumidos para trabalhar esses temas, para mencionar alguns, e os olha da perspectiva daquele que está preocupado com a educação do outro (aluno ou estudante, no caso da escola) e, em particular, com o significado que a matemática, por meio do seu ensino e da aprendizagem, assume. Por focalizar a matemática no contexto da educação, a Filosofia da Educação Matemática também se coloca questões sobre o conteúdo a ser ensinado e a ser apreendido e, desse modo, necessita das análises e reflexões da filosofia da matemática sobre a natureza dos objetos matemáticos, da veracidade do conhecimento matemático, do valor da matemática.

É na interface dessas regiões de inquérito que a Filosofia da Educação Matemática movimenta-se, construindo seu modo de argumentar, de articular idéias,

Região - ensino da matemática

de investigar, de agir na realidade educacional, de expressar seu pensamento por meio de uma linguagem apropriada ao seu universo de questionamento.

A um primeiro olhar lançado da e na zona densa que é aquela da Educação Matemática pode parecer que Filosofia da Educação Matemática e Educação Matemática se superpõem de tal modo que se identificam. Porém, à medida que a densidade de conceitos, procedimentos, intervenções vão se clareando mediante constantes investigações sobre Educação Matemática, vão se delineando regiões com especificidades importantes para a própria Educação Matemática como, por exemplo, a etnomatemática e a sociologia da Educação Matemática.

À Filosofia da Educação Matemática cabe a análise crítica e reflexiva das propostas e ações educacionais no tocante ao ensino e à aprendizagem da matemática nos diferentes contextos em que ocorrem: nas instituições públicas, nas famílias, na rua, na mídia.

O trabalho nuclear da Filosofia da Educação Matemática é analisar criticamente os pressupostos ou as idéias centrais que articulam o currículo ou a proposta pedagógica, buscando esclarecer suas afirmações e a consonância entre as ações visualizadas. Por exemplo: "Há consistência entre a concepção de educação, de ensino, de aprendizagem, de conteúdo matemático veiculado e concepções de matemática e conhecimento matemático, atividades propostas e desenvolvidas, avaliação proposta e efetuada na realidade escolar ou educacional?" "Da análise efetuada, que ações podem ser indicadas e com que intenção ou em nome de qual política?"

Esse trabalho, entretanto, como foi apontado no item sobre Filosofia da Educação, pode ser efetuado de diferentes modos conforme a postura filosófica ou os pressupostos filosóficos assumidos.

O QUE PROMOVE
A ACELERAÇÃO DAS PRÁTICAS

Apenas como um exercício, cujo objetivo é exemplificar o acima mencionado, tome-se a linha perenealista da Filosofia da Educação e o logicismo da Filosofia da Matemática. O currículo nelas sustentados há que ter como eixo o trabalho com a *essência*. Portanto, com um ideal de homem que oriente atividades educacionais que levam à percepção do que é considerado humano; com valores duradouros e com verdades inquestionáveis. No âmbito da matemática essas ações devem confluir com concepções de objetos matemáticos tidos como existentes de modo absoluto, passíveis de serem conhecidos por meio de um trabalho árduo, disciplinado, que enfatize processos lógicos de inferência. A escola há que ser um ambiente propício para a realização de valores que visem sempre à melhoria do existente, rumo à perfeição.

Exercícios e projeções desse tipo podem ser efetuados tendo-se o progressivismo, o construtivismo e a fenomenologia como linhas da Filosofia da Educação, articuladas com aquelas da filosofia da matemática.

Esse modo de proceder parte da teoria, linhas da Filosofia da Educação e da filosofia da matemática, analisa de modo crítico suas afirmações buscando consonância entre elas e dirige-se para a prática educacional, entendida aqui como as atividades educacionais propostas.

Outro modo de proceder na Filosofia da Educação é trabalhar com a articulação teoria/prática na própria realidade em que é efetivada ou posta em ação, que é aquela da sala de aula de matemática onde se encontram, no evento aula, professor, aluno, conteúdo pedagógico e matemático em ação. A ação, demarcada no contexto onde ocorre, que tem um solo perceptivo – portanto, espaço, temporal e histórico –, onde se desencadeiam e se materializam as atitudes educacionais, a proposta pedagógica, a concepção do objeto e de conhecimento matemáticos.

Esse procedimento solicita familiaridade com as regiões de inquérito da filosofia, da Filosofia da Educação, da filosofia da matemática; mostram-se relevantes quando a proposta é a intervenção na realidade pautada na ação/reflexão/ação; é eficaz para a auto-avaliação dos agentes do processo; é pertinente para que sejam traçadas direções desejáveis para o projeto pedagógico em andamento, atentando-se para as justificativas que esclareçam por que se deseja o que se diz desejar em nome de uma ação educadora que, como tal, é sempre pública.

Nesse livro, é essa a postura de Filosofia da Educação Matemática assumida.

*Filosofia da Educação Matemática em construção:
um pouco de sua trajetória histórica*

A denominação Filosofia da Educação Matemática é recente, como afirmado no primeiro parágrafo deste capítulo. Temas de caráter ontológico, epistemológico e mesmo axiológicos têm sido abordados em trabalhos de ensino da matemática, de psicologia da matemática, de Educação Matemática etc., sem serem, entretanto, postos em destaque e, na maioria das vezes, portanto, abordados de maneira genérica.

Em janeiro de 1981, é defendida uma tese de doutoramento com o título *Philosophy of Mathematics Education* (Filosofia da Educação Matemática) de Eric Blaire,⁸ no Instituto de Educação da Universidade de Londres. Essa tese é estruturada em três partes. Na primeira aborda questões pertinentes à filosofia da matemática, descrevendo as três correntes tradicionais logicismo, formalismo, intuicionismo e procurando construir

⁸ BLAIRE, Eric. *Philosophy of Mathematical Education*, Londres: Institute of Education, University of London, 1981.

uma quarta, denominada “hipotética”, quando reúne idéias de Pierce e Lakatos. Na segunda, apresenta modos de ensinar matemática e estabelece conexões entre tais modos e as correntes matemáticas descritas na primeira parte. Na terceira parte, trabalha o conceito de educação, os objetivos e fins da educação e aponta o que é essencial ser tratado em cursos de formação de professores de matemática.

A Filosofia da Educação Matemática é tratada por esse autor como junção da filosofia da matemática e filosofia da educação e, a partir das análises efetuadas, apresenta-se uma proposta pedagógica.

De 1982 a 1992 aparecem, no cenário internacional, trabalhos que tratam de temas de Filosofia da Educação Matemática, embora não a mencionem. Livro importante é o de Hans Freudenthal *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures* (Fenomenologia Didática das Estruturas Matemáticas).⁹ Outros trabalhos significativos estão reunidos sob o nome Teoria da Educação Matemática, um dos tópicos do ICME-6,¹⁰ em 1988, de autores como H.G. Steiner, N. Balacheff, J. Mason, H. Streinbring, L.P. Steffe, H. Brousseau, T.G. Cooney, B. Christiansen. Aparecem também abordagens mais sistemáticas sobre temas pertinentes à Filosofia da Educação Matemática em livros de alguns autores como Gila Hanna, Michael Otte e Ubiratan D’Ambrosio.

Em 1991 é publicado o livro *The Philosophy of Mathematical Education* (A Filosofia da Educação Matemática) de Paul Ernest.¹¹ Nesse trabalho Ernest propõe-se

⁹ FREUDENTHAL, Hans. *Didactical Phenomenology of Mathematica Structures*. Dordrecht: D. Riedel Publisning Co., 1983.

¹⁰ International Congress on Mathematical Education.

¹¹ ERNEST, Paul. *Philosophy of Mathematical Education*. London: Falmer Press, 1991.

a explicitar o significado do título e distingue quatro conjuntos de problemas como sendo os mais relevantes para a Filosofia da Educação Matemática, especificados a seguir.

- Temas concernentes à filosofia da matemática e que tratam de perguntas como: o que é matemática e como podemos explicar sua natureza? Quais filosofias da matemática foram desenvolvidas?
- Questões sobre a natureza da aprendizagem, destacando perguntas sobre afirmações de cunho filosófico subjacente às explicações da aprendizagem matemática.
- Perguntas sobre o objetivo da educação, especificando aqueles concernentes à Educação Matemática.
- Questões sobre o ensino da matemática, enfocando aquelas de seus fundamentos.

No ICM-7 que ocorreu em 1992, em Quebec, há um grupo de trabalho, o TG 16, *The Philosophy of Mathematics Education* (A Filosofia da Educação Matemática) que teve como organizador Paul Ernest e reuniu autores como Stephen Brown, Kathryn Crawford, von Glasersfeld, David Henderson, Reuben Hersch, Christine Keitel, Sal Restivo, Anna Sfard, Ole Skovsmose, Thomas Tymoczko. Nesse grupo foram levantadas questões centrais para a Filosofia da Educação Matemática, sobre o que é Filosofia da Educação Matemática, sobre a relevância da filosofia da matemática para a educação, crenças dos professores e simbolismo matemático.

Em 1993, Ole Skovsmose¹² publica o livro *Towards a Philosophy of Critical Mathematical Education* (Para uma Filosofia da Educação Matemática Crítica).

¹² SKOVSMOSE, O. *Towards a Philosophy of Critical Mathematical Education*. Aalborg University Centre, February, 1993.

No ICME-8, realizado em Sevilha, em 1996, ocorrem duas conferências com títulos e conteúdos específicos de Filosofia da Educação Matemática. Uma proferida por Paul Ernest denominada *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics* (O Construtivismo Social como uma Filosofia da Matemática) e outra por Maria Aparecida Viggiani Bicudo denominada *Philosophy of Mathematical Education: A Phenomenological Approach* (Filosofia da Educação Matemática: Uma Abordagem Fenomenológica).

No Brasil, há trabalhos desenvolvidos que tratam de assuntos afetos à Filosofia da Educação Matemática. Alguns enfocam mais questões da filosofia da matemática, outros o fazem ao tratar da história da matemática, outros, ainda, abordam diretamente questões tanto epistemológicas quanto aquelas referentes aos fins da Educação Matemática como as de caráter ontológico, como é o caso de trabalhos de Eduardo Sebastiani Ferreira, Ubiratan D'Ambrosio, Romulo Campos Lins, Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Antonio Vicente Marafioti Garnica.

Em Rio Claro, ligado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, há um grupo de estudos desenvolvendo pesquisas nessa área, sendo que já foram defendidas teses de doutorado e dissertações de mestrado tematizando assuntos de Filosofia da Educação Matemática.

No momento, foi criado no âmbito da SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática –, o grupo de trabalho de Filosofia da Educação Matemática.

Resumindo e apontando

Os autores deste livro entendem que a região de inquérito da Filosofia da Educação Matemática caracteriza-se por temas centrais que nucleiam investigações

sobre Educação Matemática, sempre abordadas com as perguntas "*para que?*" e "*por quê?*", pelo modo de desenvolver suas argumentações e encadeá-las em um discurso articulado; e, principalmente, pelo modo de conduzir suas investigações à procura de que sejam analíticas, críticas, reflexivas e abrangentes.

Mais do que o rol de temas, consideram que a atitude do pensar filosófico mantido na ação investigadora do que ocorre no evento "aula" é crucial. É partilhando dessa realidade e atentivamente ligado a ela que emergem temas e situações que solicitam análise crítica e possibilidades para a ação apontadas pela atitude reflexiva.

O pensar a realidade, vivendo-a, é o ponto de referência do que chamam de análise crítica, reflexiva e abrangente, necessária ao que comumente denomina-se ação/reflexão/ação. Para tanto, entendem que é preciso manter tanto o olhar na multiplicidade de abordagens, quanto à direção indicada pela perspectiva assumida.

Como um exercício em Filosofia da Educação Matemática o capítulo seguinte tratará do tema linguagem matemática e Educação Matemática.

Educação, Matemática e Linguagem: esboço de um exercício em Filosofia da Educação Matemática

O contexto

O processo de ensino e de aprendizagem de Matemática envolve vários elementos. Práticas, conceitos, abordagens e tendências fazem parte desse cenário e exigem um tratamento filosófico que, alimentando as ações a serem efetuadas, pode, cada vez mais, aprofundar e ampliar as visões que a ele servem de fundante. Assim, a partir da perspectiva aqui assumida, a Filosofia da Educação Matemática não se coloca como uma “provedora” de fundamentos teóricos a partir da qual, linear e conseqüentemente, a prática poderá realizar-se. Filosofia da Educação Matemática é um quase-sinônimo de Educação Matemática se for concebida sob uma perspectiva teórico-prática que, em princípio, deve ser, por excelência, a forma de caracterizar a própria Educação Matemática.

Tecendo uma trama teórica que só pode ser alinhavada a partir da prática, a Filosofia da Educação Matemática visa a esclarecer os elementos constitutivos da Educação Matemática, objetivando a imersão dessa teia teórica no fazer cotidiano, em momentos e instâncias nos quais ocorrem o ensino e a aprendizagem da Matemática. Uma

prática que alimenta a teoria que, por sua vez, alimenta a prática. Consolida-se, portanto, uma retroalimentação que caracterizará tanto os trabalhos de natureza filosófica – que sem serem reflexos da prática tornar-se-iam meros discursos vazios seguindo ventos de modismos – quanto os trabalhos de Educação Matemática – que, sob essa perspectiva, é movimento teórico-prático que se constitui desde o primeiro momento, já perdido no tempo, no qual sentiu-se a necessidade de sistematizar de formas e conceitos para que alguém, em algum lugar, tentasse elaborar e/ou comunicar algo chamado "Matemática". Educação Matemática será, pois, expressão vaga se não for concebida como preenchendo-se, reflexiva e continuamente, dos significados que vêm da prática. A Educação Matemática dá-se como uma reflexão-na-ação. Ação que ocorre num contexto no qual vivemos com o outro: compartilhando vivências. Exige-se, portanto, dos que se lançam à iniciativa de perscrutar os domínios dessa região do conhecimento, o conviver com a perspectiva do outro, dialogicamente exercitando o respeito aos trabalhos coletivos.

Somos mais do que somos e, ao mesmo tempo, menos do que poderíamos ser, já nos ensinava Heidegger. Mais porque, como seres, somos possibilidades de ser, e menos, porque o viver na "cotidianidade" nos força a opções, nos obriga a reduzir o domínio daquelas nossas possibilidades. Somos parte de um coletivo que elabora, analisa, divulga, compartilha conhecimentos. Somos com os outros. Não é estranho, portanto, que um tema em Educação Matemática possa adquirir significados cada vez mais profundos à medida em que também seja olhado – atenta, crítica e reflexivamente – sob várias perspectivas, sempre e cada vez mais sujeitos a novos pontos de vista. A multiplicidade de perspectivas enriquece significativamente o fenômeno do mesmo modo como a multiplicidade e

variedade de temas a serem enfocados são necessárias para que um espectro mais global da Educação Matemática seja formado.

Essa argumentação sobre a impossibilidade de uma única pessoa ou um único grupo abarcar todas as perspectivas e todos os temas justifica restringirmos, aqui, o domínio, se se quiser esboçar um exercício em Filosofia da Educação Matemática.

Baseados em trabalhos anteriores, nos quais focávamos, vinculadamente, Educação Matemática e Formação de Professores, optamos por tratar, nesse exercício filosófico, a questão da linguagem matemática. Assim, o domínio da formação de professores de Matemática em cursos de graduação será naturalmente incorporado a esse nosso capítulo. Focar a licenciatura em Matemática, porém, não particulariza excessivamente nosso contexto de ação, visto que o tratamento que pretendemos dar ao tema pode ser facilmente ampliado para outras instâncias e espaços de formação, solicitando, esse mesmo contexto, tal ampliação.

Conversemos com professores de Matemática. Não são raras as vezes em que relatam as dificuldades de seus alunos em entender o que os problemas “pedem”, ou em transformar essa compreensão numa sentença matemática clara e válida. Mesmo os Parâmetros Curriculares Nacionais reforçam a necessidade de serem enfocadas, nos diferentes níveis de ensino, estratégias para motivar a “interpretação de dados”.

Conversemos com alunos de cursos de Licenciatura e de Bacharelado em Matemática. É muito comum descreverem dificuldades que enfrentam ao deparar-se com uma Matemática formalizada; os tropeços para a demonstração de resultados – por vezes tão claros no enunciado que parecem prescindir de uma prova formalizada – ou

para a elaboração de sentenças, ou mesmo para a verificação – informal – da validade de proposições. Tão comum quanto isso parecem ser as dificuldades de negociação quanto ao modo – tido como correto – de argumentação matemática: os momentos em que um determinado tipo de prova “funciona” e outros em que a nada levam; as vezes em que o exemplo particular – na verdade o contra-exemplo – é aceito como prova; o modo de expressar simbolicamente determinada situação e a utilização específica de alguma ferramenta de apoio; a impossibilidade da tese demonstrando a própria tese – à exceção do que parece ocorrer nas provas por indução finita – etc.

Várias são as origens dessas dificuldades mas, certamente, a linguagem matemática desempenha, quanto a isso, papel significativo. Compreender o funcionamento dos mecanismos da Matemática, a natureza de seus objetos e processos e a vinculação desses mecanismos com a prática materializada nas salas de aula de Matemática podem ser uma possibilidade de desenhar, com mais clareza, um quadro desse contexto, indicando propostas de ação.

Linguagem matemática: de discursos e do exame hermenêutico como possibilidade de ação

Discursos e Textos

Se falamos em linguagem matemática, é natural nos determos um momento para analisar o que concebemos como “linguagem”. Há um equívoco, próprio do senso comum, em pensar a linguagem já como escrita ou fala. Conquanto a escrita tenha permitido ao humano o sabor de muitas de suas conquistas, o registro de caracteres gráficos é um elemento recente na história da humanidade e, portanto, não pode responder por todo o

processo comunicativo. Embora nossa intenção, aqui, seja a de uma investigação sobre a linguagem matemática – sendo que, para isso nos deteremos mais às formas de comunicação essencialmente vinculadas à escrita – nossa concepção de linguagem engloba as mais diversas formas de manifestação, que já se iniciam com o próprio estar-se jogado no mundo, passando, por exemplo, pelo escrito, pelo oral, pelo gestual e pelo pictórico.

Mais do que investigar a linguagem matemática – o que certamente exige um estudo, mesmo que rápido, de seus estilos e formas discursivas –, nossa intenção é investigar a linguagem matemática no contexto da sala de aula. Essa alteração de foco é extremamente significativa, posto que se mudam, além das regiões de conhecimento, as manifestações e concepções, esboçando-se, obviamente, um novo campo para o debate político. Por mais que se afirme que o campo científico deve caracterizar-se pelo livre e público escrutínio, sabe-se que muitas das esferas da ciência estão, ainda, no domínio do privado. A Matemática, pensada como prática científica, certamente está dentre as formas de conhecimento que, por inúmeras razões, encapsulam-se na privacidade. Sua linguagem, sua forma de comunicação, talvez seja um dos elementos mais possantes a exigir e defender essa privacidade e, na tentativa de desvincular-se do mundano (uma das características do pensamento formal), detém-se a grupos restritos, em formas específicas e cifradas de ação.

No campo da prática, buscando investigar a linguagem matemática em suas potencialidades e seus limitantes, algumas considerações são importantes, embora óbvias em sua maioria. A primeira constatação diz respeito à manifestação da Matemática no mundo, que se dá em duas grandes frentes: a “científica” e a “pedagógica”.

É exatamente essa a manifestação que nos permite falar em uma prática ("científica") matemática e uma abordagem teórico-prática à Matemática (a Educação Matemática) como formas distintas – mas conectadas – de compreensão do mundo. E a percepção e elaboração dessa possibilidade de conexão, suas vantagens e limitantes, são objetos centrais de uma Filosofia da Educação Matemática, como já apontamos no capítulo anterior. Trata-se da compreensão e da meta-compreensão de um processo de intercâmbio entre o fazer educação tendo em mãos objetos, espaços, tempos e situações específicos, vindos da Matemática, nunca desvinculando, nesse fazer, teoria e prática.

A manifestação do discurso "científico" da Matemática dá-se, fundamentalmente, na pesquisa, na construção do conhecimento matemático, como feita por seus profissionais. Nisso incorporam-se outras manifestações, das quais são fundamentais: a produção do conhecimento matemático em estado nascente, a discussão sobre o conhecimento produzido e, finalmente, sua divulgação. A discussão que gera e nutre o conhecimento ocorre entre pares de uma mesma comunidade e é feita oral ou textualmente, num grupo que, em geral, é restrito. A divulgação do conhecimento produzido por esse grupo dá-se preponderantemente via textos especializados, publicados em veículos específicos e dificilmente abertos a reelaborações, embora surgiram possibilidades de serem complementados. Essa possibilidade de complementação é uma das formas pelas quais se dá o trânsito de idéias e a possibilidade de produção contínua e cumulativa do conhecimento matemático.

Colocam-se, nessa manifestação do discurso científico, o oral e o escrito. A mediação do oral servirá não só como forma de veiculação do escrito, mas terá, no grupo restrito de especialistas no qual se dá a comunicação da

produção, a função de explicitar intuições primeiras (que são não discursivas em sua gênese) ocultadas pelo texto que é discurso fixado, concretizado, pela escrita.

Há que se reiterar a curiosa e contraditória especificidade de uma linguagem – a matemática – preponderantemente escrita que, embora se pretendendo formal, dicotomizando radicalmente semântica e sintaxe, necessita, ainda, do apoio da linguagem materna para a comunicação das idéias. A linguagem materna, sendo mais do que escritura e oralidade, interfere nas pretensões formais e força, assim, a natural vinculação entre forma e conteúdo tão arduamente defendida como domínios separados numa linguagem artificial cuja gramática é definida pela Lógica.

Por um outro lado, vemos que a manifestação do discurso pedagógico da Matemática dá-se nas inúmeras e divergentes situações de ensino e aprendizagem, dentre as quais a prática educativa da escolaridade formal tem sido hegemônica – e talvez, equivocadamente – focada nos trabalhos dos quais temos tido referência. Mesmo que aqui estejamos – por agora – focando a linguagem matemática na escola, deve-se reconhecer a pluralidade das formas de ensino e aprendizagem de Matemática, além das que ocorrem intramuros na instituição escolar. Mesmo a pesquisa em Educação Matemática tem incorrido nesse equívoco de não considerar, em suas abordagens, formas alternativas de ação, culturalmente legítimas e essenciais para o entendimento dos modos de argumentação acerca dos objetos matemáticos.

No discurso pedagógico da Matemática – o campo de uma Educação Matemática – interação posturas, metodologias, didáticas, textos escritos e falados, “esferas” obviamente não disjuntas. Interessados nas formas de tratamento da linguagem matemática em cursos formais,

nos restringiremos, aqui, à busca de similaridades e divergências entre essas duas formas de manifestação discursivas da Matemática: a pedagógica e a "científica".

Como elementos de reconhecimento mútuo, temos que ambos os discursos pautam-se na construção do conhecimento matemático plasmada na comunicação, na negociação oral de significados e na mediação desempenhada pelo texto escrito. E nesses mesmos elementos encontramos as divergências entre os discursos: a comunicação entre os especialistas, na prática científica, restrita a um grupo fechado, funda-se na competência de conteúdos e no domínio absoluto da linguagem própria da área. A comunicação na prática pedagógica, ao contrário, é rica em pluralidades: contextos educativos distintos são distintos mundos, comportando pessoas distintas quer seja em relação aos conteúdos, quer seja quanto ao domínio lingüístico – comum ou formal – envolvido, havendo diferentes vivências contextuais em jogo (vivências essas que a pertença a um grupo, na prática científica, trata de abrandar, partindo de uma "homogeneidade" entre os filiados). Há significativa diferença na qualidade das mensagens enviadas em cada um desses grupos: no discurso científico, são tratadas formas de Matemática em estado nascente; no pedagógico, trabalha-se com uma Matemática já solidificada, disponível, intensivamente reproduzida. Também é distinta a mediação feita pelo texto: sua função, na prática científica, é de divulgação, escoamento de produção; na prática pedagógica, a função precípua é a da aprendizagem. A natureza dos textos envolvidos difere relativamente, embora caracterizem-se, ambos, pelo modo apresentacional, sendo negligenciadas as formas de apreensão de conceitos, as trajetórias para obtenção de resultados: o "caminho das pedras", em suma. Textos didáticos são "quase-formais", enquanto textos científicos são radicalmente formalizados.

Textos e Hermenêutica

Falamos em discurso, textos, oralidade e escrita, termos que nos são caros e que necessitam elaboração para que seus elementos mais tênues – freqüentemente negligenciados – possam ser investigados. Discurso, escrita, oralidade, linguagem estão interconectados quando tratamos de pensar os processos interpretativos. A “Hermenêutica” – termo cujo sentido será mais adiante, neste capítulo, elaborado, mas que pode, desde já, ser tomado como “uma teoria geral da interpretação” – entra em cena.

Paul Ricoeur, filósofo francês, afirma que uma abordagem à Hermenêutica deve privilegiar basicamente três elementos – que acabam se ramificando em vários outros – fundamentais para a compreensão da existência: o discurso, o texto e as posturas aparentemente conflitantes assumidas na interpretação.

Linguagem será aqui tomada como discurso, isto é, a explicitação da inteligibilidade, o que torna possível manifestar nossas compreensões acerca de algo. Manifestando-se a compreensão via linguagem, esta liga-se à Ontologia por falar da realidade do ente sobre o qual construímos nossas compreensões. Além disso, a linguagem possui a capacidade de reter compreensões e expressá-las em discursos compreensíveis, como a fala e a escrita, permitindo, ainda, que regiões do conhecimento sejam formadas, posto que compreensões podem ser agrupadas sob certos aspectos e expressas em linguagens específicas. Discurso, tido como articulação da inteligibilidade, aparece aqui como uma forma de manifestação da linguagem, “evento” da linguagem. Eventos, porém, são evanescentes, transitórios. Aparentemente, então, coloca-se como paradoxo um discurso-evento. Ocorre que a significação do evento dá ao discurso seu caráter duradouro.

A significação do evento, vista como um entrelaçamento entre nome e verbo, atingida na comunicação – embora não de forma unívoca – dá ao discurso seu caráter de “evento duradouro”. É pela significação do evento que o discurso pode identificar-se e re-identificar-se com o mesmo, de maneira que o possamos dizer novamente ou por meio de outras palavras, nos ensina Ricoeur. Essa dialética evento/significação mostrar-se-á plenamente na comunicação.

A comunicação é um modo do humano expressar-se em sua mundaneidade. A comunicação torna possível que a experiência vivida por uma pessoa “passe” para outra. Entretanto, a experiência vivida, como experienciada por quem a experienciou, permanece incomunicável. Todavia, sendo comunicação, o humano sempre expressa sua compreensão fundada nessas experiências vividas: o paradoxo da comunicação. O que é, então, comunicado se as experiências vividas, como vividas, são incomunicáveis? Trata-se de um jogo de revelações e ocultamentos. Para que a comunicação tenha lugar é necessário que se quebre essa solidão fundamental do humano – a incomunicabilidade da experiência própria: nossa experiência, embora de certo modo privada, na comunicação desvela-se em fagulhas, indicativos, preenchidos de significado pelo outro a partir de seu contato com o mundo. Segundo Ricoeur, “o que é experienciado por uma pessoa não pode transferir-se como tal e tal experiência para mais ninguém. E, no entanto, algo se passa de mim para vocês. Eis o milagre. A experiência experienciada, como vivida, permanece privada, mas seu sentido, sua significação, torna-se pública”.

O contexto, *locus* da significação, coloca-se como uma possibilidade de superação da não-comunicabilidade da experiência. Decorre dessas considerações que

o humano, não lhe bastando um sentido, procura por uma referência. Tal referência se descortina num conflito entre ela própria e o sentido, tendo como condição ontológica o trazer à experiência. Assim, a referência carrega a dimensão pública da significação ao fazer com que o outro perceba, na comunicação, a experiência experienciada como vivida. Dessa forma, esse nosso exercício em Filosofia da Educação Matemática, nesse livro, foi concebido como um *locus* de significação, uma tentativa de oferecer uma referência às teorias previamente esboçadas no capítulo inicial. Aquelas teorias surgem da necessidade de se compreender práticas (no caso particular desse segundo capítulo, as práticas vinculadas à linguagem e ao estilo matemáticos) e essas práticas, aqui discutidas, ocorrem nutrindo-se daquele arsenal teórico, especificando-o.

Assim, linguagem será concebida como discurso. Mas nenhuma teoria da interpretação será possível se não nos preocuparmos, também, com o problema da escrita, do texto. Texto será por nós pensado como o discurso fixado pela escrita,¹ sendo o escrito a captação da expressão por grafismos que representam as articulações dadas por essas manifestações. O texto, sabemos, é posterior à articulação. O que se fixa pela escrita é um discurso que se manifestou, mas que é fixado porque não se o diz mais. São as marcas materiais que, no texto, transportam a mensagem. A significação ao texto ocorre na leitura, no reviver dessas marcas materiais. Muito mais que uma simples decodificação de sinais gráficos, a leitura deve ser vista como um doar-se ao dito pelo texto, um ato de conhecimento. O que a leitura apresenta é a

¹ "Texto" estará, nesse exercício, essencialmente conectado à "escrita". É concebido, portanto, como uma particularização de sua caracterização mais ampla, apontada no primeiro capítulo deste trabalho.

possibilidade de revelação do mundo ao leitor. Na leitura, a escrita universaliza o discurso no sentido de possibilitar – ao menos potencialmente – para qualquer leitor o acesso a seus sinais gráficos, enquanto a fala particulariza seu discurso para um auditório restrito, não podendo prescindir da situação em que os interlocutores estão presentes em tempo real. Se, como no senso comum, tomássemos discurso como fala ou troca de perguntas e respostas, pensaríamos na leitura do texto como um diálogo entre autor e leitor. No entanto, o que se mostra no texto não é, do autor, o dizer, mas sua intenção de dizer. Leitura, portanto, é diálogo entre o leitor e a intenção de dizer de um autor. Sendo assim, o nascimento do texto dá-se na leitura atenta, onde escrita e palavra confundem-se, possibilitando a compreensão do discurso da intenção de dizer.

Na compreensão do dito pelo texto vários fatores interagem, perfazendo a dinâmica da interpretação. Atuam, nessa compreensão, os direitos do autor que no texto coloca suas percepções e experiências no desejo de torná-las públicas; os direitos do texto que carrega em si – independente do como e quando foi gerado – as marcas materiais que transportam a mensagem; o direito do leitor que pode atribuir significado ao texto, transformá-lo e interpretá-lo livremente, re-dizê-lo, re-contextualizá-lo. Os direitos do autor e do leitor convergem numa importante luta que gera a tensão que sustenta o movimento da interpretação/compreensão que, por dar-se no círculo existencial hermenêutico, nunca finda.

Hermenêutica sugere interpretação. Richard Palmer afirma que a palavra grega *hermeios* referia-se ao sacerdote do oráculo de Delfos. Essa palavra, o verbo *hermeneuein* e o substantivo *hermeneia*, mais comuns, remetem para o deus mensageiro alado, Hermes, de cujo nome

essas palavras aparentemente se originaram. E é significativo que Hermes associe-se a uma função de transformação – transformar tudo aquilo que ultrapassa a compreensão humana em algo que essa inteligência possa compreender. Em Aristóteles, no tratado *Peri Hermeneias*, o termo ainda não significa rigorosamente “interpretação”, mas enunciação. O significado antigo mais difundido liga a palavra “Hermenêutica” ao estudo de textos sagrados da Igreja, como a defesa de Santo Agostinho sobre a necessidade de regras claras para o estudo das escrituras. Em meados de 1600, o termo aparece para nomear o conjunto de normas que norteariam os comentários sobre as escrituras. Essa vinculação Hermenêutica/ Exegese permanece até o final do século XVII, quando o tratamento hermenêutico sai da esfera da Teologia. O filósofo alemão Schleiermacher, criticando seus antecessores, no início do século XVIII, afirmava faltar à Hermenêutica de seus precursores contemporâneos considerações sobre o ato de um ser vivo, humano, dotado de sentimentos e intuições. Faltava-lhes perceber o ato de compreensão como fundante de todo processo hermenêutico: compreende-se para interpretar e, interpretando, compreende-se mais e mais, num fluxo contínuo, sem fim. Nessa retroalimentação interpretação-compreensão, Schleiermacher estabelece, então, o eixo de todo o processo existencial: o círculo hermenêutico. O círculo existencial hermenêutico é o próprio movimento de interpretação no qual a existência humana acontece. No que diz respeito ao ensino e à aprendizagem de Matemática, no círculo hermenêutico ocorrerá não somente a compreensão de conteúdos mas, num exercício radicalizado na Filosofia da Educação Matemática, ocorrerá também a meta-compreensão desses conteúdos, seu cenário contextual e suas decorrências.

A postura hermenêutica – que acreditamos deva ser assumida por professores e alunos em sala de aula – é, portanto, parte do processo existencial hermenêutico. Tal postura exige o debruçar-se sobre o texto – qualquer que seja – e nele aprofundar compreensões que subsidiem interpretações outras, que forneçam bases para compreensões futuras e outras interpretações e compreensões. Com isso, nas salas de aula de Matemática estarão sendo elaborados significados para práticas científicas e pedagógicas da Matemática, privilegiando o social e o histórico – dado que a interpretação não ocorre descontextualizadamente e que nenhuma trama de significados se estabelece sem as negociações próprias que ocorrem num mundo em que se vive-com-o-outro, tal é o significado de com-vivência.

Texto matemático e possibilidades de interpretação

O texto de Matemática é elemento fundamental para se caracterizar tanto o que chamamos de discurso científico da Matemática como o que caracterizamos como discurso pedagógico da Matemática. O livro didático, muitas vezes, é o único auxiliar do professor em sala de aula. E assim como podemos esboçar as características do que tem sido chamado "ensino tradicional" focando nosso olhar na postura conservadora do professor, ou no poder absoluto desse professor exercido sem limites em sala de aula, nas didáticas de manutenção do quadro de fracasso ou, ainda, no assujeitamento de professores e alunos frente às demandas da política educacional ou das instituições; com facilidade podemos também incluir dentre esses nossos elementos de caracterização a utilização que tem sido feita dos manuais didáticos como auxiliares do ensino e da aprendizagem de Matemática. O texto de Matemática é um *locus* privilegiado no

qual a linguagem matemática – formal e classicamente – manifesta-se.

O texto matemático tem um estilo que o diferencia de qualquer outro texto. Construído a partir de uma gramática própria, a Lógica Matemática, e explicitado com os recursos de uma linguagem artificial, no sentido de ser constituída por símbolos que pretensamente dispensam semântica, o texto matemático é apresentacional no sentido de ocultar os caminhos de elaboração das argumentações nele expostas. Re-traçar essa trajetória de construções é um dos papéis que alunos e professores têm à frente. Para esse re-traçar sugere-se, então, um trabalho hermenêutico do texto matemático para as salas de aula.

Num texto de 1958, George Steiner trata, em seus dois primeiros capítulos, da atual crise na alfabetização humanista, mostrando o crescente domínio da linguagem dita “científica” – em detrimento da literário-poética – e, dentro dessa, a predominância da linguagem matemática. Segundo Steiner, depois que a Matemática torna-se moderna – referindo-se não ao movimento dos anos 50/60, mas ao rigor da Matemática que caracteriza o século XVIII – a Matemática deixa de ser um instrumento do empírico. Converte-se em linguagem fantásticamente fecunda, complexa e dinâmica. E a história de tal linguagem – afirma Steiner – caracteriza-se pela progressiva intraduzibilidade. Temos, assim, uma linguagem simbólica com paráfrase também simbólica. Steiner admite, no correr do texto, a existência de tentativas de aproximação entre as linguagens formal e materna, e, para espanto nosso – pois nossos estudos, até então, nos levavam a compreensões distintas –, conclui que algumas das expressões da linguagem formal parecem conservar um significado genérico, tendo a aparência de uma metáfora, o que, entretanto, “é uma ilusão”. Dez anos

após escrever essa passagem, porém, Steiner acrescenta a ela uma nota de rodapé, resgatando-nos daquele espanto causado pela frase inicial: "Já não tenho certeza de que seja assim... mesmo a metáfora ilícita, o termo tomado de empréstimo, embora mal compreendidos, talvez sejam parte de um processo de reunificação". Essa reunificação, segundo pensamos, poderia servir de suporte para a compreensão aos objetos matemáticos – mesmo que por via mais longa e tortuosa do que a interpretação linear – que, além de outros fatores, a história como auxiliar do ensino e conduziria uma ação crítica frente ao texto. Nesse movimento interpretativo, agregam-se metáforas ilícitas,² formas de aproximação ao que o texto diz – ou modos de atribuímos significado ao texto – que, em princípio, não parecem ser "naturais". Tais metáforas, incorporadas à leitura do texto, ancoram a constituição de uma trajetória de construções e re-construções para que os conceitos possam ser formados de modo cada vez mais significativo. Essa é, em resumo, a proposta de uma abordagem hermenêutica aos textos de Matemática.

Professor e alunos têm horizontes de compreensão, pois estão situados no mundo. Percebem e percebem-se. Como seres da História, pertencentes à civilização, herdam, por essa pertença, uma tradição que os une. Nessa tradição, na herança comum do humano, reside a possibilidade do diálogo hermenêutico. A facticidade de pertencermos a um certo tempo e lugar dá igualdade de condições para o acesso ao texto, tanto para o professor quanto para os alunos, possibilitando, assim, compreensões. É no

² Na leitura do texto matemático, o apoio dado pelo dicionário ou pela atenção ao modo como expressões matemáticas são utilizadas na linguagem cotidiana são exemplos dessas metáforas: são um apoio – essencial, segundo nosso ponto de vista – para que o leitor atribua significado ao texto.

encontro dessa pertença – que nos dá uma herança comum, uma tradição que ora se esconde, ora é revelada – e o horizonte do intérprete, que se coloca a experiência hermenêutica. A pertença possibilita tanto o acesso ao texto quanto a compreensão pelas vias da interpretação em igualdade de condições. A atribuição de significados, porém, é elaboração do intérprete. Na fusão dos horizontes de compreensão do professor e dos alunos o texto descortina sua mensagem de forma a inserir-se em ambos os horizontes, cada qual a seu modo. A significação é, portanto, fator preponderantemente idiossincrático. Ela não está no texto ao modo como uma “coisa” estaria: ela é atribuída ao texto pelo leitor. A referência aos elementos do mundo – tão necessária nos processos de ensino e de aprendizagem – pressuposta nessa significação coloca-se como uma aplicação do expressado à realidade factual do intérprete, tornando tal significação presente, perceptível, compreensível, comunicável. Aplicação, aqui, mostra-se como referência, e faz com que o texto, na leitura, re-viva, contextualizando o presente no qual se coloca a tarefa hermenêutica. Tal tarefa tem, então, a função de tirar o texto da alienação em que se encontra, recolocando-o no presente vivo do diálogo, cuja primeira – mas não definitiva – realização é a pergunta e a resposta.

Não estamos tratando aqui da necessidade de uma coincidência congenial entre leitor e autor. É equivocado pensar que intérprete e autor possam aproximar-se num processo tal que um retome os processos mentais do outro. Não se trata da apropriação do gênio do autor. Aquilo de que importa apropriar-se, nos ensina Ricoeur, é o sentido do próprio texto, concebido de modo dinâmico como a direção do pensamento aberta ao texto. Por outras palavras, aquilo de que importa apropriar-se nada

mais é do que o poder de desvelar o mundo, o que constitui a referência do texto. É impossível aproximar-se "congenialmente" do autor do mesmo modo como é impossível o intérprete reger-se pela compreensão do endereçado original do texto. O sentido do texto está aberto a quem quer que o possa ler. A onitemporalidade da significação – não de autor e intérprete – é o que abre o texto a leitores incógnitos.

A produção de textos matemáticos como feita pela prática científica da Matemática rege-se por parâmetros próprios. Trabalham os matemáticos com uma Matemática em estado nascente e as negociações de significado dão-se em grupos que, de certa forma, são homogêneos: seus componentes têm a mesma linguagem, conhecem os mesmos instrumentos, partilham de uma realidade contextual extremamente próxima, manipulam os mesmos conceitos. Mesmo nisso há uma hermenêutica a reger o trabalho de decodificação de símbolos e elaborações, uma atribuição de significados compartilhados que interpreta, analisa e produz textos. Não poderia ser diferente. Nosso foco, entretanto, volta-se para a produção de significado aos textos do domínio do discurso pedagógico da Matemática. Nesse domínio, as construções matemáticas são reconstruções de um conhecimento já disponível – embora cada aluno os re-construa, em sua vívida criatividade, como que em seu estado nascente – e ocorrem em ambientes extremamente heterogêneos, ao que já fizemos referência.

A postura hermenêutica no discurso pedagógico da Matemática exige, sim, o apoio das metáforas ilícitas, dos erros conceituais, das aproximações possíveis entre termos matemáticos que ao mesmo tempo são termos da linguagem usual (e disso são tantos os exemplos), dos dicionários. Não se trata de negar a hermenêutica

realizada por uma dada comunidade, mas de perceber que essa postura hermenêutica não dá conta de todas as situações. Alguns enfoques e abordagens à hermenêutica – ainda que sempre constitutivos da compreensão – são, por vezes, impotentes, precisando recorrer a outras práticas e alternativas. É o que ocorre se estivermos, ao invés da Matemática, nos referindo à Educação Matemática.

Se a Filosofia da Educação Matemática nos coloca a pergunta “Por que a Hermenêutica no discurso pedagógico da Matemática?” (cuja resposta tentamos, até o momento, esboçar), é lícito perguntarmos, particularizando o domínio dessa mesma questão, “Por que a Hermenêutica na formação de professores?”.

O trabalho com textos em cursos de formação de professores inclui possibilidades de outra natureza. Além do tratamento ao texto para que os conceitos sejam compreendidos, o futuro professor precisa munir-se de argumentos para que o estudo desses textos seja significativo para si, como estudante e como futuro docente: é preciso conhecer e reconhecer os meandros que cercam o texto matemático, as teias de sua produção, a racionalidade de sua gramática, as exigências da comunidade matemática e o modo pelo qual as exigências dessa comunidade insinuam-se nos textos didáticos. É preciso que o enfoque hermenêutico possibilite a constituição de uma postura crítica não só em relação ao conteúdo próprio do texto e aos modos de compreender esse conteúdo, mas também em relação às particularidades que cercam o texto, aos jogos e negociações que o fazem ser o que é, as articulações extra-texto. É preciso, portanto, transcender uma postura técnica e consolidar uma postura crítica frente ao texto matemático.

Uma crítica à abordagem dedutiva e formal como proposta pedagógica

No início deste capítulo, consideramos os discursos científico e pedagógico e elaboramos, mesmo que sinteticamente, elementos para análise mais demorada. Mas o essencial para nossos propósitos não foi ainda claramente explicitado: trata-se do tráfego de concepções existente entre os domínios científico e pedagógico, um tráfego que o exame hermenêutico ao texto de Matemática traz à tona.

Na sala de aula de Matemática, posturas e valores, próprios do campo da pesquisa, insinuam-se, são reproduzidos, fortalecidos e legalizados. Há um deslizamento da prática científica para a prática pedagógica da Matemática, prevalecendo o discurso científico sobre o discurso pedagógico, como pertinentemente apontado no trabalho de Maria Regina Gomes da Silva.

Nesse deslizamento de concepções, parece ser natural que a forma de argumentação utilizada para garantir a validade do conhecimento matemático seja, hegemonicamente, a prova rigorosa, a demonstração formal. Ela é o foco de convergência dos olhares quando da gestação, geração, análise e avaliação do conhecimento matemático, quer seja na prática científica, quer seja na prática pedagógica desenvolvida, principalmente, nos cursos superiores.

Em artigo de 1970, Morris Kline, debatendo-se contra a implantação do que foi então chamado Matemática Moderna, defende que a visão da abordagem dedutiva e formal como sendo a essência da Matemática é equivocada. Kline pretende, com sua possante retórica e apoiado em exemplos históricos extremamente esclarecedores, restabelecer o primado da intuição nos processos

de criação do conhecimento matemático, advogando para que essa atenção à intuição seja levada às salas de aula como proposta pedagógica.

“Primeiro ponto”, defende Kline,

a Matemática é uma atividade cujo primado é da atividade criativa, e pede por imaginação, intuição geométrica, experimentação, adivinhação judiciosa, tentativa e erro, uso de analogias das mais variadas, enganos e confusões. Mesmo quando um matemático está convencido de que seu resultado é correto, há muito para ser criado até encontrar a prova disso. Como Gauss afirmou: ‘Tenho meu resultado, mas ainda não sei como obtê-lo’. Todo matemático sabe que trabalho árduo é necessário e o sentido da realização deriva do esforço criativo. Construir a forma dedutiva final é uma tarefa entediante. A lógica não descobre nada, nem o enunciado de um teorema nem sua prova, nem mesmo a construção de formulações axiomáticas de resultados já conhecidos. Há um outro motivo pelo qual a versão lógica é uma distorção. Os conceitos, teoremas e provas emergem do mundo real. A organização lógica é posterior. De fato, se for pedido a um aluno realmente inteligente que cite a lei comutativa para justificar, digamos, $3.4 = 4.3$, ele muito bem pode perguntar: ‘Por que a lei comutativa é correta?’. De fato, nós aceitamos a lei comutativa porque nossa experiência com grupos de objetos nos diz que $3.4 = 4.3$ e não o contrário. A insistência na abordagem dedutiva engana o aluno ainda de outro modo. Ele é levado a acreditar que a matemática é criada por gênios que começaram pelos axiomas e raciocinaram diretamente desses axiomas para os teoremas. O aluno sente-se humilhado e desconcertado, mas o professor, prestativo, está totalmente preparado para demonstrar-se como um gênio em ação. Talvez a maioria de nós não necessite ouvir como a Matemática é criada, mas parece ser útil atentar para as palavras de Félix Klein: ‘Você pode ouvir de não-matemáticos, especialmente dos filósofos, que a Matemática consiste exclusivamente em traçar conclusões

a partir de premissas claramente enunciadas; e que, nesse processo, não faz diferença o que essas premissas significam, se são verdadeiras ou falsas, desde que elas não se contradigam. Mas alguém que tenha produzido Matemática falará algo bem diferente. De fato, aquelas pessoas estão pensando somente na forma cristalizada na qual as teorias matemáticas são apresentadas ao final de um processo. O investigador em Matemática ou em outra ciência, entretanto, não trabalha nesse rigoroso esquema dedutivo. Ao contrário, ele faz uso essencial de sua imaginação e procede indutivamente, apoiado por expedientes heurísticos. Pode-se dar numerosos exemplos de matemáticos que descobriram teoremas da maior importância que eles mesmos não puderam provar. Poderíamos, então, nos recusarmos a reconhecer isso como uma enorme realização e, em referência ao que foi dito acima, insistir que isso não é matemática? Nenhum julgamento de valor pode negar que o trabalho indutivo da pessoa que primeiro anuncia um teorema é, ao menos, tão valoroso quanto o trabalho dedutivo daquele que primeiro o provou. Pois ambos são igualmente necessários, e a descoberta é a pressuposição de sua conclusão posterior'.

Há, no texto de Kline, severa crítica aos filósofos, o que pode estabelecer uma contradição nesse nosso capítulo, posto que advogamos ser tarefa da Filosofia explicitar fundantes e, no caso específico da Filosofia da Educação Matemática, elaborar a auto-percepção do próprio processo de conhecimento dos objetos envolvidos no ensino e na aprendizagem de Matemática, visando a uma imersão consistente na prática. Mas a contradição – que advém da dicotomia radical entre comunidades –, segundo cremos, é apenas aparente. Práticas hegemônicas estão presentes, diluídas em várias manifestações claramente perceptíveis, embora não possam, com facilidade ou justiça, ser creditadas especificamente a um grupo ou

outro. Há práticas hegemônicas e elas tendem a preservar o tradicionalismo, os métodos clássicos, a defesa da unicidade dos significados matemáticos, a interpretação única do texto didático de Matemática. Há práticas hegemônicas do mesmo modo como há focos de resistência. Seria equívocado estabelecer essa questão como uma disputa entre quadrilhas. Há matemáticos resistentes à mudança como há educadores matemáticos resistentes, ou seria mais correto afirmar que há auto-denominados matemáticos resistentes e auto-denominados educadores matemáticos resistentes à mudança. Convivemos com profissionais que, em seu trabalho diário, bem nos mostram pesquisas recentes, desenvolvem e reproduzem a ideologia da certeza matemática como certeza absoluta, do método dedutivo como redentorista e da concepção de que a excelência do conteúdo, por si, garante a prática pedagógica. No mais, convivemos com os vetores da mesma ideologia que, em meados da década de 60, instituiu a Matemática Moderna que, nesse artigo, é alvo de Kline. O conservadorismo não pode, portanto, em termos absolutos, ser creditado à uma ou outra comunidade.

Entende-se, porém, que a prática de pesquisa em Matemática tem certos valores e procedimentos baseados nesses valores, que tendo se revelado como extremamente produtivos para a criação matemática, estabelecem-se como hegemônicos e deslizam ideologicamente para a prática pedagógica. Ocorre que a história e as experiências contextuais nos têm mostrado que tais procedimentos e valores da prática científica de Matemática parecem não ser convenientes para uma prática pedagógica de Matemática que se pretenda consistente. Disso tudo, podemos estabelecer que a prática científica de Matemática é tendencialmente conservadora ao passo que a prática pedagógica da Matemática – objeto central

de uma Educação Matemática – deve buscar estabelecer-se como contrária a alguns conservadorismos.

Uma das manifestações mais claras desse conservadorismo pode ser encontrada não só nos textos didáticos de matemática, mas também no modo como esses textos de matemática são levados às salas de aula. Caracterizados por seu modo apresentacional, ao que já nos referimos, numa linguagem extremamente formalizada e por vezes introduzida precocemente, os textos parecem privilegiar a concepção de uma matemática pronta, cujo alcance requer esforço individual, "traduções" unívocas e corretas, raciocínios sempre claros, diretos, assépticos. Uma abordagem ao texto e, conseqüentemente, à linguagem matemática e à própria matemática, que negligencia qualquer possibilidade de exame hermenêutico. Um modo de ação frente ao texto didático que preserva um estilo: o estilo matemático. Esse estilo matemático impõe-se seguindo os parâmetros rígidos de uma lógica formal que dita as formas pelas quais toda e qualquer argumentação acerca do conteúdo matemático deve ocorrer. O modo apresentacional do texto de matemática preserva, defende e perpetua a prova rigorosa como a forma ideal e única de acesso às justificativas matemáticas. Caracteriza-se, assim, a prova rigorosa como a essência do estilo matemático.

*Técnica e crítica: a prova rigorosa
e o estilo matemático*

A partir desse ponto, algumas questões devem nortear nossa investigação: o que é a prova rigorosa? Por quais caminhos iniciou sua presença, hoje dominante, na produção de conhecimento matemático? Há outras possíveis formas de argumentação sobre a validade das

afirmações em Matemática? Quais (e por que) resistências têm sido enfrentadas para a utilização de modos alternativos de justificar?

Buscar o caminho histórico que constitui a prova rigorosa como fundamental ao estilo matemático passa, naturalmente, pela constituição da própria matemática como ciência hipotético-dedutiva. As raízes históricas dessa constituição parecem iniciar-se na Grécia, tendo *Os Elementos* de Euclides um papel essencial nessa trajetória. Certamente formas de argumentação sobre proposições de natureza matemática podem ser encontradas em registros bem anteriores. Posto que todo conhecimento é um acumular de esforços, temos que todas as manifestações argumentativas em torno da verdade matemática parecem desembocar na sistematização realizada por Euclides no terceiro século antes da era cristã. O programa euclideano pode ser visto, inclusive, como inspiração da formalização que modernamente se cristalizará com a Axiomática de Hilbert.

Duas são as explicações mais freqüentemente dadas a essa transformação. Arsac trata dessas duas teses, gerando, por exclusões e complementações, uma terceira. A tese clássica sobre os motivos para o surgimento da prova rigorosa – conhecida como “externalista” por não envolver diretamente a produção de conhecimento matemático – é dada na afirmação de que, naturalmente, ocorreria, na Matemática então produzida, a aplicação das regras do debate argumentativo que governava a vida política na cidade grega, a *polis*. Por outro lado, a tese internalista, cuja pergunta é “qual problema (matemático) tornou necessária a demonstração?” – considera como gerador da transformação o obstáculo enfrentado com a questão da irracionalidade. Em relação a essa tese, duas faces devem ser consideradas:

uma análise num quadro aritmético e outra num quadro geométrico. No primeiro, constata-se que o número 2 não admite raiz quadrada racional, enquanto que na abordagem geométrica constata-se a impossibilidade da diagonal do quadrado admitir partição comum com seu lado. A incomensurabilidade, porém, é impossível de ser constatada única e exclusivamente a partir do traçado gráfico. Pela figura, acreditar-se-ia na possibilidade da partição comum. Assim, as provas da irracionalidade no domínio aritmético implicam o uso do raciocínio por absurdo. Não se pode, entretanto, precisar o grau de abstração e a necessária axiomatização do conceito de número utilizada, mas essas considerações permitem a Arsac elaborar uma nova tese, dupla: (a) sem o problema da irracionalidade a transformação da Matemática em ciência hipotético-dedutiva não se daria, mesmo na sociedade grega; e (b) num outro contexto social, mesmo se confrontados com o mesmo problema, a Matemática não teria se transformado como ocorreu na Grécia.

O programa euclideano vem dar a forma ideal para que a Matemática se consolide/cristalize como ciência hipotético-dedutiva. Posteriormente, essa cristalização alia-se à simbolização e às regras da lógica – que regem a argumentação –, forjando o modo pelo qual a Matemática pode ser reconhecida, mostrando-se em textos. A formalização textual, embora carregando certas vantagens ao pensar matemático, cria lacunas que, na prática pedagógica, devem ser superadas. Essa superação exige, como já consideramos, um exame hermenêutico ao texto. E é a própria formalização que, por fim, pede por essa atribuição de significados, ao exigir a intraduzibilidade e, ao mesmo tempo, conservar latente, em si, o sentido da verdade que se quer desvelar. Ao mesmo tempo em que se mitifica, o texto de Matemática abre-se

à possibilidade de ter seu sentido revivido pelo trabalho hermenêutico.

Lavalle afirma que o texto, pela formalização, torna-se dominável, certo, tranqüilizador e rigoroso. “A formalização se apresenta sempre como elaboração, remanejamento de um discurso espontâneo, natural, ingênuo, centrado na intuição da presença do objeto. Uma ‘palavra’, segundo a expressão de Bourbaki, é um signo no texto inicial, isto é, totalidade de um significante e de um significado. O que é signo para o matemático em sua prática primeira torna-se forma vazia na formalização de seu texto. O ponto capital em tudo isso é que a forma não suprime o sentido, ela não faz senão empobrecê-lo, afastá-lo, conservá-lo a sua disposição. Crê-se que o sentido vai morrer, mas é uma morte em moratória: o sentido perde o seu valor, mas guarda a vida, da qual a forma do mito vai nutrir-se. A Matemática torna-se mítica quando procura fundar-se pela exclusão do sentido.”

Prova e demonstração são tidos como sinônimos: é a argumentação que atesta a veracidade ou autenticidade; o que dá garantias; é testemunho, processo de verificação da exatidão de cálculos ou raciocínios; é dedução que mantém a verdade de sua conclusão, apoiando-se em premissas admitidas como verdadeiras. Em Matemática, “prova” ou “demonstração” sempre vêm, implícita ou explicitamente, adjetivados: são rigorosas. A necessidade ou não de uma tal adjetivação dependerá, em muito, dos aspectos focados: para uns – os matemáticos chamados “puros” – uma prova é, já, prova rigorosa. Para outros, o rigor estabeleceria, entre as várias provas matemáticas possíveis, aquelas herdeiras diretas da sistematização euclideana. O programa de Euclides, plasmado numa concepção platônica, contemporaneamente assegurado e elevado ao status de essencial ao fazer matemático

opera principalmente pelo formalismo, concepção que mais do que qualquer outra abordagem intervém no fazer cotidiano da sala de aula e na própria produção científica em Matemática. A noção de prova é um dos principais eixos pelo qual trafegam as concepções sobre Matemática. Nesse eixo são engendrados, como pudemos considerar, o caráter mítico da Matemática, sempre alimentado por uma proliferação desmedida da ideologia da certeza, pelas significações unívocas de seus conceitos e por seu caráter de eternidade espaço-temporal.

Trata o exame hermenêutico, portanto, de relativizar essas formas de tratamento ao objeto matemático, instaurando em sala de aula processos legítimos de apropriação de significado diversos daqueles empregados pela prática científica de Matemática. Tratará o exame hermenêutico, a partir das perspectivas aqui discutidas, de disparar ações críticas, suavizando as posturas classicamente técnicas. Mais uma vez, não se trata de estabelecer, também aqui, dicotomias absolutas. Técnica e crítica complementam-se. Talvez um exame hermenêutico desses termos possa conduzir melhor essa nossa linha de pensamento.

Como técnico tomamos o que é subjugado por normatizações postas, definidas, as quais terminam por adjetivar as trajetórias que buscam, objetivamente, um fim. Segundo Lalande, o vocábulo "técnica" pode ser concebido como um conjunto de procedimentos bem definidos e transmissíveis, destinados a produzir resultados considerados úteis, sendo entendido em oposição à reflexão. O dicionário filosófico de Japiassú e Marcondes apresenta "técnica" como habilidade prática, originalmente concebida, no debate científico, como oposta ao contemplativo: "A ciência era considerada um conhecimento

puro, contemplativo, da natureza do real, de sua essência, sem fins práticos. A técnica, por sua vez, era um conhecimento prático, aplicado, visando apenas a um objetivo específico." Em Giles encontramos, vindo de Aristóteles, o verbete *techné*, termo grego no qual radica nossa "técnica": "1. No sentido mais geral, qualquer coisa criada propositalmente por seres humanos, em contraste com aquilo que resulta de obra da natureza. 2. O artesanato, uma técnica; uma aptidão, o que inclui a capacidade de fabricar objetos (escultura, roupa, sapatos, vasos, poemas etc); de fazer algo (ensinar, curar, a diplomacia); de apresentar (declamar, dramatizar, cantar). 3. Em termos precisos, o conhecimento sobre como fazer ou fabricar algo. 4. O conhecimento racional, profissional, de regras de procedimentos envolvidos em fazer ou fabricar algo. Inclui-se sob esse rótulo uma variedade de ciências e artes." Essa dimensão da arte envolvida no termo "técnica" é também apontada por Ubiratan D'Ambrósio, no vocabulário crítico do seu *Etnomatemática*, livro de 1990: "'tica' [presente em matemÁTICA] sem dúvida vem de *techné*, que é a mesma raiz da arte e da técnica". Essa breve hermenêutica do termo, apoiada na etimologia, mostra uma face que o uso corriqueiro da linguagem, num primeiro instante, despreza: há arte na técnica.

Ao termo "crítico" atribuímos, também, o significado mais original, ditado pela filosofia e tornado tema kantiano com o sentido de "livre e público exame". Segundo Lalande, crítica é o exame de um princípio ou de um fato a fim de produzir sobre ele um juízo de apreciação; segundo Japiassú e Marcondes, crítica tem o sentido de atitude do espírito que não admite nenhuma afirmação sem reconhecer sua legitimidade; uma abertura aos fundamentos, no desejo de aprofundar as raízes

do movimento de interpretação/compreensão/comunicação que constitui nossa abordagem ao mundo.

Nos sentidos apontados, nem técnica exclui o viés da criatividade – pois não é tida como mero fazer mecânico – nem crítica ignora o saber técnico como possível referência. Para esclarecer os possíveis contatos entre termos que, longe de serem sinônimos, mantêm relações muito próximas, somos levados à Gadamer.

Em seu *Verdade e Método*, obra capital para a filosofia, Gadamer afirma:

Vemos a ação governada pelo conhecimento, numa forma exemplar, quando os gregos falam de *techné*. É a habilidade, o conhecimento do artesão que sabe como fazer algo específico. Sabemos que Sócrates e Platão aplicaram *techné* ao conceito de ser homem e é inegável que, nisso, eles descobriram algo verdadeiro. Na esfera política o modelo da *techné* tem uma função eminentemente crítica, no que revela a insustentabilidade do que é tido como a arte da política, na qual todos os envolvidos – isto é, todos os cidadãos – se consideram *experts*. De modo distintivo, o conhecimento do artesão é o único que Sócrates, em suas conhecidas considerações acerca da experiência de seus conterrâneos, reconhece como conhecimento real dentro de sua esfera. Mas mesmo os artesãos o desapontam. Seu conhecimento não é o verdadeiro conhecimento que constitui um homem e um cidadão como tais. Mas é um conhecimento real. É arte e habilidade reais, e não meramente um alto grau de experiência.

A referência a Sócrates, certamente, vem do diálogo platônico *Defesa de Sócrates*: "Por fim fui ter com os artífices; tinha consciência de não saber, a bem dizer, nada, e certeza de neles descobrir muitos belos conhecimentos. Nisso não me enganava; eles tinham conhecimentos que me faltavam; e eram, assim, mais sábios que eu. Contudo, atenienses, achei que os bons artesãos

têm o mesmo defeito dos poetas; por praticar bem sua arte, cada qual imaginava ser sapientíssimo nos demais assuntos, os mais difíceis, e esse engano toldava-lhes a sabedoria. De sorte que perguntei a mim mesmo, em nome do oráculo, se preferia ser como sou, sem a sabedoria deles em sua ignorância, ou possuir, como eles, uma e outra; e respondi, a mim mesmo e ao oráculo, que me convinha mais ser como sou.”

É também em Platão que Jaeger se apóia: “Platão compreende que o homem não dita as leis a seu bel prazer, mas que a situação constitui um fator determinante. São a guerra, a miséria econômica, a doença e as catástrofes que originam as revoltas e as inovações. A *tyche* [correntemente traduzido como “destino”, ou os eventos, o sucesso ou a adversidade] é onipotente na vida do homem e de sua coletividade. É Deus quem manda mais, a seguir vem a *tyche* e o *kairos* [a oportunidade, a ocasião, o tempo próprio para a ação] e, como terceiro fator, a indústria humana, a *techné*, que lhes acrescenta o que a arte do timoneiro faz no meio da tempestade, ajuda por certo nada desprezível.”

Assim, se acreditamos que crítica e técnica delimitam, em relação a um determinado conteúdo, a região de uma disposição para tematizá-lo (a da crítica), e outra (a região da técnica) que trata de trabalhá-lo de forma utilitária, temos também que as citações e referências – que vieram à tona nesse exame hermenêutico – são argumentos cabais para percebermos interrelações nessa paisagem. A técnica parece incorporar o criativo inerente à arte, mostrando-se permeável à possibilidade de crítica. A crítica, por sua vez, incorpora o domínio do técnico para questioná-lo à luz de outros modos de visão. Castoriadis, talvez por esse motivo, veja a tecnização como um germe da crítica, devendo ser essa mesma

crítica a opção do pensamento filosófico contextualizado e comprometido.

Husserl, por sua vez, nos dá parâmetros que vinculam "técnica" e "representação simbólica", com o que poderemos nos aproximar mais, nesse exercício filosófico sobre a linguagem matemática, da caracterização de um paradigma técnico próprio do discurso científico da Matemática. Segundo Husserl, a crise do ideal platônico está na origem da decadência contemporânea, decadência essa que pode ser traduzida pela atual alienação técnica da ciência. Se, segundo tal ideal caberia à Lógica permeiar a ciência como uma sua fundamentação e clarificação, na verdade os tempos modernos exprimem dupla decadência. Moura esclarece: "Em primeiro lugar, a relação entre a lógica e a ciência se desfaz, as ciências tornam-se autônomas em relação à lógica; em segundo lugar, a lógica será cúmplice desse processo de dissolução do ideal clássico, pois perde de vista sua missão histórica, torna-se ela mesma uma ciência especial a lado das outras e deixa-se dirigir pelas ciências positivas. Agora, a lógica será tão pouco filosófica quanto as demais ciências; ela também será incapaz de efetuar uma compreensão e justificação de si própria. O que significará dizer que a lógica se tornará igualmente uma 'técnica'. Os *Prolegômenos* de Husserl já tratavam a lógica e a matemática como técnicas e já definiam a técnica como um não-saber. O matemático já era tratado ali como 'o técnico engenhoso', o construtor que edifica a teoria como uma obra de arte técnica. Ao elaborarem teorias, tanto o matemático quanto o lógico não possuem uma 'intelecção última da essência da teoria em geral e da essência dos conceitos e leis que a condicionam'. O trabalho da filosofia será preencher esse vazio com o qual convive a técnica. Se a lógica transformou-se em técnica, deve

haver um elemento interior a ela mesma que tacitamente conspirava com essa destinação, um fator congênito ao pensamento lógico: o modo puramente simbólico pelo qual nos são dadas as idéias lógicas. A técnica é indissociável de uma compreensão meramente simbólica da lógica.”

Essa abordagem husserliana à lógica e à matemática, discutida por Moura, vem corroborar – numa perspectiva distinta, mas não divergente – nossas considerações anteriores, primando por colocar na gênese do técnico um modo simbólico caracterizador, principalmente, das ciências contemporaneamente ditas “exatas”. A lógica – a gramática da matemática que adquire vida própria – vista, então, como técnica, remete-nos à compreensão de uma ausência de significação inerente à ela (dada na gradual perda de significados pela fuga forçada da semântica e no impedimento de uma aproximação intuitiva direta), exigindo, então, uma complementação de natureza filosófica. Tal complementação poderá ser, no contexto da prática pedagógica da Matemática, o exame hermenêutico como aqui já apresentado.

“As origens das investigações dos fundamentos da matemática no início do século XX têm pelo menos uma consequência lamentável”, afirma Livingston. “O interesse predominante nesses estudos foi demonstrar que os métodos usados por matemáticos praticantes estavam livres de crítica. A atenção voltou-se para a construção de fundações indubitáveis para a prática matemática. Como consequência, o interesse na questão original sobre o que compunha o caráter evidente e transcendental das provas matemáticas foi trocado pelo problema de demonstrar a natureza incorrigível dessas mesmas provas.”

O exame hermenêutico do texto, íntimo aliado de uma postura crítica que deve ser caracterizadora de uma

Educação Matemática, permite, segundo pensamos, a tematização da linguagem simbólica própria da Matemática – freqüentemente, nos textos didáticos, manifestada em enunciados e provas – explicitando seus fundamentos e razões, auxiliando a descortinar outras possibilidades de acesso aos conceitos e abordagens.

A Educação Matemática seria, então, o campo próprio para o estabelecimento de uma postura crítica em relação à Matemática e a seu estilo, contrapondo-se à esfera da produção científica de Matemática, campo de uma postura técnica tendencialmente conservadora quanto ao ensino e à aprendizagem. Vislumbra-se o destino crítico da Educação Matemática por um dinamismo que lhe é próprio, quer na aceitação de metodologias alternativas, quer seja por não poder desvincular sua prática de pesquisa da ação pedagógica, pela tendência em valorizar o processo em detrimento do produto ou por suas várias tentativas de estabelecer, para si própria, parâmetros próprios para qualificar suas ações. Matemática e Educação Matemática, aqui, são concebidas como práticas sociais e, nesse contexto, poder-se-ia pensar na filiação de uma a outra se, como sugere Baldino, a Matemática incorporasse a Etnomatemática em sua esfera. Tal incorporação, porém, é dificultada porque exige uma quebra de preconceitos que sempre caracterizaram o fazer científico, principalmente o da Matemática, que no campo das ciências destaca-se quer por sua anterioridade histórica, quer por seu papel privilegiado no difícil problema da transmissão intercultural.

*Etno-argumentações: ultrapassando
o panorama eurocêntrico*

As considerações anteriores nos levam a detectar uma lacuna até agora não discutida nesse exercício filosófico

sobre a linguagem matemática. Até aqui, considerou-se a Matemática necessariamente vinculada a uma linguagem simbólica e visceralmente conectada à lógica e às provas rigorosas que caracterizam seu estilo. Implícito em todas essas nossas discussões esteve, entretanto, o espaço no qual essa Matemática ocorre, isto é, a academia, a Matemática das escolas. Colocar a prova rigorosa ou a linguagem simbólica – quase sinônimos – como centro de uma concepção sobre Matemática é, por certo, comungar com um programa eurocêntrico que não concebe a existência de matemáticas diferenciadas, próprias de contextos que transcendem a instituição escolar classicamente referenciada. Tal programa eurocêntrico despreza a possibilidade de etnomatemáticas, uma das mais potentes e criativas tendências atuais em Educação Matemática. “A Matemática com a qual concebemos é adaptada e recebe um lugar como Matemática prática-erudita, Matemática acadêmica, isto é, a Matemática que é ensinada e aprendida nas escolas. Em contraste a isso”, nos diz Ubiratan D’Ambrósio, “denominaremos *Etnomatemática* a Matemática que é encontrada entre os grupos culturais identificáveis”. Mas, na verdade, segundo pensamos, um germe para a transgressão desse eurocentrismo – ou de seu sistema de nomenclaturas e enfoques – pode ser encontrado mesmo dentro dos próprios ambientes escolares, e não só em modos de vida culturalmente diversos.

Até então, mesmo que para uma proposta crítica, estávamos focando, como ponto de partida, a questão “como, a partir da prova rigorosa ou da linguagem formalizada, engendrar uma análise à prática da Matemática e sugerir abordagens alternativas?” Na verdade, a lacuna a ser sanada em toda essa nossa apresentação mostra-se ao tomarmos a prova rigorosa como ponto de partida de todo um processo. Ressaltada essa lacuna,

parece ser necessário perseguir uma proposta mais ousada do ponto de vista da ação: como compreender as formas de argumentação relativas aos conteúdos matemáticos que, efetivamente, ocorrem em sala de aula? Certamente a prova rigorosa é – ou pode ser – uma dessas formas, mas há outras que certamente temos negligenciado e, agora, pretendemos retomar.

Nos textos de Matemática de cursos universitários, por exemplo, percebe-se com mais facilidade a onipresença da formalização. Dificilmente, porém, serão encontradas, no trabalho cotidiano do professor da escola elementar, formalizações sofisticadas do ponto de vista matemático. Obviamente, haverá sempre, em qualquer nível de trabalho com Matemática, uma formalização naturalmente exigida pela disciplina: alguns símbolos específicos, algumas regras de formação, uma gramática que – mesmo quando não rigorosa – depende de uma alfabetização específica: a alfabetização matemática. Mas, nesse viés – e reforçamos que essa diferenciação tem como objetivo o trabalho com formas de justificação e não um truncamento ideológico de níveis de ensino ou conteúdos matemáticos – parece necessário estabelecer duas formas distintas de argumentação freqüentemente empregadas nas salas de aula: as justificações semiformais e as formais. O termo “formal” participa, aí, claramente, por ser o trabalho com a Matemática escolar naturalmente envolto com sistematizações outras que aquelas dadas unicamente pelo cotidiano e pela linguagem natural. Há uma forma própria de ser da Matemática. Esse trabalho tem, porém, instâncias diferenciadas e poderá ser mais ou menos “elaborado” do ponto de vista da linguagem formal. A distinção dar-se-á pautada em critérios semelhantes aos que distinguem aqueles discursos – o pedagógico e o

científico – da Matemática. Para as matemáticas que ocorrem fora do sistema escolar – que em sincronia com D’Ambrósio chamaremos “as etnomatemáticas” –, uma outra categorização precisa ser pensada. Se não há um trabalho com a linguagem artificial da Matemática, o termo “formal”, como o aplicamos aqui, perde um pouco seu sentido. Poderíamos, nesse caso, chamar as justificações “naturais” que ocorrem – sejam na sala de aula, sejam para justificar tipos alternativos de matematizações alternativas – de etno-argumentações ou argumentações não-formais. Caberá à pesquisa em Etno-matemática elaborar essa idéia aqui apenas esboçada.

Argumentações semiformais são aquelas em que se nota, por exemplo, uma participação orgânica, essencial, da linguagem natural e de elementos do dia-a-dia dos argumentadores. Também das argumentações formais a linguagem natural participa. Negar isso seria negar todo um trabalho anterior quando afirmávamos, junto com muitos autores, sobre uma interconexão vital entre linguagem materna e linguagem matemática e que, nessa interconexão, deveriam ser buscados elementos para a revitalização semântica de uma linguagem que se pretende puramente sintática: um projeto de vinculação essencial ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Mas na prática usual, a linguagem natural tem servido para a mera tradução dos códigos matemáticos, fortalecendo a formalização ao invés de dar a ela uma referência mais significativa.

É no estudo das argumentações formais sobre conteúdos de uma Matemática também altamente formalizada que devem ser investigados os limitantes e potencialidades das provas rigorosas, por exemplo. No caso dos contextos semiformais ou não-formais encontraremos suporte mais viável para análise no contexto social,

cultural, econômico e lingüístico de quem argumenta, e não em estudos sobre a aplicação de regras lógicas ou raciocínios dedutivos. Talvez seja isso, também, um possível indicador da necessidade de demarcação: por um lado, os raciocínios indutivos como formas mais frequentes de ação em certos modos de produção de justificativas e, por outro, a exigência de deduções.

Não se trata, portanto, de considerar como etno-argumentações somente aquelas justificativas que ocorrem fora da escola. Uma atenção à fala e à escrita do aluno, suas argumentações e anotações "naturais" – também objetos sujeitos ao exame hermenêutico – são extremamente potentes para o exercício didático e pedagógico da Matemática por indicarem os limitantes de uma postura eurocentrada.

Resumindo e apontando

Tendo sido nosso objetivo com esse capítulo explicitar um exercício de investigação filosófica sobre um tema em Educação Matemática, iniciamos apresentando considerações sobre linguagem e linguagem matemática, passando por diferenciações discursivas e pela possibilidade de exame hermenêutico ao texto de Matemática. Quanto a esses textos, focamos o estilo matemático como sendo aquele que mais claramente se explicita, a partir do programa euclideano, pelas provas rigorosas, sustentando o exame hermenêutico – uma interpenetração das posturas técnica e crítica – como essencial ao processo de atribuição de significado ao texto. Mais que isso, apresentamos esse mesmo exame como potencialmente produtivo para a investigação de argumentações semi-formais e informais – etno-argumentações – com o que se poderá questionar o panorama

eurocêntrico que, caracterizando a Matemática contemporânea, desliza, ideologicamente para a Educação Matemática, solicitando tratamento urgente pelos professores-pesquisadores. Essa nossa tentativa de apresentar um exercício filosófico específico esbarra na pluralidade de perspectivas com que qualquer tema pode ser focado e não se faz como um exercício linear. Forma-se com idas e vindas, elaborações e maturações, dinâmica que é própria do pensar filosófico. É um esboço que pretende lançar possibilidades de investigação, mostrando as potencialidades da abordagem filosófica que – não podendo ocorrer desvinculadamente da história, da cultura e do panorama social – apenas sugere caminhos. Caberá ao leitor a decisão de percorrê-los.

Palavras finais

Entendemos que a Filosofia da Educação Matemática caracteriza-se por um pensar reflexivo, sistemático e crítico sobre a prática pedagógica da Matemática e sobre o contexto sociocultural onde ocorrem situações de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Mais do que temas centrais, entendemos serem importantes as perguntas que conduzem as investigações e respectivos modos de proceder nessa região de inquérito.

As perguntas “para que?” e “por quê?”, apontadas para a teoria e prática da Educação Matemática deslocam o tratamento dado a essas questões para o âmbito da Filosofia e passam a caracterizar um pensar filosófico se forem trabalhadas em uma perspectiva abrangente, construindo um discurso argumentativo em que as proposições básicas fiquem expostas, criticadas. Constrói-se um discurso no qual se avança por meio de reflexões, de indicações, de indícios...

Mais do que um rol de temas, consideramos que a atitude do pensar filosófico mantido na ação investigadora da prática pedagógica focalizada na realidade vivida nos ambientes de ensino e aprendizagem de Matemática é crucial para a investigação da Filosofia da Educação Matemática. Essa realidade vivida é por nós considerada como o ponto de referência da análise que preenche de sentido e significado o movimento ação/

reflexão/ação tão enaltecido entre os educadores. Para proceder desse modo é preciso que mantenhamos nossa direção tendo como norte a perspectiva assumida, a indagação formulada e a busca efetuada em múltiplas abordagens.

Tendo como centro o ensinar e o aprender Matemática, realizamos também uma investigação em torno da linguagem matemática, exercício no qual se tenta ultrapassar o ambiente da sala de aula, focando a etnoargumentação como elemento vital para relativizar o panorama eurocêntrico ainda hegemônico. Tal exercício, em sua intenção – que acaba por caracterizar a natureza de todo esse nosso trabalho –, é esboço de um pensar filosófico sistematizado que, seguindo as perspectivas apontadas, apresenta-se para que se instale o necessário debate.

Bibliografia

- ANASTÁCIO, M.Q.A.. *Três ensaios numa articulação sobre a racionalidade, o corpo e a Educação Matemática*. Tese de doutorado. Faculdade de Educação – Unicamp: Programa de Pós-graduação em Educação, 1999.
- ARSAC, G. "L'origine de la démonstration: essai d'épistemologie didactique". *Récherches en Didactique des Mathématiques*, 8(3), 1987.
- AUDI, R. (ed.). *The Cambridge Dictionary of Philosophy*, 2nd. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- AYRES, A. J. *The Problem of Knowledge*. Middlesex: Penguin Books Ltd., 1956.
- AYRES, A.J. *Language, Truth and Logic*. New York: Dover Publications, Inc., 1952.
- BALDINO, R.R.. "A interdisciplinaridade da Educação Matemática". *Didática*. São Paulo, UNESP, v. 26/27: 109-121, 1991.
- BICUDO, M.A.V.. "Sobre 'A origem da Geometria'". In: *Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos (Caderno 1)*. São Paulo: A Sociedade, 1990.
- BICUDO, M. A. V. (org.) *Educação Matemática*. 4. ed. São Paulo: Moraes, s/d.
- BICUDO, M.A.V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- BICUDO, M.A.V. "A Contribuição da Fenomenologia à Educação". In: BICUDO, M.A.V. e Cappelletti I. (org.). *Fenomenologia Uma Visão Abrangente da Educação*. São Paulo: Olho D'Água, 1999.

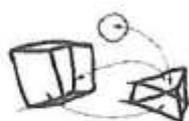
- BICUDO, M.A.V. "A Hermenêutica e o trabalho do professor de matemática". *Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos*. São Paulo, v. 3, n. 3, 1993.
- BICUDO, M.A.V. "Philosophy of Mathematical Education: a phenomenological approach". 8th International Congress on Mathematical Education, *Selected Lectures*, Sevilha, S.A.E.M. Thales, July, 1996, p. 14-21.
- BICUDO, M.A.V. "Possibilidades de trabalhar a Educação Matemática na ótica da concepção heideggeriana do conhecimento". *Quadrante*. Lisboa, v. 5, n. 1, 1996, p. 5-27.
- BICUDO, M.A.V. *Fenomenologia: confrontos e avanços*. São Paulo: Cortez, 2000.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani Bicudo. *Fundamentos Éticos da Educação*. São Paulo: Autores Associados/Cortez, 1982.
- BLAIRE, E. *Philosophy of Mathematics Education*. London: Institute of Education, University of London, 1981.
- BORHEIM, G. A. *Introdução ao filosofar*. 4. ed. Porto Alegre: Globo, 1978.
- BRAMELD, T. *Patterns of Educational Philosophy*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1971.
- CASTORÍADIS, C.. *As Encruzilhadas do Labirinto/I*. São Paulo: Paz e Terra, 1987.
- D'AMBRÓSIO, U.. "Ethnomatemaitcs and its place in the history and pedagogy of Mathematics". *For the learning of Mathematics*, Montreal. FLM Publishers Association, v. 5, n. 1, 1985, p. 44-48.
- D'AMBRÓSIO, U.. *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, 1990.
- DANYLUK, O.S.. *Alfabetização – as primeiras manifestações da escrita*. Porto Alegre: Sulina, 1998.
- DANYLUK, O.S.. *Alfabetização Matemática*, 3^a ed.. Caxias do Sul: Editora da Universidade de Caxias do Sul, 1993.
- DETONI, A.R.. *Investigação acerca do espaço como modo de existência e da geometria que ocorre no pré-reflexivo*. Tese de Doutorado. Rio Claro: IGCE, UNESP/Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 2000.

- ERNEST, P. *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press, 1991.
- FREUDENTHAL, H. *Didactical Phenomenology of Mathematics Structures*. Dordrecht: D. Riedel Publishing Co., 1983.
- GADAMER, H.-G. *Truth and Method*. New York: The Crossroad Publishing Co., 1984
- GAFFIOT, F. *Dictionnaire Latin Français*. Paris: Hachette, 1934.
- GARNICA, A.V.M.. *A interpretação e o fazer do professor: possibilidade do trabalho hermenêutico na Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: IGCE/UNESP/Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 1992.
- GARNICA, A.V.M. *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática*. Tese de Doutorado. Rio Claro: IGCE/UNESP/Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 1995.
- GARNICA, A.V.M. "Da Literatura sobre a prova rigorosa em Educação Matemática: um levantamento". *Quadrante*. Lisboa: Portugal, v. 5, n. 1, 1996.
- GARNICA, A.V.M.. "Considerações sobre Hermenêutica e educação: alguns pressupostos teóricos sobre a possibilidade de um trabalho hermenêutico em sala de aula". *Mimesis*. Bauru: USC, v. 14, n. 1, 1993, p. 07-24.
- GARNICA, A.V.M.. "A interpretação como reunificação: da possibilidade de intervenção na sala de aula de Matemática com base na análise de textos". *Didática*. São Paulo: UNESP, v. 29, 1993/94, p. 101-113.
- GARNICA, A.V.M.. "Considerações sobre a fenomenologia hermenêutica de Paul Ricoeur". *Transformação*. São Paulo: UNESP, v. 16, 1993, p. 43-52.
- GARNICA, A.V.M.. "É necessário ser preciso? É preciso ser exato? Um estudo sobre argumentação matemática ou uma investigação sobre a possibilidade de investigação". CURY, H. N. (org.). *Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.
- GARNICA, A.V.M.. "Educação Matemática, paradigmas, prova rigorosa e formação do professor". BICUDO, M.A.V. e

- CAPPELLETTI, I. (orgs.). *Fenomenologia: uma visão multifacetada*. São Paulo: Olho D'Água, 1999.
- GADAMER, H-G.. *Truth and Method*. New York: Crossroad Publishing Corporation, 1992.
- GILES, T.R.. *Dicionário de filosofia: termos e filósofos*. São Paulo: EPU, 1993.
- GRANGER, G. G. *Filosofia do estilo*. São Paulo: Perspectiva/EDUSP, 1974.
- HARIKI, S. *Analysis of Mathematical Discourse: multiple perspectives*. Doutorado em Filosofia. Inglaterra: University of Southampton, 1992.
- HEIDEGGER, M.. *Ser e Tempo*. Rio de Janeiro: Vozes, 1989.
- HEIDEGGER, M.. *Discourse on Thinking*. New York: Harper & Row Publishers, 1966.
- HIGGINSON, W. "On the Foundations of Mathematics Education". *For the Learning of Mathematics*, n.1, 2, 1980, p. 3-7.
- HUSSERL, E. *Ideas relativas a uma fenomenologia pura y uma filosofia fenomenologica*. México: Fondo de Cultura Economica, 1949.
- HUSSERL, E. *The crisis of European Sciences*. Evanston: Northwestern University Press, 1970a.
- HUSSERL, E. *Cartesian Medications an Introduction to Phenomenology*. The Hague: Martinus Nijhoff, 1977.
- IHDE, D. *Hermeneutic Phenomenology – The Philosophy of Paul Ricouer*. Evanston: Northwestern University Press, 1986.
- JASPERS, K. *Introdução ao pensamento filosófico*. São Paulo: Cultrix, 1971.
- JAEGER, W. *Paidea: a formação do homem grego*. São Paulo: Martins Fontes/Universidade de Brasília, 1986.
- JAPIASSU, H. e MARCONDES, D. *Dicionário básico de filosofia*. Rio de Janeiro: Zahar, 1993.
- KLING, M. Logic versus Pedagogy. *The American Mathematical Monthly*, v. 77, n. 3, 1970, p. 264-282.

- KLUTH, V. *O que acontece no encontro sujeito-matemática?* Dissertação de Mestrado. Rio Claro: IGCE, UNESP/Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 1997.
- LALANDE, A.. *Dicionário técnico e crítico da filosofia*. São Paulo: Martins Fontes, 1993.
- LAKATOS, I. *Pruebas y refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza Editorial, 1978.
- LAVALLE, P. "O mito em Matemática". In: LUCCIONI, G. (org.). *Atualidade do Mito*. São Paulo: Duas Cidades, 1977.
- LIVINGSTON, E. "A non-technical introduction to ethnomethodological investigations of the foundations of Mathematics through the use of a theorem of euclidean geometry". *Ethnomethodological foundations of Mathematics*. London: Routledge & Kegan Paul, 1996.
- MARTINS, J. e BICUDO, M. *Estudos sobre existencialismo, fenomenologia e educação*. São Paulo: Moraes, 1983.
- MARTINS, J. *Um enfoque fenomenológico do currículo: educação como poíeses*. ESPÓSITO, V. H. C. (Org.). São Paulo: Cortez, 1992.
- MERLEAU-PONTY, M. *O primado da percepção e suas consequências filosóficas*. Campinas: Papirus, 1990.
- MERLEAU-PONTY, M. *Fenomenologia da percepção*. São Paulo: Martins Fontes, 1994.
- MORA, J. F. *Dicionário de Filosofia*. (Tomos I e II). São Paulo: Loyola, 2000.
- MOURA, C.A.R.. *Crítica da razão na fenomenologia*. São Paulo: EDUSP/Nova Stella, 1989.
- PALMER, R.. *Hermenêutica*. Lisboa: Edições 70, 1986.
- PLATÃO. *Defesa de Sócrates*. Coleção "Os Pensadores": Sócrates, 5. Ed. São Paulo: Nova Cultural, 1991.
- RICOEUR, P. *O conflito das interpretações: ensaios de hermenêutica*. Porto: Rés, 1988.
- RICOEUR, P. *Teoria da Interpretação*. Lisboa: Edições 70, 1987.
- RICOEUR, P. *Du text à l'action: essais d'hermeneutique II*. Paris: Seuil, 1986.

- SILVA, M.R.G. da. *Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: IGCE, UNESP/Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 1993.
- SKOVSMOSE, O. *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Aalborg: Aalborg University Centre, 1993.
- STEINER, G.. *Linguagem e Silêncio: ensaios sobre a crise da palavra*. São Paulo: Cia das Letras, 1988.
- ZANER, R. M. *The Way of Phenomenology. Criticism as a Philosophical Discipline*. Indianapolis: Bobbs Merrill, 1970.



Outros títulos da coleção

“Tendências em Educação Matemática”

Etnomatemática – Elo entre as tradições e a modernidade

Autor: Ubiratan D’Ambrosio

Um dos maiores especialistas em Etnomatemática, Ubiratan D’Ambrosio desenvolve nesse livro conceitos sobre a essência desta teoria, ou seja, uma abrangente visão humanística da matemática. Com análises que vão da Antigüidade à Internet, o autor traça aspectos gerais e objetivos da relação entre matemática e cultura, nas mais diversas demonstrações do conhecimento humano, como geografia e política. Também promove o autor nesse livro uma análise da Etnomatemática através de publicações de outros países, sempre contextualizadas e relacionadas à realidade da sala de aula brasileira.

Informática e Educação Matemática

Autores: Marcelo de Carvalho Borba, Miriam Godoy Penteado

Os autores tratam de maneira inovadora e consciente da presença da informática na sala de aula quando do ensino de matemática. Sem prender-se a clichês que entusiasmadamente apóiam o uso de computadores para o ensino de matemática ou criticamente negam qualquer uso desse tipo, os autores citam exemplos práticos, fundamentados em explicações teóricas objetivas, de como se pode relacionar matemática e informática em sala de aula. Tratam também de questões políticas relacionadas à adoção de computadores e calculadoras gráficas para o ensino de matemática.

Didática da Matemática – Uma análise da influência francesa

Autor: Luiz Carlos Pais

O autor analisa e exemplifica, de acordo com a realidade brasileira, conceitos e fundamentos do que ficou conhecido como "Didática Francesa". Um dos maiores especialistas desse tema no país, Luiz Carlos Pais familiariza o leitor com conceitos como "contrato didático", "obstáculos epistemológicos" e "engenharia didática." O autor tem o cuidado de citar e analisar vários autores para, com base neles, estabelecer suas próprias reflexões sobre o tema de maneira clara e objetiva para, além de compreender aspectos da didática em sua relação com a matemática, permitir uma devida utilização desses conceitos pelo professor.

Educação Matemática de Jovens e Adultos - Especificidades, desafios e contribuições

Autora: Maria da Conceição F. R. Fonseca

Nesse livro, Maria da Conceição F. R. Fonseca apresenta ao leitor uma visão do que é a Educação de Adultos e de que forma esta se entrelaça com a Educação Matemática. A autora traz para o leitor reflexões atuais feitas por ela e por outros educadores que são referência na área de Educação de Jovens e Adultos no país. Este quinto volume da coleção "Tendências em Educação Matemática" certamente irá impulsionar a pesquisa e a reflexão sobre o tema, fundamental para a compreensão da questão do ponto de vista social e político.

Descobrendo a Geometria Fractal para a sala de aula

Autor: Ruy Madsen Barbosa

Nesse livro, Ruy Madsen Barbosa apresenta um estudo dos belos Fractais, voltado para seu uso em sala de aula, buscando a sua introdução na Educação Matemática brasileira, fazendo bastante apelo ao visual artístico, sem prejuízo à precisão e rigor matemático. Para alcançar

esse objetivo o autor incluiu capítulos específicos, como os de criação e de exploração de fractais, de manipulação de materiais concretos, de relacionamento com o triângulo de Pascal, e particularmente um com recursos computacionais com softwares educacionais em uso no Brasil. A inserção de dados e comentários históricos tornam o texto de interessante leitura. Anexo ao livro é fornecido o CD-Nfract, de Francesco Artur Perrotti, para construção dos lindos fractais de Mandelbrot e Julia.

Qualquer livro da Editora não encontrado
nas livrarias pode ser pedido por carta,
fax, telefone ou pela Internet.

Autêntica Editora

Rua São Bartolomeu, 160 – Bairro Nova Floresta
Belo Horizonte-MG – CEP: 31140-290
PABX: (0-XX-31) 3423 3022
e-mail: vendas@autenticaeditora.com.br

Visite a loja da Autêntica na Internet:
www.autenticaeditora.com.br
ou ligue gratuitamente para
0800-2831322

Neste livro, **Maria Bicudo e Antonio Vicente Garnica** apresentam suas idéias sobre Filosofia da Educação Matemática. Eles propiciam ao leitor a oportunidade de refletir sobre questões relativas à Filosofia da Matemática, à Filosofia da Educação, além de mostrar as novas perguntas que definem essa tendência em Educação Matemática. Neste livro, ao invés de ver a Educação Matemática sob a ótica da Psicologia ou da própria Matemática, os autores a vêem sob a ótica da Filosofia da Educação Matemática.

Coordenador da coleção "Tendências em Educação Matemática":
Marcelo de Carvalho Borba. *E-mail:* mborba@ms.rc.unesp.br

ISBN 85-7526-016-2



9 788575 260166

www.autenticaeditora.com.br
0800 2831322