ABAETETUBA

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
RUA Manoel de Abreu, s/n, Bairro: Mutirão, CEP: 68.440-000
Fone/Fax: (91) 37571131/37511107

LEMAT
LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA DA AMAZÔNIA TOCANTINA
PROF. ADEMAR CASCAES

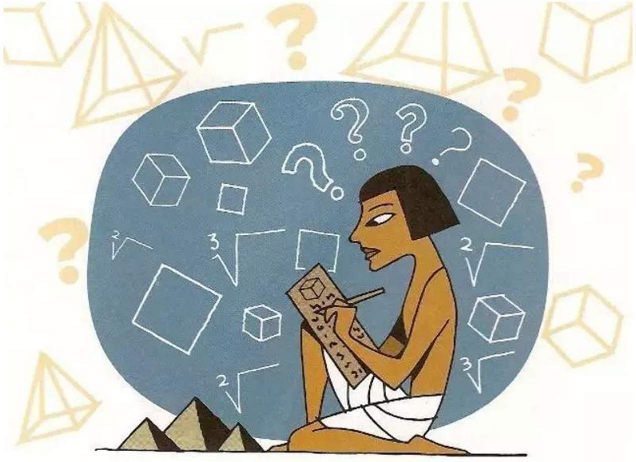
Aula 05

Tópico II: Lendas sobre o início da Matemática na Grécia;

- O método de antifairese;
- Hipóteses sobre a descoberta da incomensurabilidade;
- Os eleatas e os paradoxos de Zenão
- Cálculos e demonstrações, números e grandezas;
- Formas geométricas e espaços abstratos.

Disciplina

Evolução da Matemática



Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros
www.osvaldosb.com

O método da antifairese

A palavra antifairese vem do grego e significa, literalmente, “subtração recíproca”.

Na álgebra moderna, o procedimento é semelhante ao conhecido como “algoritmo de Euclides” e sua função é encontrar o maior divisor comum entre dois números.

O método da antifairese

O procedimento das “subtrações mútuas”, ou “subtrações recíprocas”, consiste em: dados dois números (ou duas grandezas), em cada passo subtrai-se, do maior, um múltiplo do menor, de modo que o resto seja menor do que o menor dos dois números considerados.

O método da antifairese descreve uma série de comparações. Por exemplo, podemos pedir a um aluno que compare duas pilhas de pedras. Se a primeira tem 60 e a segunda, 26, concluímos que:

O método da antifairese

Se a primeira tem 60 e a segunda, 26, concluímos que:

1) da primeira pilha com 60 pedras é possível subtrair duas vezes a pilha com 26 pedras, e ainda resta uma pilha com 8 pedras;

$$60 - 26 - 26 = 8$$

O método da antifairese

Se a primeira tem 60 e a segunda, 26, concluímos que:

2) da pilha com 26 pedras é possível subtrair três vezes a pilha com 8 pedras, e ainda resta uma pilha com 2 pedras;

$$26 - 8 - 8 - 8 = 2$$

O método da antifairese

Se a primeira tem 60 e a segunda, 26, concluímos que:

3) por fim, a pilha com 2 pedras cabe, exatamente, quatro vezes na pilha com 8 pedras.

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

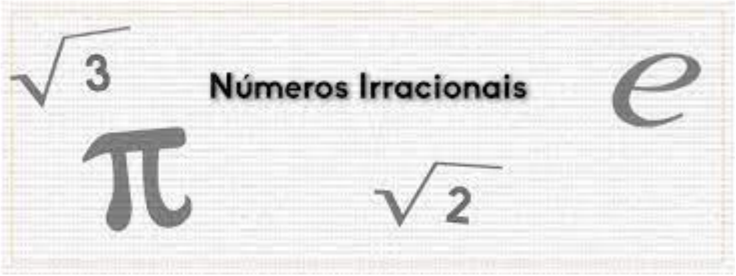
Hipóteses sobre a descoberta da incomensurabilidade

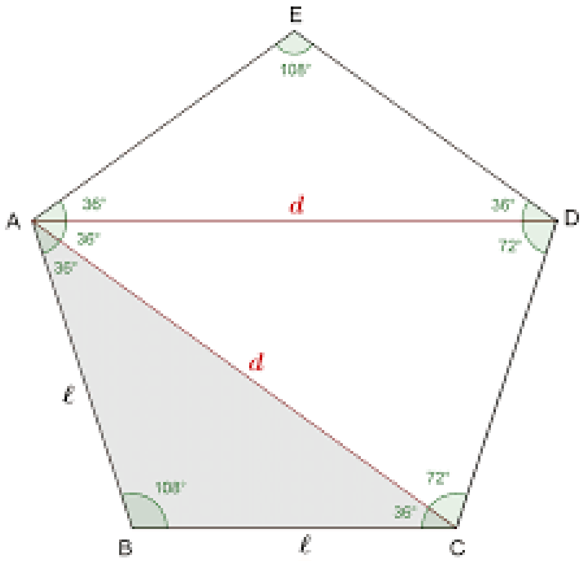
Reza a lenda que a descoberta dos irracionais causou tanto escândalo entre os gregos que o pitagórico responsável por ela, Hípaso, foi expulso da escola e condenado à morte.

Não se sabe de onde veio essa história, mas parece pouco provável que seja verídica.

Hipóteses sobre a descoberta da incomensurabilidade

Em um artigo publicado em 1945, “The discovery of incommensurability by Hippasos of Metapontum” (A descoberta da incomensurabilidade por Hípaso de Metaponto), Von Fritz conjectura que a incomensurabilidade tenha sido descoberta durante o estudo do problema das diagonais do pentágono regular, que constituem o famoso pentagrama.

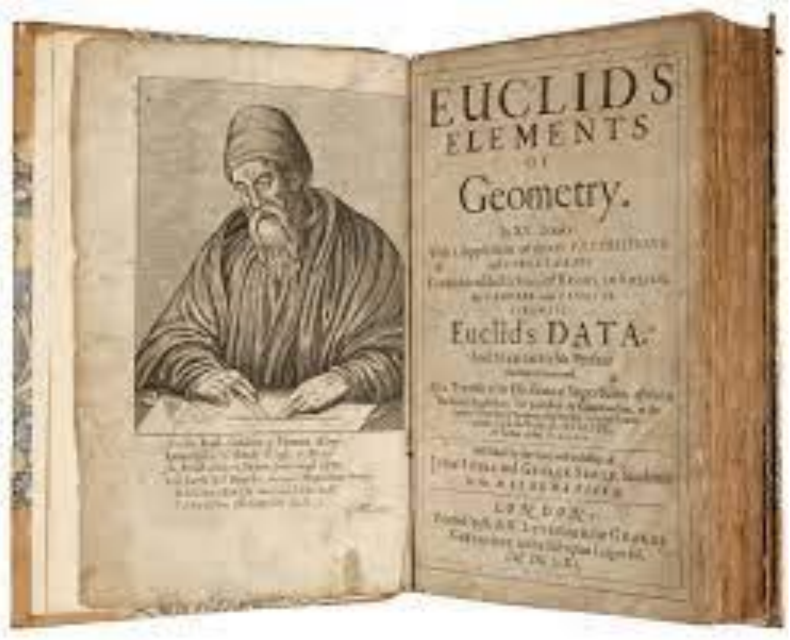




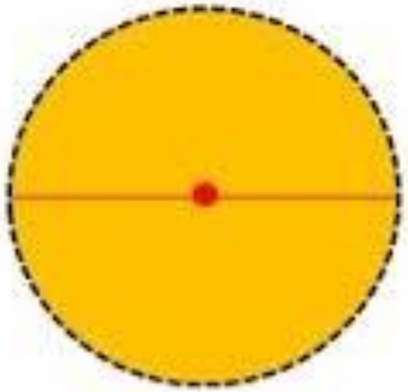
Hipóteses sobre a descoberta da incomensurabilidade

A lenda da descoberta dos irracionais por Hípaso foi erigida a partir desse exemplo.

Entretanto, os historiadores que seguimos aqui contestam tal reconstrução, uma vez que ela implica o uso de fatos geométricos elaborados que só se tornaram conhecidos depois dos Elementos de Euclides.



Hipóteses sobre a descoberta da incomensurabilidade



$$\pi = \frac{C}{d}$$

Perímetro da circunferência (C)

Diâmetro (d)

Racionalização de denominadores

Racionalizar significa transformar um denominador que é um número irracional em um número racional.

Exemplo: $\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2}$

Hipóteses sobre a descoberta da incomensurabilidade

Racionalização de denominadores

Racionalizar significa transformar um denominador que é um número irracional em um número racional.

Exemplo: $$\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in Z \text{ e } b \in Z^* \right\}$

$$\frac{n \cdot 1}{1} \quad b = 1$$

$$\frac{n}{n} = 1 \quad b = a$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{2\sqrt{2}} \rightarrow \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

A antifairese entre a diagonal e o lado de um quadrado

Seja o quadrado ABCD de lado AB e diagonal AC. Suponhamos que AB e AC sejam comensuráveis, logo, existe um segmento, AP, a unidade de medida, que mede AB e AC. Em primeiro lugar, queremos construir um quadrado menor que ABCD cujo lado esteja sobre a diagonal AC e cuja diagonal esteja sobre o lado AB.

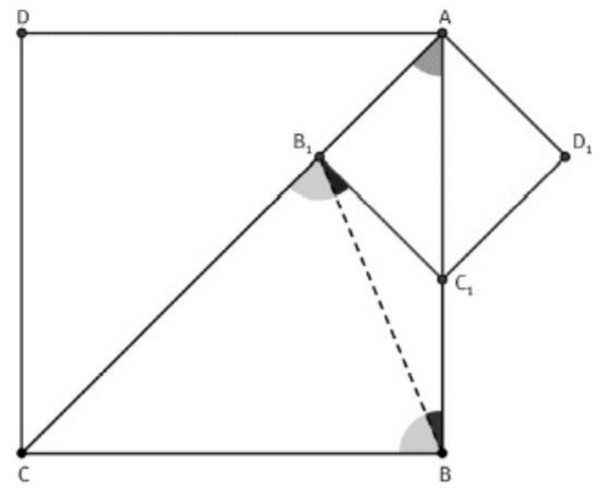


ILUSTRAÇÃO 4

Seja B1 um ponto em AC tal que B1C = AB.

Marcando um ponto C1 sobre AB (com B1C1 perpendicular a AC), podemos construir um quadrado AB1C1D1 de lados AB1 = B1C1 e diagonal AC1 sobre AB.

Isso é possível porque CÂB = B1ÂC1 é a metade de um ângulo reto; e A 1C1 é um ângulo reto.

Logo, AĈ1B1 é ½ reto; e o triângulo AB1C1 é isósceles, com AB1 = B1C1 .

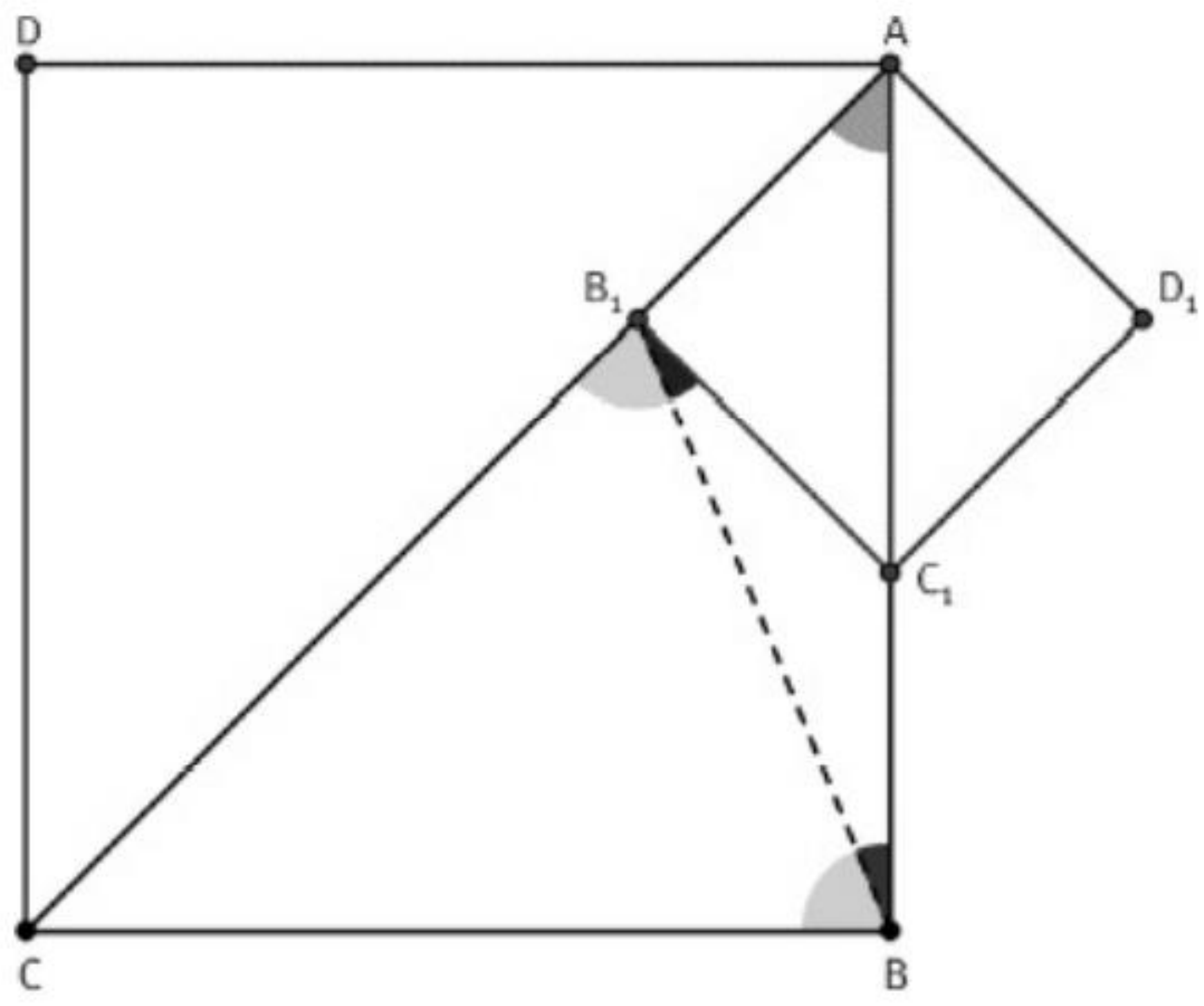


ILUSTRAÇÃO 4

Os eleatas e os paradoxos de Zenão

Temos notícia dos paradoxos de Zenão por fontes indiretas, como a Física de Aristóteles, e seus objetivos estão expostos no diálogo Parmênides, escrito por Platão.

Tais paradoxos são mencionados algumas vezes em conexão com o problema dos incomensuráveis.

No entanto, os argumentos de Zenão se voltam contra pressupostos filosóficos.

Além disso, a descoberta da incomensurabilidade deve ter se dado depois da época de Zenão, o que nos leva a concluir que seus paradoxos nada têm a ver com a questão.

Os eleatas e os paradoxos de Zenão

Em livros de história da matemática, é comum também relacionar esses paradoxos ao desenvolvimento do cálculo infinitesimal e do conceito de limite.

Trata-se, no entanto, de uma interpretação a posteriori.

É incerto afirmar que houvesse qualquer procedimento infinitesimal na época de Zenão e podemos questionar até mesmo se seus paradoxos, para além de seu papel filosófico, tiveram alguma relevância para o desenvolvimento da matemática propriamente dita.

Os eleatas e os paradoxos de Zenão

Em livros de história da matemática, é comum também relacionar esses paradoxos ao desenvolvimento do cálculo infinitesimal e do conceito de limite. Trata-se, no entanto, de uma interpretação a posteriori.

É incerto afirmar que houvesse qualquer procedimento infinitesimal na época de Zenão e podemos questionar até mesmo se seus paradoxos, para além de seu papel filosófico, tiveram alguma relevância para o desenvolvimento da matemática propriamente dita.

Aquiles e a tartaruga

Suponhamos que Aquiles e uma tartaruga precisem realizar o percurso que vai de um ponto A até um ponto B. A tartaruga parte do ponto A em direção ao ponto B e, quando ela passa pelo ponto P_1, ponto médio entre A e B, Aquiles parte em direção a esse ponto.