A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Aplicabilidade de Sistemas de Equações Lineares

Flavione Lopes Dias[1]

Dr. Osvaldo dos Santos Barros[2]

Resumo

Este trabalho tem como objetivo mostrar que podemos resolver problemas envolvendo outras áreas de conhecimento através de aplicações de sistemas de equações lineares. Para tanto, apresenta-se um breve resumo sobre o novo documento aprovado em 2018, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e quais as competências e habilidades da área de matemática e suas tecnologias estão relacionados ao estudo de sistemas de equações lineares.. Apresentaremos algumas aplicações de sistemas lineares envolvendo outras áreas de conhecimentos retirados de livros bibliográficos e por fim as considerações finais quanto à percepção que tivemos ao longo do trabalho.

Palavras–chave: Sistemas de equações, BNCC, Aplicações.

INTRODUÇÃO

Neste artigo, trataremos o assunto Sistemas Lineares, algumas aplicações e quais as competências especificas e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) da área da matemática e suas tecnologias estão relacionados a este tema. O estudo de Sistemas de Equações Lineares pode ser estudado e abordado para resolver certas situações do nosso dia a dia, é um assunto apresentado desde o Ensino Fundamental e Médio, visto também em algumas disciplinas de cursos superiores da área de Exata, pode estar relacionado a diversos ramos da matemática aplicada e em outras áreas de conhecimento como: Física, Química, Biologia, Economia, Engenharia e etc.

Considerando a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ocorrida em 2018, foi feita uma analise desta em relação às competências e habilidade especifica da área de matemática e suas tecnologias com destaque ao estudo de sistemas de equações lineares

[1] Discente do curso de Matemática/UFPA/Abaetetuba/Polo de Tomé-Açu

[2] Docente orientador da UFPA/Abaetetuba Doutor em Matematica

com a finalidade de verificar quais as competências e habilidades esta previsto o conteúdo. Salienta-se ainda que foi realizada um serie de aplicações de sistemas lineares retirados de livros bibliográficos do ensino médio e superior envolvendo outras áreas de conhecimento.

1 – A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR E OS SISTEMAS LINEARES

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que determina quais são as aprendizagens fundamentais que todo os alunos da educação básica de escolas publicas e privadas devem estudar, a fim de garantir o direito de aprendizagem e desenvolvimento de todos os estudantes prevista na Lei de Diretrizes (LDB). O documento traz em seu texto explicito dez competências gerais para a educação básica e além das competências gerais há também as competências especificas de cada área de conhecimento e dentro das competências existem as chamadas habilidades. De acordo com a BNCC, cada habilidade é constituída por um código alfanumérico. Segue o exemplo abaixo:

EM13MAT103

EM - indica a etapa de Ensino, no caso Ensino Médio;

13 - representam as series dos níveis de ensino, podendo ser ministrada do 1º ano ao 3º ano.

MAT - Matemática e suas tecnologias;

1 - está associado à competência especifica de cada habilidade;

03 - refere-se à habilidade dentro da competência especifica.

Desta forma, o código EM13MAT103, indica que se refere a uma habilidade da Etapa do Ensino Médio para o 1º ano ao 3º ano da área da matemática e suas tecnologias, está relacionada à competência 1 e é a 3º habilidade apresentada.

Como dito anteriormente, a BNCC traz em seu texto dez competências gerais da educação, e além das dez competências gerais cada área de conhecimento apresenta suas competências especificas. Diante disso, a área da matemática e suas tecnologias apresentam cinco competências especificas, dentre elas a 3º competência e a habilidade 1 que será o enfoque desse trabalho. A seguir expunha-se a redação da competência especifica 3:

> Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequações das soluções proposta, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p.527).

Esta competência associa-se a vários ramos da matemática do ensino médio, como por exemplo: álgebra, geometria, probabilidade, aritmética, estatística, grandezas e medidas. Com relação a essa competência destaca-se inicialmente a habilidade identificada como **EM13MAT301** que se refere a uma habilidade da etapa do ensino médio e pode ser abordado do 1º ano ao 3º ano da área da Matemática e suas tecnologias, que compõe a terceira competência e representa a primeira habilidade que em sua redação apresenta o texto a seguir: "Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas de conhecimento, que envolve equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais". (BRASIL, 2018, p.528).

Com relação à habilidade citada, ela tem como finalidade a resolução de problemas gerados por grandezas que variam de maneira linear no cotidiano, na matemática e até mesmo em outras áreas de conhecimentos. Assim, com o domínio da habilidade o aluno terá conhecimento essencial para trabalhar com sistemas de equações lineares do 1º grau com duas ou três incógnitas, utilizando as técnicas algébricas e gráficas para a compreensão do crescimento linear que as equações retratam.

2 – APLICAÇÕES DE SISTEMAS LINEARES

2.1 Circuitos Elétricos

De acordo com Anton, H. Rorres, C. (2012), inicialmente apresentamos alguns conceitos para a analise de problemas referentes aos circuitos elétricos. O conceito de circuito elétrico fundamenta-se nas Leis de kirchoff e Ohm.

Leis de Kirchoff:

- Lei das Malhas: a soma das tensões em uma malha é igual à zero.
- Lei dos Nós: a soma das correntes que entram é igual à soma das correntes que saem de um nó

Leis de Ohm: A tensão eletrica (V) é igual ao produto da Resistencia elétrica (R) pela corrente elétrica (I). A formula da Lei de Ohm é: $V = R * I$

Para determinar as intensidades das correntes elétricas do circuito elétrico representado na figura 1. Vamos utilizar sistemas lineares.

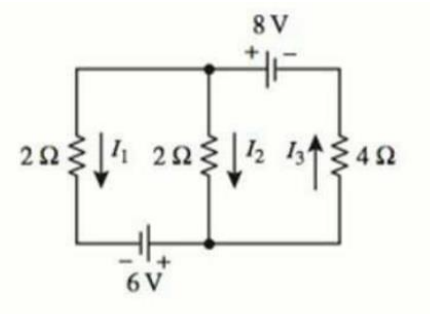

Figura 1. Circuito Elétrico

Fonte: **Anton e Rorres (2012, p.84, ex.5).**

Pela Lei de Kirchhoff das Correntes, aplicada em qualquer um dos nós, temos:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Pela Lei de Kirchhoff das Tensões, temos:

$$2I_1 = 2I_2 + 6$$

$$2I_2 + 4I_3 = 8$$

Assim, as correntes I_1, I_2 e I_3 formam o seguinte sistema de equações linear:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 2I_1 - 2I_2 \quad = 6 \\ \quad 2I_2 + 4I_3 = 8 \end{cases} \qquad (1)$$

A matriz aumentada do sistema é escrita como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Subtraímos da segunda linha o dobro da primeira linha, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Multiplicamos a segunda linha por $\left(-\frac{1}{4}\right)$, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Subtraímos da terceira linha o dobro da segunda linha, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 5 & 11 \end{bmatrix}$$

Multiplicamos a terceira linha por $\frac{1}{5}$, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{11}{5} \end{bmatrix}$$

Assim, pela última linha concluímos que:

$$I_3 = \frac{11}{5} = 2{,}2A$$

Substituindo de volta, obtemos:

$$I_2 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}I_3 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{5} = -\frac{3}{2} + \frac{11}{10} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5} = -0{,}4A$$

$$I_1 = I_3 - I_2 = \frac{11}{5} + \frac{2}{5} = \frac{13}{5} = 2{,}6A$$

Como I_2 é negativo, a direção é oposta ao indicado na figura.

2.2 Balanceamentos de Equação Quimica

Uma reação quimica é representada por uma euqação quimica, onde os reagentes são apresenatdos no lado esquerdo da seta e os produtos no lado direito da seta.

Vamos descrever a equação balanceada para a reação química abaixo:

$$C_4H_{10} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

Sejam x, y, z e w inteiros positivos que equilibram a equação:

$$xC_4H_{10} + yO_2 \rightarrow zCO_2 + wH_2O \qquad (2)$$

Para cada um dos elementos na equação, igualamos o número de átomos de cada elemento de ambos os lados, temos:

Carbono: $4x = z$

Hidrogênio: $10x = 2w$

Oxigênio: $2y = 2z + w$

E obtemos o sistema linear homogêneo

$$\begin{cases} 4x + 0y - 1z + 0w = 0 \\ 10x + 0y + 0z - 2w = 0 \\ 0x + 2y - 2z - 1w = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

A matriz aumentada desse sistema é:

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplicamos a primeira linha da matriz por $\frac{1}{4}$, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

A segunda linha menos dez vezes a primeira linha da matriz, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10}{4} & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Permutamos a segunda linha com a terceira linha da matriz, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10}{4} & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplicamos a segunda linha da matriz por $\frac{1}{2}$, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10}{4} & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplicamos a terceira linha da matriz por $\frac{4}{10}$, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

Da última linha concluímos que w é uma variável livre, e que a solução geral do sistema é dada por $w = t$, $z = \frac{4}{5}t$, $y = z + \frac{1}{2}t = \frac{4}{5}t + \frac{1}{2}t = \frac{13}{10}t$ e $x = \frac{1}{4}t$. Entretanto, devemos utilizar os menores inteiros positivos para equilibrar a equação (FONSECA, 2016, p.105). Nesse caso, calculamos o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, na qual encontramos o 10, então tomando $w = 10$, obtemos $x = 2$, $y = 13$, $z = 8$ e $w = 10$.

Substituindo esses valores em (2), obtemos a equação balanceada:

$$2C_4H_{10} + 13O_2 \rightarrow 8CO_2 + 10H_2O$$

CONCLUSÃO

O proposito do trabalho foi demostrar que através das aplicações de sistemas lineares podemos resolver problemas envolvendo outras áreas de conhecimento, que de acordo com a competência e habilidade da BNCC em relação ao estudo de sistemas lineares o aluno consegue buscar estratégias, conceitos e definições para resolver tais situações. Portanto, na atividade demostrada foi possível observar que podemos relaciona o ensino da matemática a outras áreas de ensino, salientando que a matemática é uma ciência que não se limita a sua aplicação em uma única área, mas, que ela é de fundamental importância nas outras áreas de ensino.

REFERÊNCIAS

ANTON, Howard. **Álgebra linear com aplicações** [recurso eletrônico] / Howard Anton, Chris Rorres; tradução técnica: Claus Ivo Doering. -10. ed. – Dados eletrônicos. –Porto Alegre: Bookman, 2012. 786p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**: ensino médio/ Luiz Roberto Dante. – 3. ed. – São Paulo: Ática, 2016.

FONSECA, Martha Reis Marques da. **Química: ensino médio**/ Martha Reis. – 2. ed. –São Paulo: Ática, 2016.

.