



Abaetetuba – Pa 07 a 09 de dezembro de 2022

MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O CONTEÚDO DE SÉRIES HARMÔNICAS NO ENSINO SUPERIOR

Autor: Diego da Silva¹
Orientadora: Edilene Farias Roza²

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) em andamento do Curso de Licenciatura plena em Matemática da UFFA/ Campus de Bragança. A referida pesquisa é de caráter bibliográfico e aborda a Matemática no campo musical, gerando uma proposta mais dinâmica para o ensino superior a ser utilizada por professores que ministram disciplinas de cujo o conteúdo Série Harmônica se encontra presente nas suas respectivas ementas no cursos de exatas. Esperamos com esse trabalho proporcionar aos alunos do Ensino Superior uma aula dinâmica, onde seriam inclusos contextos históricos sobre a música. Acreditamos que relacionar uma área artística (música) com a Matemática possa deixar um ambiente de estudo mais agradável, implicando em um melhor aproveitamento acadêmico por parte dos discentes.

Palavras-chave: música, matemática, série harmônica, monocórdio.

1. INTRODUÇÃO

A matemática é uma área das ciências exatas que possui relações com um amplo campo de conhecimento desde seus primórdios, pois ela surgiu a partir de necessidades do homem de organizar suas atividades cotidianas tais como vender, contar, calcular, trocar, estudar, etc. a fim de evoluir sua civilização.

Hoje continuamos fazendo uso desta ciência, porém de maneira mais evoluída, pois desde que ela fora criada, surgiram diversos matemáticos que contribuíram para a sua evolução fazendo com que ela se expandisse além das escolas para diversas áreas, tais como o comércio, tecnologias digitais e não-digitais, pesca, artesanato, música, artes visuais, agricultura e dentre outros.

Zacarias (2008) nos diz:

“Em Matemática, a mecanização e o excesso de verbalização são muito comuns, geram o medo da disciplina em todos os níveis de escolarização e influenciam até decisões a respeito da escolha profissional. Muitos adultos não prestam concursos porque têm medo de não conseguirem os acertos necessários para aprovação na área.” (ZACARIAS, 2008, p.21)

Apesar de que os conteúdos matemáticos estão presentes em diversas áreas de nosso cotidianos, podemos notar um certo receio de determinado público perante à matemática, pois esses acham que não farão o uso da mesma em seu dia-a-dia, outros se dizem não saber nada, implicando assim no desinteresse pela área. Há certos casos também que alunos chegam até a estudar porém apenas de modo superficial para questões de livramento da disciplina.

¹ Graduando; Universidade Federal do Pará/Ufpa; e-mail: diego.silva2018@braganca.ufpa.br

² Doutorado; Universidade Federal do Pará/Ufpa; e-mail: lenefarias@ufpa.br

Realização



Apoio



Se pararmos para observar, encontraremos a matemática inserida em diversos meios do nosso cotidiano, desde o trocar de mensagem em nossas redes sociais, em contas de bancos, em lojas e, essa inserção matemática vem sendo passada há gerações acostumando-nos tanto com o uso implícito da mesma fazendo-nos a não achar que usamos ela em outras áreas do conhecimento.

Este trabalho tem como objetivo apresentar a temática de um Trabalho de Conclusão de Curso de Matemática em andamento com as seguintes questões de pesquisa: podemos utilizar estudos musicais e relacionar com (pelo menos) um assunto da área de Matemática para proporcionar aulas que sejam mais dinâmicas e proveitosas aos alunos no ensino superior? de que forma a música pode contribuir para o ensino e aprendizagem do conteúdo de séries harmônicas?

2. MATEMÁTICA E MÚSICA

A música é uma arte que é bastante apreciada e querida por todos. Mas você sabe como se deu a sua origem? Você sabia que a história da música tem muita matemática envolvida?

Pouco se é falado sobre os primórdios da música, porém, ela vem sendo praticada pelos homens desde a pré-história e as suas relações com a matemática é perenal, suas origens partem de observações dos antigos gregos na *physis* (natureza) e dos ruídos que eram causados por trabalhos manuais. Era-se notado que alguns desses ruídos soavam bem aos ouvidos humanos. Há registros muito antigos da prática musical. Podemos citar por exemplo, o mito grego de Orfeu que era filho do deus Apolo e da musa Calíope, diz a lenda que seu pai presenteou-lhe com uma lira (instrumento musical de cordas parecido com uma harpa) transformando o jovem em um músico bastante dedicado. Reza a lenda que quando Orfeu cantava e tocava seu instrumento, a lira, acalmava a todos os seres vivos, incluindo os rios e toda a natureza, fazendo com que quaisquer que seja o ser ouvinte de sua música ficasse encantado e se rendesse totalmente a ela.

Figura 1: Orfeu tocando sua lira



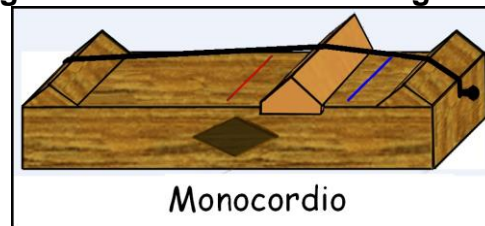
Fonte: <https://www.mitografias.com.br/2016/01/orfeu/>

Bem como Orfeu, O filósofo e matemático grego Pitágoras (570 a.C – 496 a.C) também era um grande músico. Foi ele quem fez o primeiro experimento musical, baseado em observações feitas a uma corda. Ele utilizou um instrumento chamado monocórdio que é composto de uma caixa de madeira com dois cavaletes fixos em suas extremidades, uma corda fixa e um cavalete móvel que é usado para particionar a corda em diferentes tamanhos e produzir diferentes sons. O monocórdio, quando tocado com sua corda solta, naturalmente soa uma nota musical, onde esta passa a

ser a base para que se possa outros sons musicais com diferentes timbres, dependendo do tamanho a ser particionada. As “novas” notas que eram encontradas, a partir da tônica, no instrumento foram determinadas nas seguintes proporções bem definidas, onde C é o tamanho da corda em uma unidade de medida não definida.

1. **Tônica**, de razão 1:1 e tamanho C
2. **Oitava**, de razão 1:2 e tamanho $\frac{C}{2}$
3. **Quinta**, de razão 2:3 e tamanho $\frac{2C}{3}$
4. **Quarta**, de razão 3:4 e tamanho $\frac{3C}{4}$

Figura 2- Monocórdio de Pitágoras



Fonte: www.clubes.obmep.org.br

O matemático ao fazer esse experimento não encontrou apenas notas consonantes, ou seja, notas que combinam entre si, mas várias outras notas que poderiam combinar ou não. A partir desse estudo no instrumento, deu-se origem a primeira escala musical, a escala pitagórica, onde Pitágoras a construiu através dos respectivos tamanhos de corda que se era particionado e tocado, e não pela frequência sonora. A escala pitagórica após definida, resultou em algo semelhante à figura abaixo pois não se sabe exatamente em que tom estava afinado o monocórdio usado por ele, haja visto que a afinação é irrelevante pois não modifica a estrutura da escala, mas consideremos que o instrumento estava afinado na nota Dó (C) para fins ilustrativo.

Figura 3: Esquema da escala pitagórica

Nota	C_4	D_4	E_4	F_4	G_4	A_4	B_4	C_5
Razão de frequência em relação a C_4	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
Número de cents acima de C_4	0	204	408	498	702	906	1110	1200
Intervalos em cents entre notas adjacentes	204	204	90	204	204	204	90	

Fonte: Menezes (2004)

Este feito fora essencial para a evolução musical, pois serviu de base para a música contemporânea, além de o estudo ser o marco inicial para os estudos da série harmônica.

3. UMA BREVE HISTÓRIA SOBRE A MÚSICA

Como já dito anteriormente, o primeiro experimento musical foi feito pelo matemático Pitágoras que deu origem a primeira escala musical, porém como não se tinha uma ideia de notas musicais como temos na atualidade, não se tem registros de que Pitágoras nomeou as notas, porém em muitos dos povos elas não possuíam nomes e em outros elas eram chamadas por letras do alfabeto, onde: **A** equivalia à nota **lá**; **B** equivalia à nota **si**; **C** equivalia à nota **dó**; **D** equivalia à nota **ré**; **E** equivalia à nota **mi**; **F** equivalia à nota **fá** e **G** equivalia à nota **sol**. Por volta do ano de 1000 d.C. havia um monge e músico chamado Guido D'Arezzo que morava na Itália, ele que sempre cantava louvores a Deus. Dentre os cantos que por ele era entoado, o que mais se tinha como especial para si era a oração de *Sancte Iohannes* (São João, em português) que era:

ORIGINAL EM LATIM	TRADUÇÃO PARA O PORTUGUÊS
<p><i>“Ut que aut laxis Resonare fibris Mira gestorum Famuli tuorum Solve polluti Labi reatum Sancte Iohannes”.</i></p>	<p>“Purificai bem-aventurado João, os nossos lábios polutos, para podermos cantar dignamente as maravilhas que o senhor realizou em ti. Dos altos céus vem um mensageiro anunciar a teu pai, que serias um varão insigne e a glória que terias”.</p>

O monge a fim de nomear as notas musicais, pegou as primeiras sílabas do poema cristão e deu-o como nome das notas, assim, foi dada a seguinte forma da seguinte forma:

Nota musical	Primeira nota	Segunda nota	Terceira nota	Quarta nota	Quinta nota	Sexta nota	Sétima nota
Nome da nota	Ut	Re	Mi	Fa	Sol	La	Sa
Letra que simboliza a nota	C	D	E	F	G	A	B

Essa nomeação não foi definitiva, pois devido o nome Ut por ter uma difícil pronúncia foi substituído por Do de *Dominum* que em português significa Senhor e o nome Sa foi substituído por Si, iniciais de *Sancte Iohannes* (São João), assim os nomes das notas foram definidas da seguinte forma: Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá e Si e suas cifras são representadas pelas letras C, B, E, F, G, A, B respectivamente, esta nomenclatura ficou bastante conhecida, fazendo com que ela fosse usada por todos, perdurando até os dias atuais.

4. A SÉRIE HARMÔNICA

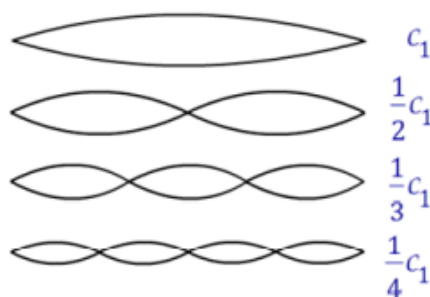
Ao ouvir um som, muitas vezes temos uma ideia bastante diferente do real sentido do som de um instrumento musical. Assim, acreditamos que ao ouvir certa nota de um determinado instrumento, este soa de maneira limpa e sem acréscimo de outros sons, porém, isso não é verdade.

Segundo ANDERLE (2001, p. 1-2)

“O som emitido por um instrumento musical é resultado de uma vibração. A série harmônica é resultado dos sons geradores e mais as notas agudas. Se tomarmos como exemplo a corda de um violão notaremos que além de vibrar em toda a sua extensão, também vibra em sua metade, em sua terça parte, em sua quarta parte e quinta parte, etc. produzindo sons cada vez mais agudos. A vibração da corda pode ser definida como ciclos ou Hertz. [...] A série harmônica é fisicamente infinita, e suas primeiras 16 notas surgem ao subdividir uma corda vibrante (experiência de Pitágoras) em 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 partes iguais.”

Todo instrumento ao ser tocado uma nota, não produz um som puro, mas sim uma série de frequências sonoras soando em harmonia. Essa série de sons, é chamada série harmônica. Quando um instrumento de cordas é tocado uma única corda, por exemplo, ela vibra em sua extensão total, em seguida sua metade, sua terça parte, assim sucessivamente, podemos ver na figura a seguir as subdivisões e concordar com a fala do autor acima.

Figura 4: vibrações de uma corda



Fonte: Pereira (2013)

Observe que tudo isso é a partir de um simples toque, uma nota excita diversos outros harmônicos dando ênfase a uma série harmônica de frequências, reproduzindo o som de todas essas partições. Podemos notar também pela imagem que as vibrações da corda são dadas pelos termos $\frac{1}{n}$, assim pode-se enxergar com clareza a série harmônica.

Apesar de muito simples, esta série é de muita importância para estudos matemáticos. Ela é representada pelo seguinte somatório:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

Podemos observar os termos da série decrescendo e tendendo a zero, pois se n for um número muito grande, o quociente será um número muito pequeno. Esta série é divergente, isto é, aplicando o limite para $n \rightarrow \infty$, a série vai para o infinito bem devagar. Podemos associar a série com os harmônicos de uma nota arbitrária, pois, a quantidade de harmônicos de um som fundamental qualquer é infinito, mesmo que

nem todos sejam audíveis aos nossos ouvidos, pois quanto mais afastado da nota original, esta se torna menos perceptível à audição humana e mais dissonante estes harmônicos ficam em relação à nota fundamental, além disso os intervalos entre si ficam cada vez menores, consideremos a seguinte série harmônica com a nota Dó (C) como som fundamental, observemos.

Figura 5: Exemplo de série harmônica vista musicalmente



Fonte: <http://www.estacaomusical.com.br/aprendendomusica/17/serie-harmonica>

5. METODOLOGIA E RESULTADOS ESPERADOS

Esta pesquisa é de caráter qualitativa, a ser realizada com alunos da graduação do Curso de Licenciatura em Matemática. Confeccionamos para a pesquisa um monocórdio, onde utilizamos madeira, uma corda de violão, uma tarraxa para afinar a corda e materiais de carpintaria. O instrumento foi feito baseado em imagens/ilustração de um monocórdio parecido com o que foi utilizado por Pitágoras, o mesmo já foi testado. Entregaremos aos alunos um questionário envolvendo questões de Matemática e Música, a fim de observar suas relações com o tema; também entregaremos uma atividade que será utilizada o monocórdio e a série harmônica onde esta já foi pensada, porém ainda não definida totalmente, ela passará por uma fase teste antes de ser aplicada com os alunos.

Figura 6: o monocórdio construído para a pesquisa



Fonte: Própria dos autores (2022)

Faremos a análise buscando subsídios através da pesquisa realizada para responder os questionamentos da pesquisa: Como podemos dinamizar o ensino e a aprendizagem de séries harmônicas no ensino superior, utilizando um instrumento da música (monocórdio) relacionando os conceitos matemáticos às notas musicais?

Faremos a aplicação da atividade na próxima turma que venha a cursar uma disciplina que tenha em sua ementa o conteúdo de séries harmônicas, onde provavelmente será a disciplina de ANÁLISE REAL ELEMENTAR, que é da grade de disciplinas da graduação em Matemática da faculdade de Matemática, campus de Bragança. Esperamos dinamizar esta aula, através deste recurso pedagógico, no sentido de proporcionar melhor aprendizagem sobre o conteúdo de Séries Harmônicas. Acreditamos que isso é possível, pois ao utilizarmos a música, uma área que é bastante requisitada por todos, deixará o ambiente de estudo mais agradável,

implicando em possibilidades de aprendizagem com a temática matemática x música para os alunos da graduação.

REFERÊNCIAS

ANDERLE, D. Série Harmônica, 2001. Disponível em:<http://www.dirsom.com.br/index_htm_files/Serie%20Harmonica.pdf>. Acesso em: 30 nov. 2022.

MENEZES, F. A acústica musical em palavras e sons. São Paulo: Ateliê Editorial, 2004.

PEREIRA, M. C. Matemática e Música de Pitágoras aos dias de hoje. Unirio, Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/2011/matematica-e-musica-de-pitagoras-aos-dias-de-hoje>. Acesso: 02 set. 2022.

SALOMÃO, J.S. PARTITURAS MUSICAIS: Possibilidades para o ensino da matemática, Castanhal – Pará, 2017. Disponível em: <https://bdm.ufpa.br:8443/jspui/handle/prefix/732>. Acesso: 09 mar. 2022.

ZACARIAS, S. A. A MATEMÁTICA E O FRACASSO ESCOLAR: MEDO, MITO OU DIFICULDADE, 2008. Presidente Prudente – SP. Disponível em: <https://livrozilla.com/doc/859198/a-matem%C3%A1tica-e-o-fracasso-escolar---in%C3%ADcio>. Acesso em: 03 set. 2022.