



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
RUA Manoel de Abreu, s/n, Bairro: Mutirão, CEP: 68.440-000  
Fone/Fax: (91) 37571131/37511107

## Aula 02

Tópico I:

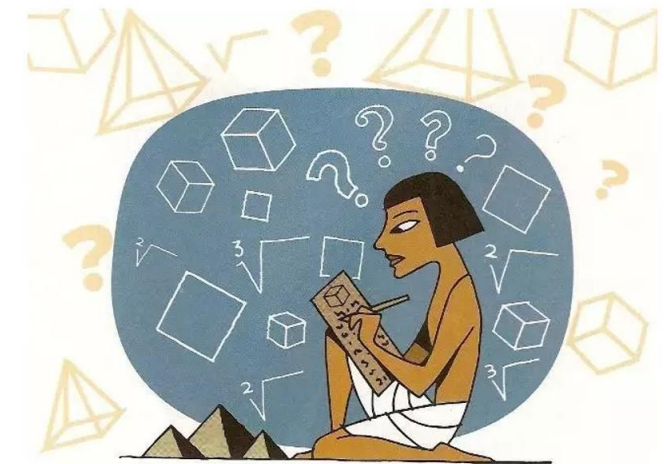
A matemática na Mesopotâmia no Egito;

- Escrita e números;
- O sistema sexagesimal posicional;
- A “álgebra” babilônica e as novas traduções;



## Disciplina

### **Evolução da Matemática**



Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros

[www.osvaldosb.com](http://www.osvaldosb.com)

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

EM UMA HISTÓRIA DOS NÚMEROS, é difícil escolher um ponto de partida.

Por onde começar?

Em que época?

Em que local?

Em que civilização específica?

Não é difícil imaginar que as sociedades muito antigas tenham tido noção de quantidade.

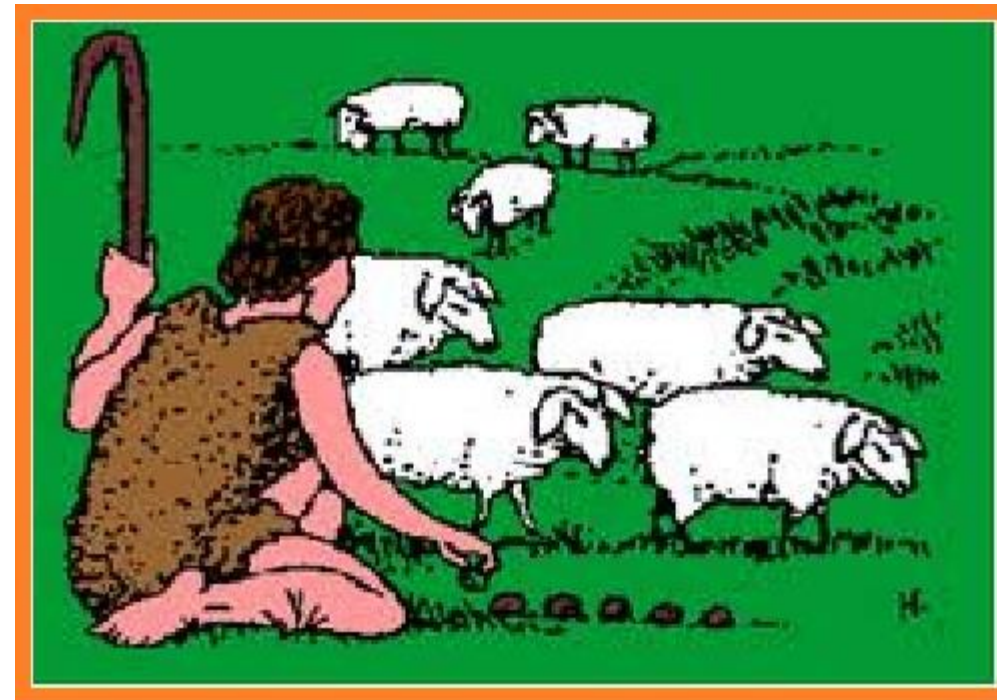


- ▣ *O ser humano já contava pequenas quantidades: os animais que caçava, os objetos que fazia, as mudanças de lua, etc.*
- ▣ *Como não existia símbolos, usavam os dedos da mão, pedrinhas, etc.*



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

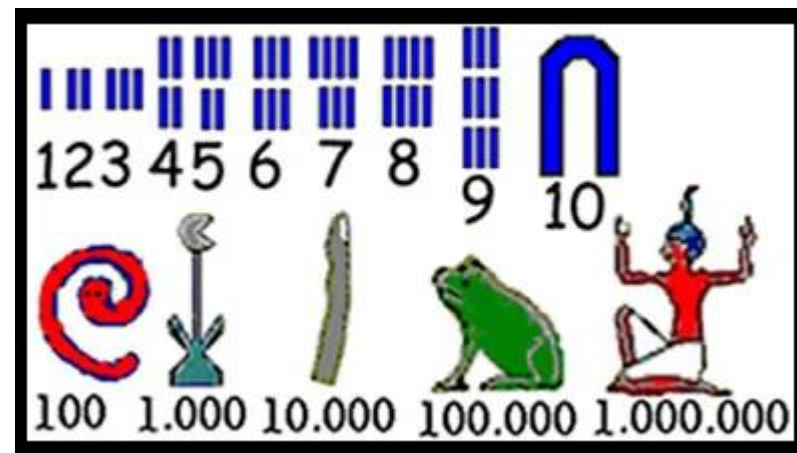
Normalmente, associa-se a história dos números à necessidade de contagem, relacionada a problemas de subsistência, e o exemplo mais frequente é o de pastores de ovelhas que teriam sentido a necessidade de controlar o rebanho por meio da associação de cada animal a uma pedra.



Relação biunívoca

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

Em seguida, em vez de pedras, teria se tornado mais prático associar marcas escritas na argila, e essas marcas estariam na origem dos números. Usamos aqui o futuro do pretérito – “teria”, “estariam” – para indicar que essa versão não é comprovada.



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

As fontes para o estudo das civilizações antigas são escassas e fragmentadas. Historiadores e antropólogos discutem, há tempos, como construir um conhecimento sobre essas culturas com base nas evidências disponíveis.

- ❑ *O ser humano já contava pequenas quantidades: os animais que caçava, os objetos que fazia, as mudanças de lua, etc.*
- ❑ *Como não existia símbolos, usavam os dedos da mão, pedrinhas, etc.*



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

Os tabletes que nos permitem conhecer a matemática mesopotâmica encontram-se em museus e universidades de todo o mundo. Eles são designados por seu número de catálogo em uma determinada coleção.



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

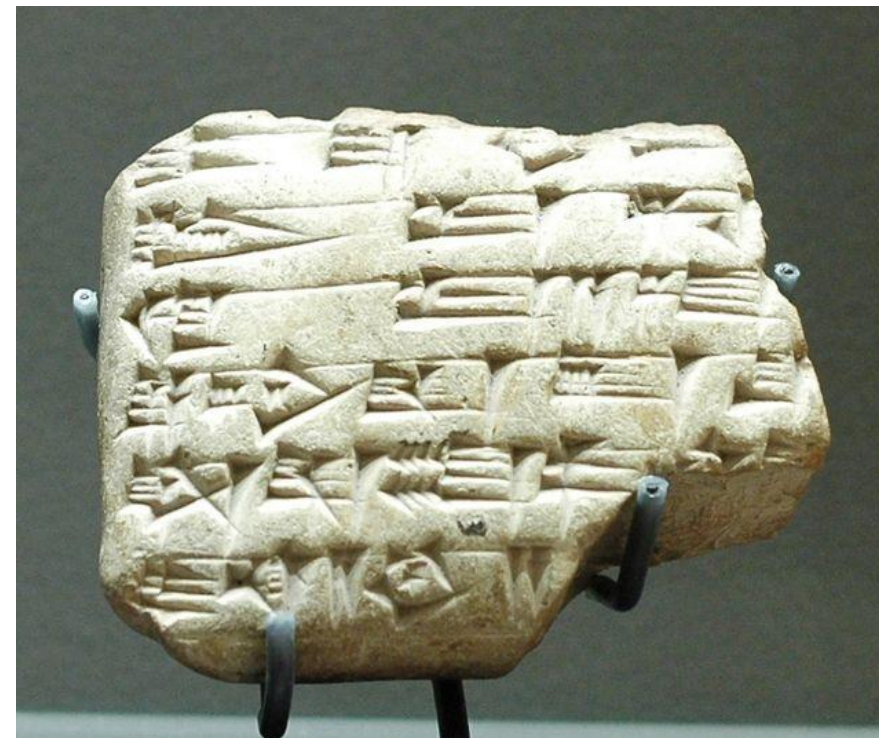
Nossa análise se restringirá às duas civilizações antigas mais conhecidas que possuíam registros escritos: a da Mesopotâmia e a do antigo Egito.



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

A invenção da escrita não seguiu um percurso linear. Além disso, diferentemente do que se costuma acreditar, não foi criada para aprimorar ou substituir a comunicação oral nem para representar a linguagem em um meio durável.





# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

As primeiras formas de que temos registro são oriundas da Mesopotâmia e datam do final do quarto milênio a.E.C. A versão histórica tradicional, desde o Iluminismo, era a de que sua prática se iniciou com o registro de figuras que buscavam representar objetos do cotidiano, ou seja, sua origem estaria em uma fase pictográfica, e a escrita cuneiforme mesopotâmica teria sido desenvolvida a partir daí.



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Contudo, em alguns tabletes mesopotâmicos já eram notadas discrepâncias entre as representações e os objetos simbolizados, mas elas eram atribuídas às limitações da cultura primitiva.



FIGURA 4 Impressões em tabletes de argila planos, contendo, neste caso, a descrição da quantidade de ovelhas.

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Nos anos 1990, a pesquisadora Denise Schmandt-Besserat, especialista em arte e arqueologia do antigo Oriente Próximo, propôs a tese inovadora de que a forma mais antiga de escrita teria origem em um dispositivo de contagem.



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Ela observou que as escavações traziam à tona, de modo regular, pequenos tokens – objetos de argila que apresentavam diversos formatos: cones, esferas, discos, cilindros etc. (Figura 2).



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Esses objetos serviam às necessidades da economia, pois permitiam manter o controle sobre produtos da agricultura, e foram expandidos, na fase urbana, para controlar também os bens manufaturados.

### ESCRITA E NÚMEROS

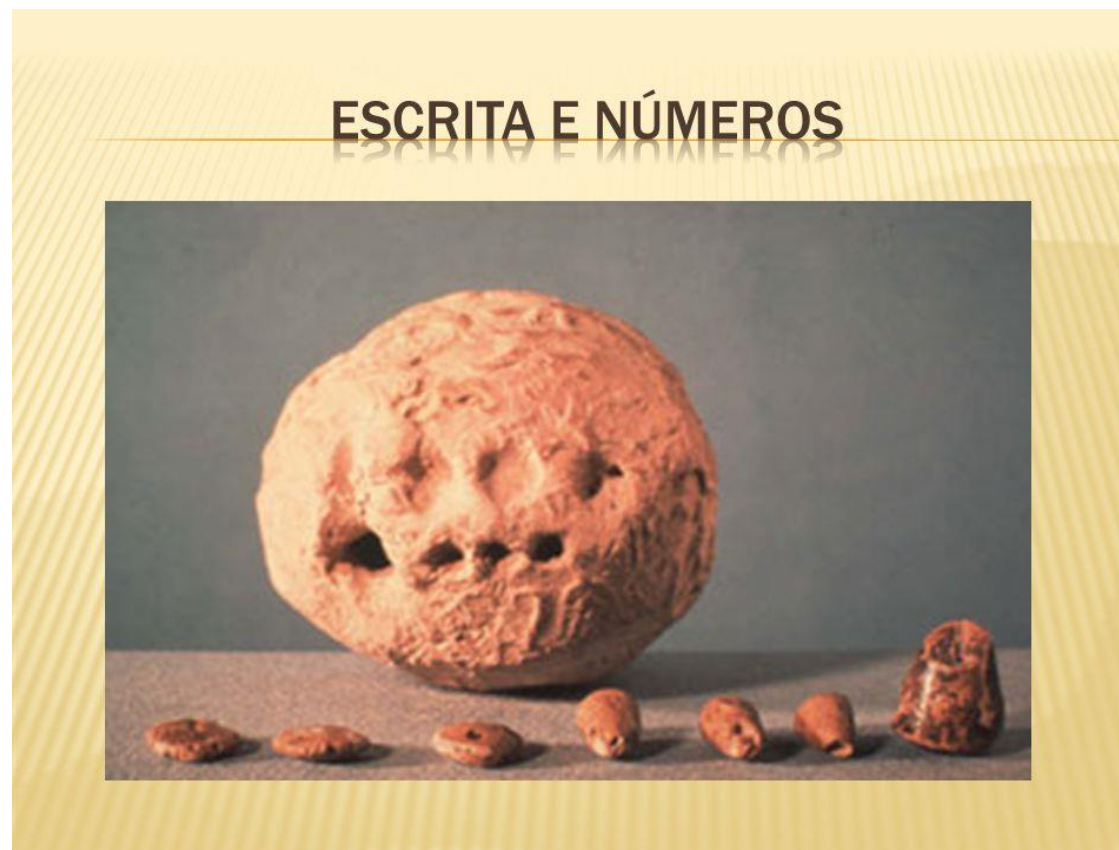
Eis os tokens:



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

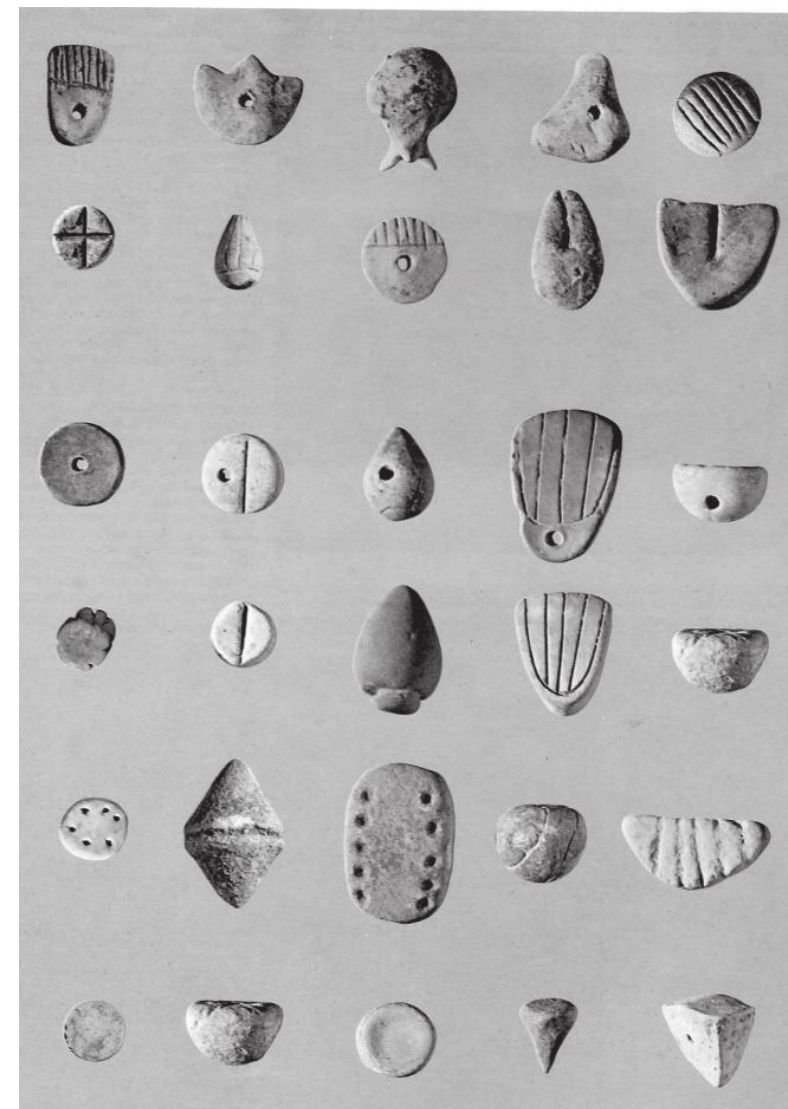
Os invólucros escondiam os tokens e, por isso, em sua superfície, eram impressas as formas contidas em seu interior (Figura 3).



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Trata-se de uma maneira de contar bem diferente da nossa. Eles não representavam números, como 1 ou 10, mas eram instrumentos particulares que serviam para contar cada tipo de insumo: jarras de óleo eram contadas com ovoides; pequenas quantidades de grãos, com esferas. Os tokens eram usados em correspondência um a um com o que contavam: uma jarra de óleo era representada por um ovoide; duas jarras, por dois ovoides; e assim por diante



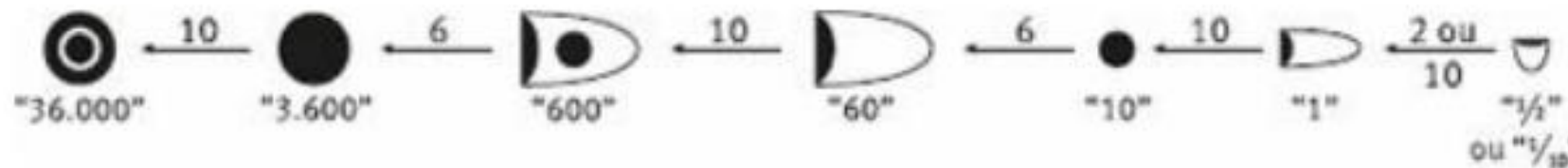
# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Os sistemas de numeração dependiam do contexto, logo, era possível usar sinais visualmente idênticos em relações numéricas diferentes. Uma marca circular pequena podia representar 10 marcas cônicas pequenas no sistema sexagesimal discreto, ou apenas 6 no sistema de capacidade de cevada



FIGURA 5a Sistema usado para medir capacidade de grãos, em particular cevada.











# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números







Os estudos sobre a matemática mesopotâmica sugerem que essa mudança se deu gradualmente. O estágio inicial, ainda protocuneiforme, contava com os seguintes sinais:

Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Sinais com os mesmos valores apareceram em meados do terceiro milênio, já dentro do sistema cuneiforme, mas guardando alguma relação visual com os sinais iniciais:

Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## Escrita e números

Finalmente, o sistema teria se estabilizado no fim do terceiro milênio. Nesse momento, duas mudanças importantes ocorreram. Em primeiro lugar, a função de contagem de objetos discretos que os sinais tinham no sistema protocuneiforme foi transformada e eles passaram a ser usados para fazer cálculos. A segunda mudança é que um mesmo sinal passou a ser usado para representar valores diferentes.

Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal	∩	∠	∩	∠	∩	∠

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito


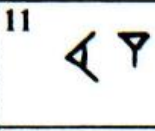
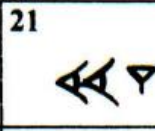
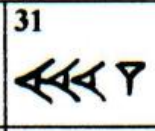

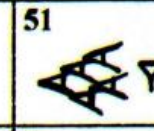

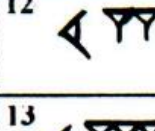
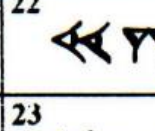
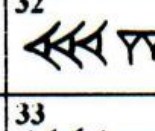
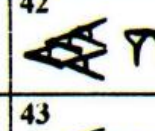

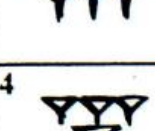
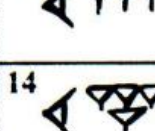
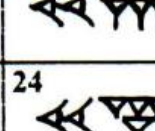
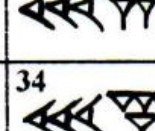



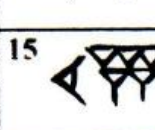
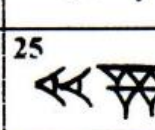
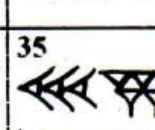
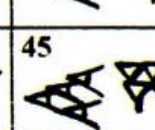


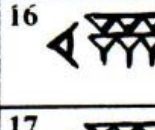
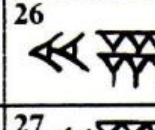
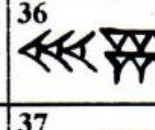

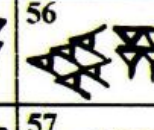


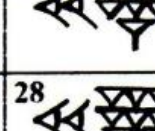
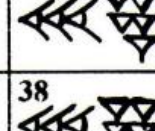


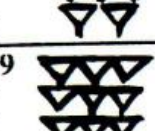
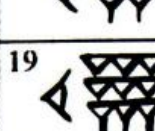
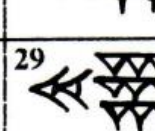



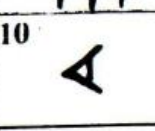
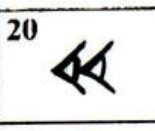

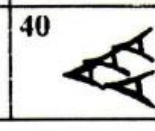
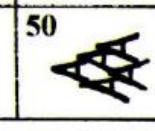
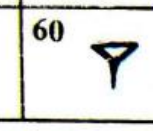












## O sistema sexagesimal posicional

A maioria dos tabletes cuneiformes de que temos notícia são do período em torno do ano 1700 a.E.C., quando a matemática já parecia bastante desenvolvida. O sistema sexagesimal era usado de modo sistemático em textos matemáticos ou astronômicos, mas, ao se referirem a medidas de volume ou de áreas, mesclavam vários sistemas distintos.

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito



## O sistema sexagesimal posicional





























































O sinal usado para designar a unidade era **era**. Esse sinal era repetido para formar os números maiores que 1, como (2), (3), e assim por diante, até chegar a 10, representado por um sinal diferente: .

1 	11 	21 	31 	41 	51 
2 	12 	22 	32 	42 	52 
3 	13 	23 	33 	43 	53 
4 	14 	24 	34 	44 	54 
5 	15 	25 	35 	45 	55 
6 	16 	26 	36 	46 	56 
7 	17 	27 	37 	47 	57 
8 	18 	28 	38 	48 	58 
9 	19 	29 	39 	49 	59 
10 	20 	30 	40 	50 	60 

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito



## O sistema sexagesimal posicional





























































O sinal usado para designar a unidade era . Esse sinal era repetido para formar os números maiores que 1, como (2), (3), e assim por diante, até chegar a 10, representado por um sinal diferente: .

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50		60	

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## O sistema sexagesimal posicional

O sinal usado para designar a unidade era . Esse sinal era repetido para formar os números maiores que 1, como (2), (3), e assim por diante, até chegar a 10, representado por um sinal diferente: .

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50		60	

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## O sistema sexagesimal posicional

Em seguida, **continuava-se a acrescentar a**, até chegar a 20, representado então por Esse processo aditivo prosseguia apenas até o número 60, quando se voltava a empregar o sinal, o mesmo usado para o número 1. Mostramos, a seguir, como os sinais cuneiformes representavam os números:

1	11	21	31	41	51
2	12	22	32	42	52
3	13	23	33	43	53
4	14	24	34	44	54
5	15	25	35	45	55
6	16	26	36	46	56
7	17	27	37	47	57
8	18	28	38	48	58
9	19	29	39	49	59
10	20	30	40	50	60



# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## O sistema sexagesimal posicional

Em seguida, continuava-se a acrescentar a , até chegar a 20, representado então por Esse processo aditivo **prosseguia apenas até o número 60**, quando se voltava a empregar o sinal , o mesmo usado para o número 1. Mostramos, a seguir, como os sinais cuneiformes representavam os números:

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50		60	

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## O sistema sexagesimal posicional

Nosso sistema de numeração de base 10 também é posicional. Há símbolos diferentes para os números de 1 a 9, e o 10 é representado pelo próprio 1, mas em uma posição diferente. Por isso se diz que nosso sistema é um sistema posicional de numeração de base 10, o que significa que a posição ocupada por cada algarismo em um número altera seu valor de uma potência de 10 para cada casa à esquerda.

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## O sistema sexagesimal posicional

Como na base 60 podemos ter, em cada casa, algarismos de 1 a 59, empregaremos o símbolo “;” como separador de algarismos dentro da parte inteira ou dentro da parte fracionária de um número. Para separar a parte inteira da fracionária, utilizaremos a vírgula (“,”). Por exemplo, **no número 12;11,6;31 a parte inteira é constituída por dois algarismos (12 e 11); e a parte fracionária por outros dois (6 e 31).**

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## O sistema sexagesimal posicional

No caso babilônico, os números 1, 60, 3.600 e todas as potências de 60 eram representados pelo mesmo símbolo, escrito em colunas diferentes. Cada coluna multiplica o número por um fator 60. Alguns exemplos:

TABELA 1

Cuneiforme	Leitura dos símbolos em nosso sistema	Valor decimal
Ⅰ < 𐎶	$1;15 = 1 \times 60 + 15$	75
Ⅰ 𐎶𐎶	$1;40 = 1 \times 60 + 40$	100
< 𐎶𐎶 𐎶𐎶 𐎶𐎶	$16;43 = 16 \times 60 + 43$	1.003
𐎶𐎶 𐎶 << 𐎶𐎶 𐎶𐎶	$44;26;40 = 44 \times 3.600 + 26 \times 60 + 40$	160.000
Ⅰ << 𐎶 𐎶𐎶 Ⅰ <	$1;24;51;10 = 1 \times 216.000 + 24 \times 3.600 + 51 \times 60 + 10$	305.470

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## A “álgebra” babilônica e novas traduções

Além dos tabletes contendo o resultado de operações, os babilônios tinham um certo número de tabletes de procedimentos, como se fossem exercícios resolvidos. Correspondiam a problemas que trataríamos hoje por meio de equações.

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## A “álgebra” babilônica e novas traduções

Analisaremos alguns deles em detalhes, com a finalidade de mostrar como seria anacrônico considerar que os babilônios soubessem resolver equações. Eis algumas contas que serão úteis na compreensão dos procedimentos. Resultados aritméticos usados:

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## A “álgebra” babilônica e novas traduções

Resultados aritméticos usados:

$$(a) 1 \div 2 = 0,30$$

$$(b) 0,30 \times 0,30 = 0,15$$

$$(c) 0,40 \times 0,20 = 0,13;20$$

$$(d) 0,10 \times 0,10 = 0,1;40$$

$$(e) 1 \div 0,40 = 1,30$$

$$(f) 1,30 \times 0,20 = 0,30$$

# 1. Matemáticas na Mesopotâmia e no antigo Egito

## A “álgebra” babilônica e novas traduções

Estudo dos problemas e exercícios que estão no livro para compor respostas na sala do google education.