

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/274380535>

# Análise de livro didático: um exercício de abstração reflexionante durante a formação docente em matemática

Article in #Tear Revista de Educação Ciência e Tecnologia · June 2014

DOI: 10.35819/tear.v3.n1.a1832

CITATIONS

0

READS

1,130

1 author:



Rodrigo Silva

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

162 PUBLICATIONS 72 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Projeto EDUMATEC [View project](#)



Trabalhos/pesquisas já orientados [View project](#)



## ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO: UM EXERCÍCIO DE ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE DURANTE A FORMAÇÃO DOCENTE EM MATEMÁTICA.

Rodrigo Sychocki da Silva\*

**Resumo:** O presente trabalho é o resultado de uma pesquisa feita com alunos da graduação em Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Campus Caxias do Sul. Através de uma metodologia de pesquisa qualitativa e investigativa, os alunos analisaram alguns livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático e que são utilizados em escolas de ensino básico para o ensino das funções exponenciais e logarítmicas. A teoria da abstração reflexionante de Piaget foi usada para analisar e interpretar a evolução cognitiva dos sujeitos durante a aplicação da proposta. A pesquisa evidencia como necessário um processo contínuo e reflexivo do docente durante a construção do conhecimento e avalia que os livros didáticos devem servir como fonte inspiradora para uma metodologia complementar a ser desenvolvida por parte do professor em sala de aula.

**Palavras-chave:** Abstração Reflexionante. Análise de livros. Ensino de funções. Tomada de Consciência.

### 1 Introdução

O ensino das funções reais é um assunto com importante destaque em pesquisas na área da educação matemática no Brasil. Com isso, percebe-se a considerável manifestação das diretrizes nacionais brasileiras, os Parâmetros Curriculares Nacionais, em propor aos professores que encarem as sequências de atividades oferecidas nos livros didáticos não como a única forma de trabalhar o assunto com os seus alunos, e sim como uma proposta que pode ser complementada com outras vindas por parte do professor, uma vez que é notável a aplicação das funções nas diversas situações do cotidiano.

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2002, p.44)

---

\* Mestre em Ensino de Matemática (UFRGS). Doutorando em Informática na Educação (UFRGS). Professor de Matemática no IFRS – Campus Caxias do Sul.



Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) deixam explícita a importância da Matemática, enquanto ciência aplicada constantemente às situações cotidianas. A proposta do documento é apresentar aos professores quais as qualidades matemáticas, que podem ser traduzidas na forma de competências e habilidades, que os alunos devem desenvolver ao cursar o ensino médio, tornando a Matemática uma disciplina de caráter formativo na qualificação e preparação do aluno para a vida adulta em sociedade.

O curso de Licenciatura em Matemática oferecido pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Caxias do Sul possibilita que os alunos ingressantes cursem no primeiro semestre a disciplina intitulada Matemática Fundamental I. Essa disciplina, de caráter obrigatório no curso, proporciona aos alunos a construção gradual dos conceitos envolvendo o assunto funções. Durante a disciplina, são abordados os seguintes tipos de funções: afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica.

De modo a envolver os alunos em uma atividade de pesquisa durante a disciplina, os resultados apresentados neste artigo tratam de uma experiência didática envolvendo graduandos em Licenciatura em Matemática no ano de 2012. Durante a realização da disciplina Matemática Fundamental I, foi proposta a investigação de alguns livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático<sup>1</sup> (PNLD) envolvendo os assuntos funções exponencial e logarítmica. A análise desenvolvida envolvia: a apresentação inicial do assunto; a escolha metodológica escolhida pelo(s) autor(es) no decorrer da proposta; e presença ou não de erros matemáticos na exibição do assunto. Durante a realização da pesquisa, os alunos foram orientados na elaboração de um relatório na forma de artigo, apresentado os resultados encontrados em sua pesquisa sobre o livro analisado.

Através da teoria da abstração reflexionante de Piaget foi possível analisar e compreender a evolução dos alunos durante o desenvolvimento da pesquisa. Com o uso de uma metodologia de pesquisa qualitativa, conforme apresenta Flick (2009), foi possível através de um desenho de pesquisa orientar a produção dos alunos e perceber que a evolução na compreensão dos conceitos matemáticos estava intimamente relacionada com a atividade cognitiva exercida durante a proposta de trabalho.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=66&id=12391option=com\\_contentview=article](http://portal.mec.gov.br/index.php?Itemid=66&id=12391option=com_contentview=article)>. Acesso em: 10 jun. 2013.



Assim, neste artigo, procuramos apresentar o desenvolvimento e análise desse trabalho desenvolvido com alunos da graduação em Licenciatura em Matemática do IFRS – Campus Caxias do Sul. O trabalho está organizado em cinco partes. Inicialmente, apresentamos o embasamento teórico envolvendo abstração reflexionante que será necessário para a análise das produções dos alunos. Em seguida, apresentamos uma reflexão teórica sobre o ensino das funções do ponto de vista das diretrizes nacionais com a exposição de algumas pesquisas brasileiras já produzidas envolvendo o ensino de funções. Após, descrevemos o processo metodológico do trabalho. Na sequência, são apresentados e discutidos os resultados da investigação produzidos pelos alunos e analisados à luz da teoria da abstração reflexionante. Na parte final, à guisa de conclusão, estão as considerações finais, apontando as possíveis implicações desta pesquisa para o ensino da matemática através de possíveis contribuições no trabalho com formação de professores.

## **2 Embasamento teórico: Abstração empírica, reflexionante, refletida**

A epistemologia genética de Jean Piaget é a teoria que explica o desenvolvimento cognitivo humano levando em consideração as ações do sujeito sobre os objetos e os seus avanços progressivos, devido às *coordenações das ações* realizadas pelo sujeito ao agir sobre os objetos. Na epistemologia genética, considera-se “objeto” tudo o que não é o sujeito. É importante destacar que o pensamento e as ideias do próprio sujeito também podem ser consideradas objeto, desde que o sujeito estabeleça ações sobre elas e assim avance na direção da tomada de consciência dessas ações.

O termo “coordenações de ações” apresentado no parágrafo anterior é a fonte de estudo no processo de abstração proposto por Piaget (1977). O verbo abstrair significa retirar, extrair, puxar. Neste caso, temos que a abstração consiste no processo de retirada de qualidades dos objetos ou também a retirada de uma elaboração através das coordenações de ações sobre os objetos. Nesse sentido, a abstração proposta por Piaget divide-se em duas categorias: abstração empírica e abstração reflexionante.

A abstração empírica consiste em extrair dos objetos qualidades que eles possuem, nas quais através delas o sujeito terá a possibilidade de fazer relações e elaborar novas características ou qualidades para os objetos. Podemos dizer que a abstração empírica é a



etapa inicial e necessária para a evolução cognitiva do sujeito, uma vez que sem ela não é possível evoluir a qualidade do pensamento através da abstração reflexionante.

No processo de retirada das características dos objetos, não podemos confundir isso com a retirada de qualidades que atribuímos aos objetos, caracterizando, segundo Piaget (1977), a abstração pseudoempírica. A abstração pseudoempírica é um tipo de abstração reflexionante e exige do sujeito a coordenação de suas ações para acontecer. Um exemplo que pode ilustrar é: dado um conjunto que contém dez bolas de gude, se todas são da cor azul, então a retirada dessa qualidade dos objetos é uma abstração empírica, pois essa característica pertence aos objetos desse conjunto. Ao enumerar o conjunto e verificar que há dez bolas de gude, temos que essa informação é dada por uma abstração reflexionante, do tipo pseudoempírica, já que a quantidade “dez” foi colocada pelo sujeito no grupo de bolas de gude.

Conforme dito anteriormente, o processo de abstração empírica é necessário para que o sujeito evolua cognitivamente. Porém, somente com esse tipo de abstração não é possível dar conta das explicações sobre os processos de generalizações, conforme a matemática propõe. Na matemática a empiria se faz presente, ao passo que a extração das características próprias dos objetos é necessária e contribui para elaborações mais complexas e que generalizam as qualidades, enriquecendo assim o objeto de estudo do matemático. À medida que se aumenta o número de abstrações do sujeito durante o processo interativo com o objeto, a qualidade de seu pensamento evolui devido à abstração reflexionante e às sucessivas tomadas de consciência durante o processo.

No estudo da tomada de consciência, Piaget mostra que a tomada de consciência possui níveis que vão progressivamente evoluindo conforme aumenta a intensidade da interação entre sujeito e objeto. Podemos afirmar que a evolução desses níveis possui relação com o processo de abstração, ao passo que a abstração caracterizada pela tomada de consciência do sujeito é chamada de abstração refletida. Essa última é o produto de uma abstração reflexionante que se tornou consciente para o sujeito. Os diversos experimentos apresentados em Piaget (1977) mostram que para atingir esse patamar de abstração o sujeito deve passar por etapas que são necessárias e graduais, na quais, a cada novo desafio, o sujeito é desequilibrado, ou seja, é levado a reconsiderar e reavaliar as suas hipóteses iniciais e também deve se organizar de tal forma a superar as contradições e dificuldades que surgem durante a interação.



Nesse sentido, o processo de abstração está intimamente ligado com os processos de assimilação e acomodação propostos por Piaget em sua teoria da equilíbrio. Piaget considera que esses dois elementos são os polos da interação entre o sujeito e o objeto, a qual é condição necessária e suficiente para o desenvolvimento intelectual. Nesse sentido, Montangero (1998) argumenta que a assimilação não se reduz a uma simples identificação, mas sim à construção de estruturas que incorporam novos elementos ao longo do processo. A acomodação, nesse sentido, surge como atividade complementar da assimilação, a qual é exercida pelo sujeito e consiste na reorganização dos seus esquemas assimiladores, produzindo assim uma estrutura. A estrutura caracteriza-se como uma organização de esquemas assimiladores capazes de possibilitar ao sujeito enfrentar as diversas situações.

Quando o sujeito está frente às situações novas, Piaget (1977), em sua teoria da abstração, propõe a “criação das novidades” como característica essencial da abstração reflexionante. O processo de “criar novidades” frente aos desafios é uma característica essencialmente dos seres humanos, pois ao possuir a capacidade simbólica, construída desde o estágio pré-operatório, os humanos podem estabelecer relações entre os seus esquemas e a organização do pensamento em forma simbólica, possibilitando que essas relações sejam cada vez mais aprimoradas e melhorem a qualidade do pensamento.

O processo de abstração aponta características fundamentais para a compreensão de como o sujeito evolui cognitivamente. O aperfeiçoamento das qualidades no pensamento depende de dois processos internos que ocorrem durante o processo de acomodação: reflexão e reflexionamento. Esses dois processos são essenciais para compreender como a evolução do pensamento humano ocorre endogenamente.

O reflexionamento pode ser entendido como o ato mental de projetar um patamar inferior para um superior, ou seja, é um processo que leva características de um nível precedente para um próximo. Essa passagem não explica o aperfeiçoamento qualitativo do pensamento, sendo assim necessário que ocorra a reflexão. A reflexão, para Piaget, é o ato mental capaz de reconstruir e reorganizar os elementos que vieram do patamar anterior. A reflexão e o reflexionamento não ocorrem isoladamente, ambos caracterizam um processo necessário na evolução do processo de abstração. O aperfeiçoamento da estrutura provinda da organização dos esquemas possibilita ao sujeito, conforme ele avança na ação, organizar e aprimorar também a sua reflexão.

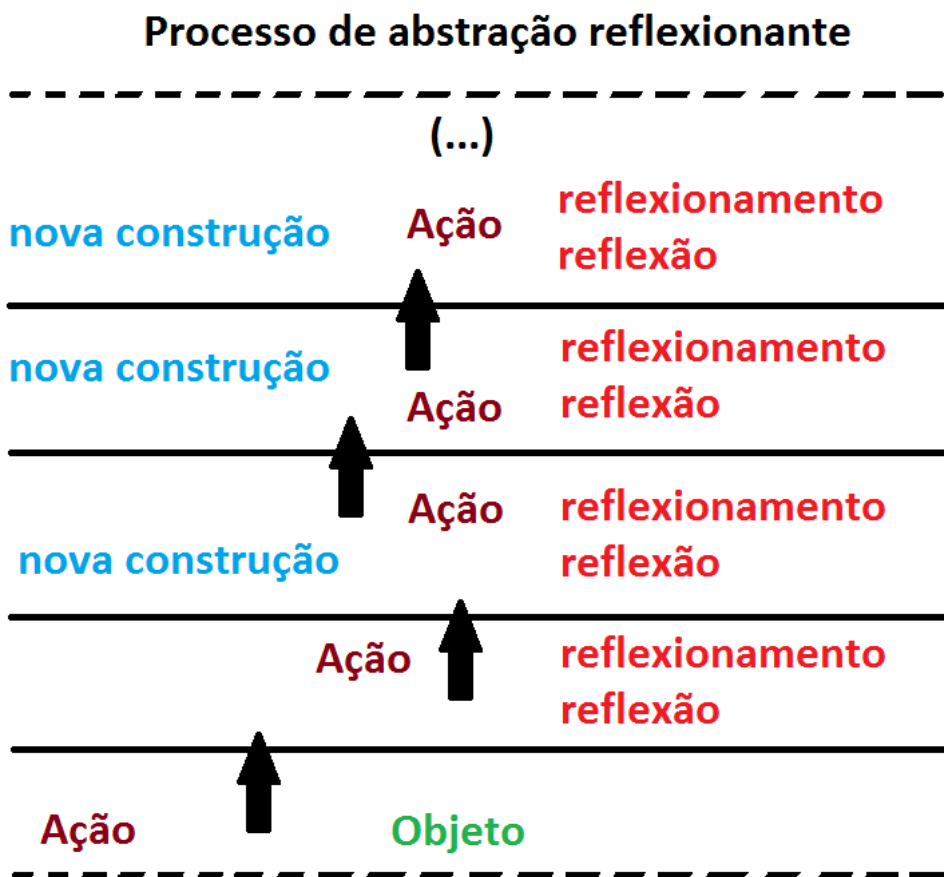


Juntamente com a criação das novidades, o processo de reflexionamento e reflexão caracterizam o processo de evolução da abstração. Como Piaget (1977) afirma, a acomodação propõe que o sujeito terá um equilíbrio cognitivo, não permanente, mas ao ser colocado frente a uma situação nova que exige a criação de novidades, o sujeito é colocado em prova e, diante dos fatos, ele pode através das coordenações de suas ações alcançar patamares de abstração cada vez mais superiores.

Conforme as elaborações e reconstituições das representações em um todo vão se tornando cada vez mais eficazes e atingem níveis cada vez mais superiores, a reconstrução e elaboração e novas estruturas conduz o sujeito ao que Piaget considera como abstração refletida. Nesse nível de abstração ocorre o que chamamos por metarreflexão, ou ainda, reflexão sobre reflexão. Nesse ponto, o sujeito elabora reflexões sobre as reflexões previamente elaboradas e chega ao nível da formalização do pensamento. Isso não torna a abstração empírica nula, porém ela tende a ser muito pequena se comparada ao início do processo, pois, ao evoluir a forma de pensamento qualitativamente ao longo de sucessivas abstrações reflexionantes, o objeto no qual o sujeito age são suas ideias, tornando a abstração reflexionante muito mais presente na atividade cognitiva do sujeito. Logo, o processo reflexionante possibilita que sujeito faça construções de formas de pensamento cada vez mais elaboradas, enriquecidas pela sua ação sobre os objetos e sobre a coordenação de suas ações.

A Figura 1 mostra através de um diagrama a organização das ideias sobre o processo de abstração apresentadas ao longo dessa seção. Durante a presente pesquisa, foi observado que a evolução cognitiva dos sujeitos envolvidos com a proposta ocorreu de modo gradual, onde as diferentes formas de abstrações foram surgindo e incorporando novos elementos na qualidade do pensamento dos alunos.

Figura 1 - Diagrama sobre o processo de abstração reflexionante.



Fonte: Adaptado de Becker (2012, p.38)

### 3 Estudos já produzidos sobre o ensino de funções

Brasil (1999, p. 40) apresenta a importância de o professor considerar a Matemática como uma ciência aplicada ao cotidiano dos alunos, conforme a passagem a seguir:

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1999, p.40)





A passagem anterior destaca a importância que deve ser dada à Matemática, como uma ciência capaz de resolver problemas que exigem investigação e ação dos alunos sobre o objeto de estudo. Com isso, a sugestão é que o professor, em seu plano pedagógico durante as aulas, deve motivar e despertar a curiosidade dos alunos através das situações que surgem na exploração de problemas onde, a partir das ideias, o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos seja possível. Para isso, é fundamental que o professor busque situações que estão além das sugeridas pelo livro didático.

As atividades realizadas em sala de aula devem, em sua maioria, possuir caráter investigativo, capaz de proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais efetiva e com isso evitar a memorização de técnicas e algoritmos. Com o objetivo de evitar as memorizações desnecessárias durante a trajetória escolar, o estudo da matemática deve possuir finalidades específicas no ensino básico. As diretrizes deixam explícito que o professor deve proporcionar a interdisciplinaridade em suas aulas, fazendo o aluno reconhecer a importância da aplicação de conceitos matemáticos em outras áreas do conhecimento. Em Brasil (1999, p.42) há uma lista de finalidades sugeridas para o professor contemplar durante o ensino da matemática:

*Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;*

*Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;*

*Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;*

*Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;*

*Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;*

*Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;*

*Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;*

*Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;*

*Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 1999, p.42)*



Os termos que estão destacados em itálico na lista acima propõem que o ensino da matemática seja reconsiderado em termos da construção do conhecimento pelos alunos. O ensino das funções na matemática escolar é uma questão de grande importância na discussões que envolvem o ensino desse conteúdo, pois se considera que esse é um dos conteúdos mais relevantes e que o aluno deve conhecer e se apropriar dos conceitos matemáticos envolvidos. Ao mesmo tempo ocorre que o tema é muitas vezes abordado de forma insuficiente e incompleta, apoiando-se no uso de um livro didático que muitas vezes contém erros e é mal organizado.

Em Brasil (2002, p.121), verifica-se que a proposta para o estudo das funções deve permitir ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Sugere-se ainda no documento que uma proposta de ensino desse conteúdo pode ser iniciada diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, permitindo o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas graficamente ou algebricamente.

Nesse sentido, destaca-se que os problemas de aplicação não devem ser deixados de lado no início do estudo, pois eles devem ser capazes de motivar e apresentar diversos contextos para o aluno aprender funções. A inumerável quantidade de situações envolvendo funções permite que ao ensino desse conteúdo sejam incorporados exemplos do cotidiano e representações gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas.

Partindo da hipótese de usar problemas de modelagem que sirvam de motivação para a aprendizagem dos alunos, em Brasil (2002), há uma valorização sobre a característica interdisciplinar que possuem as funções exponenciais e funções logarítmicas, deixando um pouco de lado as propriedades e técnicas operatórias nas quais concentra-se muitas vezes o trabalho do professor.

O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. As funções exponenciais e logarítmicas, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. A resolução de equações logarítmicas e exponenciais e o



estudo das propriedades de características e mantissas podem ter sua ênfase diminuída e, até mesmo, podem ser suprimidas. (BRASIL, 2002, p.121)

Ao usar o livro didático em aula, um ponto relevante é o papel que tem o questionamento do professor feito a si próprio quando vai propor o início da discussão de um assunto. Questões como: “Será que isso é realmente necessário?”, “Qual a utilidade desse assunto para a vida dos meus alunos?” e “Como posso saber se meus alunos construíram os conceitos referentes a esse conteúdo?” são pertinentes ao se investigarem novas possibilidades metodológicas em ensino de matemática, uma vez que leva o professor a uma reflexão sobre o seu papel como docente em sala de aula. Um aspecto interessante observado ao longo dos textos das diretrizes é que todo o aprendizado envolvido perde contexto se não se explicita aos alunos a importância das funções em questões tecnológicas ou em outras ciências.

No Brasil, alguns trabalhos em nível de pós-graduação apresentaram como problema de pesquisa o ensino de funções, funções exponenciais e logarítmicas. Silva Júnior e Gazire (2011) apontam que a matemática dentro do contexto científico é uma disciplina de caráter centralizador. A matemática pode ser usada como um elemento reducionista, através da qual podem-se expressar as leis da natureza, levando em consideração que o conhecimento científico moderno procura determinar regras fixas para o funcionamento dos fenômenos observáveis.

Frederico (2008) propõe uma análise crítica na forma como é abordado o conceito de logaritmo na escola básica. Ele salienta a importância de possibilitar aos alunos o desenvolvimento de uma mente crítica, na qual eles devem ser capazes de raciocinar sobre questões que ainda não tiveram contato. Em forma de crítica, Frederico (2008, p.52) aponta que uma “aprendizagem mecanizada, fundamentada somente em técnicas operatórias, gera mentes domesticadas, e desta forma, alunos que são treinados para só fazerem o que aprendem, sendo que jamais serão cidadãos plenos”.

Com o objetivo de não usar diretamente o livro didático em sua experiência, Souza (2010), em sua pesquisa, analisou se as atividades apresentadas no Caderno do Professor no estado de São Paulo contribuem ou não para a compreensão do conceito de função exponencial. O Caderno do Professor constitui um conjunto de conteúdos divididos em etapas e que, de maneira geral, apresenta um material que se aproxima do que é apresentado nos livros didáticos utilizados nas escolas. O diferencial desse Caderno, segundo a autora, consiste



em trazer uma nova abordagem para o assunto das funções exponenciais, destacando-se a contextualização dos conteúdos e as competências individuais dos alunos perante a leitura e escrita matemática. Com a aplicação das atividades utilizando uma metodologia qualitativa de pesquisa, Souza (2010) obteve resultados positivos em seu estudo, destacando a importância do professor em desenvolver as suas próprias sequências de atividades que possibilitem ao aluno visualizar a importância dos conteúdos abordados na aula.

Com o cenário de pesquisa estabelecido, encontramos os subsídios necessários para fundamentar a presente investigação. A proposta foi pesquisar sobre como os conceitos relacionados com funções exponenciais e logarítmicas são apresentados nos livros didáticos nacionais através de uma metodologia de pesquisa qualitativa segundo Flick (2009), baseada na investigação e estudo da literatura utilizadas nas escolas, e assim contribuir para a discussão envolvendo o ensino desses assuntos para a matemática. Além disso, procuramos investigar a evolução cognitiva dos alunos durante o processo de pesquisa, verificando o exercício cognitivo da abstração, desde os níveis iniciais da abstração empírica até mais adiante, com a abstração refletida.

#### **4 Procedimentos metodológicos**

A metodologia da presente pesquisa caracteriza-se por ser de cunho qualitativa, uma vez que o acompanhamento da evolução dos alunos no decorrer do semestre se identificou conforme afirma Flick (2009):

A pesquisa qualitativa é uma atividade situada que posiciona o observador no mundo. Ela consiste em um conjunto de práticas interpretativas e materiais que tornam o mundo visível. Essas práticas transformam o mundo, fazendo dele uma série de representações, incluindo notas de campo, entrevistas, conversas, fotografias, gravações e anotações pessoais. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve a postura interpretativa e naturalística do mundo. Isso significa que os pesquisadores desse campo estudam as coisas em seus contextos naturais, tentando entender ou interpretar os fenômenos em termos dos sentidos que as pessoas lhes atribuem. (FLICK, 2009, p.16)

A elaboração de um plano de ação inicial, considerado como o desenho de pesquisa, que seja adequado ao tema e à proposta metodológica foi importante para garantir a qualidade



do estudo e dos resultados obtidos para análise. Para o desenvolvimento da pesquisa envolvendo a análise dos livros didáticos, inicialmente elaboramos um desenho de pesquisa, conforme a concepção de Ragin (1994):

O desenho de pesquisa é um plano para coletar e analisar as evidências que possibilitarão ao investigador responder a quaisquer perguntas que tenha feito. O desenho de uma investigação toca em quase todos os aspectos de uma pesquisa, desde os detalhes minuciosos da coleta de dados até a seleção de técnicas de análise de dados. (RAGIN, 1994, p. 191)

Após a definição do desenho de pesquisa, a turma de alunos foi organizada em grupos. Na tabela 1 apresentamos a lista de livros analisados durante a pesquisa. O critério para escolha dos livros foi inicialmente verificar se ele tinha sido aprovado no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e, como um critério complementar, constatar o uso do livro em alguma escola do município de Caxias do Sul – RS.

Ao mesmo tempo em que o assunto era discutido na disciplina de Matemática Fundamental I, os alunos analisavam o livro escolhido na tentativa de compreender a escolha metodológica e a forma de apresentação dos assuntos dadas pelos autores. Ainda destacamos que os alunos, durante a investigação, verificaram e apontaram a ocorrência de erros matemáticos apresentados nos livros. Com isso, ocorreu a possibilidade de questionar como o conhecimento matemático poderia ser construído nas aulas das escolas que utilizavam o livro como referência. Nesse momento, constatou-se que a proposta de pesquisa estava de alguma maneira possibilitando o exercício da abstração, seguido de tomada de consciência. Esse exercício de pesquisa realizado com futuros professores propôs contribuir na formação de um professor de matemática que pudesse ser simultaneamente crítico e consciente de sua importância na sociedade.

Tabela1: Lista de livros analisados pelos alunos durante a pesquisa.

<b>Título: Matemática Ciências e Aplicações (volume 1)</b> Autores: Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David de Genszajn, Roberto Périgo, Nilze de Almeida. Aprovado para o triênio 2012, 2013 e 2014.
<b>Título: Matemática (volume único)</b> Autor: Luís Roberto Dante. Aprovado para o triênio 2009, 2010 e 2011.
<b>Título: Matemática (volume único)</b> Autor: Manoel Paiva. Aprovado para o triênio 2009, 2010 e 2011.
<b>Título: Matemática (volume 1)</b> Autor: Joamir Roberto de Souza. Aprovado para o triênio 2012, 2013 e 2014.
<b>Título: Conexões com a Matemática (volume único)</b> Autor: Juliana Maturaba Barroso. Aprovado para o triênio 2012, 2013 e 2014.
<b>Título: Matemática, ciência, linguagem e tecnologia. (volume 1)</b> Autor: Jackson Ribeiro. Aprovado para o triênio 2012, 2013 e 2014.
<b>Título: Matemática completa (volume 1)</b> Autores: José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno. Aprovado para o triênio 2009, 2010 e 2011.

Fonte: Autoria própria

Ao longo do semestre que ocorreu a pesquisa, os alunos foram orientados para a produção de um texto, na forma de artigo, expondo as reflexões produzidas durante a análise dos livros escolhidos. Percebe-se que esse tipo de pesquisa contribui na formação de professores durante a graduação e que, ao analisar a metodologia apresentada em um livro didático, o graduando questiona-se quanto à função social do professor no exercício da docência.

A investigação de alguns livros didáticos de matemática aprovados no programa PNLD é um exercício que conduz o licenciando à reflexão sobre a prática docente. Nesse sentido, os elementos da pesquisa qualitativa vêm ao encontro da proposta norteadora deste trabalho, contribuindo para o exercício da prática do professor de matemática como um sujeito questionador e consciente de sua realidade.

## 5 Análise e avaliação da proposta

Após as discussões realizadas em aula e conforme a investigação do livro didático ia avançando, os alunos foram construindo um texto na forma de artigo e que tinha por objetivo

organizar e expor as ideias construídas. Nota-se que, durante a pesquisa, a turma foi receptiva com a proposta, e a participação ocorreu de forma integral, onde todos os alunos tiveram contribuições no trabalho e também para a construção do conhecimento pela turma.

Do ponto de vista investigativo, os alunos através de sua pesquisa coletaram informações importantes envolvendo os livros analisados e sintetizaram suas impressões de forma muito proveitosa no texto construído ao longo do semestre. Na tabela 2, apresentamos os relatos extraídos de quatro artigos construídos pela turma. Os relatos afirmam que esse tipo de análise e exploração sobre os livros é importante e deve ser complementada pela ação do professor sobre o material, evitando-se somente a repetição dos conteúdos apresentados pelo livro didático.

Tabela 3: Relatos extraídos dos artigos construídos.

<p><i>O livro analisado apresenta seus defeitos e suas qualidades, assim como todos os outros livros didáticos que encontramos no nosso país. Os questionamentos que foram feitos durante as aulas foram úteis também para a <b>formação do trabalho e da própria consciência</b> que devemos ter daqui um certo tempo, onde receberemos estes materiais e trabalharemos com eles de forma que o ensino da matemática seja sempre um ponto de fuga para compreender padrões, criar no aluno um espírito de investigador da realidade e proporcionar o pensamento lógico para que, <b>cada vez mais todos compreendam o porquê estudar matemática...</b></i></p> <p><b>Relato encontrado no artigo do aluno A.</b></p>
<p><i>A presente análise foi positiva no que diz respeito à postura empática e comprometida que um educador deve ter no momento de escolher um recurso tão importante quanto o é o livro didático. Os itens presentes no guia PNLD 2012, vêm ao encontro das necessidades, professor/aluno, embora foi constatado que muitos deles não são contemplados na obra e alguns deles o são de forma parcial, colocando em dúvida a qualidade da obra. <b>A referida observação embora superficial até pelo fato de que alguns itens, ainda, não são de nosso domínio, apresentou-se como um tema questionador e importante para a qualidade pedagógica tanto do aluno quanto do professor. Sendo interessante uma futura lapidação deste em possíveis e necessários estudos e análises.</b> Percebemos que como ferramenta ou recurso didático, este material pedagógico é de suma importância e, principalmente na área matemática, deve ser visto e considerado com maior respeito e comprometimento, o que garantirá a qualidade e o resultado final, da obra apresentada.</i></p> <p><b>Relato encontrado no artigo dos alunos B, C e D.</b></p>
<p><i>Após leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, <b>percebe-se a importância a leitura dessas informações para o docente, bem como o domínio do conteúdo para identificar nas obras disponibilizadas a mais adequada a sua metodologia de ensino.</b> A obra apresenta grande parte das exigências contidas no PCN, e pode ser aproveitada para o ensino, mediante pequenas correções e aprofundamentos do professor. Destaca-se pelo estímulo ao raciocínio lógico, e a abordagem das relações entre o conteúdo aprendido e suas aplicações reais.</i></p> <p><b>Relato encontrado no artigo da aluna E.</b></p>
<p><i><b>Em seu papel de apoio ao trabalho do professor o livro didático deve orientar-se pelas propostas de ensino que favorecem o aprimoramento dos processos reflexivos.</b> Abordar os conteúdos de modo que os alunos tenham a oportunidade de expor o que sabem sobre o assunto, de elaborar soluções próprias para os problemas e de refletir adequadamente sobre as decisões a tomar, sendo assim, implica tratar esses conteúdos de diferentes maneiras, de ângulos variados. Diferentes pontos de vista favorecem a construção de conhecimentos, sobre pelo incentivo à busca de novas soluções, além de promover maior comunicação entre professor e alunos e entre colegas.</i></p> <p><b>Relato encontrado no artigo dos alunos F, G e H.</b></p>



A presente obra não apresentou alguns recursos que tornariam o estudo das funções logarítmicas mais atraentes como exercícios estimulando o uso de calculadoras normais e científicas e também envolvendo o estudo dos fractais, a escala musical temperada, a utilização da escala do PH na indústria, as diferenças entre intensidades de níveis sonoros. Por ser um livro para alunos de Ensino Médio o estudo das duas funções aqui abordadas (exponencial e logarítmica) fazem uma boa preparação para o vestibular, mas ficam devendo no aspecto da aplicação, definido por LIMA (2001) como “o emprego de noções e teorias da Matemática em situações que vão desde problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis provenientes de outras áreas, quer científicas quer tecnológicas”.

**Relato encontrado no artigo dos alunos I, J e K.**

Fonte: Autoria própria.

Os termos sublinhados nos relatos anteriores permitem afirmar que o processo de abstração esteve presente durante a análise dos livros didáticos estudados. Percebe-se nos trechos destacados que a tomada de consciência surge no momento em que o próprio sujeito se dá conta da sua importância dentro do processo de construção e elaboração dos conceitos. Quando os alunos evidenciam relações entre a construção do conhecimento matemático e a postura reflexiva que o professor deve assumir frente aos livros didáticos, acreditamos que a essa pesquisa tenha contribuído na elaboração dessas ideias.

Durante a pesquisa, em diversos momentos, os sujeitos envolvidos depararam-se com o desequilíbrio cognitivo, pois precisavam visitar e reconstruir suas hipóteses conforme verificavam que o livro didático em análise não correspondia às expectativas iniciais. O relato do grupo de alunos I, J e K torna evidente essa percepção do pesquisador, quando eles afirmam que o livro didático poderia estimular e envolver o estudante com problemas que superam a apresentação de forma simples e descontextualizada do assunto. Essa afirmação constitui um exemplo de abstração refletida, pois ao se tornar consciente por uma abstração reflexionante que é resultado de um processo cognitivo contínuo de ação sobre o objeto, neste caso as ideias matemáticas que estavam apresentadas no livro didático constituem o objeto, o grupo fez inferências afirmando que apenas isso não bastava para que o aluno fosse capaz de visualizar as aplicações do conteúdo estudado. Acreditamos que no momento que o professor possui essa posição reflexiva diante da apresentação e forma que os conteúdos que estão no livro didático são apresentados, o desenvolvimento de propostas de ensino que complementem o uso do livro didático enriquece o momento da aula e potencializa ainda mais a aprendizagem dos alunos.

Os termos apresentados pelos grupos durante a análise do livro, tais como: “processo reflexivo” e “própria consciência”, apontam que o exercício da abstração como processo necessário para o professor desenvolver sua atividade é essencial. Ao propor esses termos, os grupos deixam de lado a ideia do livro didático ser usado apenas em um processo mecânico e repetitivo, onde não é valorizado o processo de construção das ideias e conceitos





matemáticos. Nota-se que diante dos discursos apresentados pelos grupos, o livro didático surge como elemento inicial e disparador das discussões e não se pode reduzir apenas ao seu uso durante o momento da aula.

Através das pesquisas já produzidas e apresentadas anteriormente, reforçamos o fato de que o professor deve ser um sujeito em constante reconstrução. Outro exemplo de abstração refletida pode ser encontrado no termo ‘*lapidação*’ utilizado em um dos trechos acima. O termo não se refere apenas a uma forma ideal que está sendo almejada e desejada, constitui para o sujeito um processo de constante análise, estudo e reflexão sobre os assuntos de matemática abordados na escola. Conforme encontrado nos relatos dos grupos, o fato do livro ter sido aprovado no PNLD não é garantia de que seja uma obra completa e fechada para o ensino das funções exponenciais e logarítmicas. Consideramos que, ao ultrapassar a barreira imposta pelos livros didáticos em busca de alternativas e métodos, o trabalho do professor ganha um salto de qualidade considerável, influenciando positivamente na aprendizagem dos alunos.

A presente pesquisa aliada com as ideias de Brasil (1999) e com a teoria da abstração proposta por Piaget contribui para uma reflexão que podemos fazer no que se refere à formação de professores de matemática. Acreditamos que o exercício da abstração reflexionante se fez presente durante a realização do trabalho, onde destacamos que o professor deva ser um sujeito capaz de influenciar a realidade que o cerca, a partir de suas ações e reflexões sobre os conceitos matemáticos que pretende abordar.

Cabe destacar que em nenhum momento desejamos tornar o livro didático uma escolha errada para a proposta de trabalho do professor. A pesquisa ocorreu na forma de um exercício de ação e reflexão sobre os conceitos apresentados pelos autores das obras escolhidas, onde os sujeitos envolvidos puderam construir e elaborar ideias e conceitos sobre os assuntos que estavam sendo discutidos. Finalmente, a pesquisa ainda procurou contrastar com os sujeitos envolvidos a posição assumida por eles enquanto alunos do ensino médio, onde na maioria das vezes aceitavam de forma passiva a transmissão do conhecimento pelo professor. O processo de tomada de consciência que ocorreu ao longo de sucessivas reflexões e reflexionamentos, conforme mostrado anteriormente na Figura 1, produziu conceitos que certamente foram importantes durante a realização da disciplina do curso de Licenciatura em Matemática.



## 6 À guisa de conclusão

A presente pesquisa procurou contribuir na elaboração de um pensamento reflexivo dos graduandos em Matemática no decorrer de uma das disciplinas cursadas na graduação. As investigações envolvendo o estudo das funções exponenciais e funções logarítmicas serviram para que os alunos percebessem que perante o conteúdo exposto no livro didático, o professor deve ser um sujeito com a capacidade de refletir sobre o assunto e também ser capaz de contribuir com complementos que possam enriquecer a abordagem desses assuntos na escola.

O exercício da abstração reflexionante constitui uma característica essencial para a formação do sujeito. Em relação à atividade cognitiva, nota-se que desde o primeiro contato com o livro didático há atividade de abstração empírica, que progressivamente pode evoluir até a abstração refletida. O processo que permite essa evolução é gradual e não ocorre instantaneamente, conforme apresentado na seção 2. Por isso, nota-se a relevância desta pesquisa no âmbito da formação de futuros professores de matemática, os quais se tornam sujeitos ativos no processo de elaboração e construção de hipóteses, ideias e conceitos.

Acreditamos que através de um processo de investigação e pesquisa, o trabalho do professor em sala de aula enriquece qualitativamente, e certamente o ensino da matemática pode beneficiar-se disso. Com base nos demais trabalhos já produzidos e anteriormente apresentados envolvendo o ensino desse assunto, nossa proposta com a pesquisa é que ela sirva de inspiração para que os professores questionem o papel do livro didático nas aulas de matemática, e que não sejam somente atores passivos, seguidores de uma linearidade sugerida pelo autor do livro didático.

### **ANALYSIS OF TEACHING BOOK: A YEAR OF ABSTRACTION REFLECTIVE DURING TRAINING TEACHERS IN MATHEMATICS.**

**Abstract:** This work is the results of a survey of graduate students in degree in mathematics from the Federal Institute of Rio Grande do Sul - Caxias do Sul Campus. Through a qualitative methodology and investigative research students analyzed some textbooks approved in the National Textbook Program and are used in primary schools for the teaching of exponential and logarithmic functions. The theory of Piaget's reflective abstraction was used to analyze and interpret the cognitive evolution of subjects during the implementation of the proposal. The research shows how necessary a continuous process of teaching and reflective during the construction of knowledge and value that textbooks should serve as inspiration for a supplementary source methodology to be developed by the teacher in the classroom.

**Keywords:** Reflective abstraction. Analysis of books. Teaching functions. Consciousness.

## Referências

BECKER, F. **Epistemologia do Professor de Matemática**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica.. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília. 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: maio 2013.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília. 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: abril 2013.

FREDERICO, P. R.. **Logaritmos, maravilhosos logaritmos pra sempre**. Universidade do Extremo Sul Catarinense, UNESC. Curso de Especialização “Lato Sensu” em Educação Matemática. Criciúma. 2008. Disponível em: <<http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000039/00003925.pdf>>. Acesso em: mar. 2013.

FLICK, U. **Desenho da pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

LIMA, E. L.. **Exame de Textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: VITAE, IMPA e SBM, 2001.

MONTANGERO, J. & MAURICE-NAVILLE, D. **Piaget ou a inteligência em evolução**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

PIAGET, J. **Abstração reflexionante; relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. 1977**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995. Tradução de Fernando Becker e Petronilha B. G. da Silva.

RAGIN, C. **Constructing Social Research: The Unit and Diversity of Method**. Thousand Oaks, CA: Pine Forge Press, 1994.

SILVA JÚNIOR, G. B.; GAZIRE, E. S.. **Ensino de Biologia e Matemática: possibilidades de influências mútuas**. Artigo. 13º Conferência Interamericana de Educação Matemática, XIII CIAEM. Recife. 2011. Disponível em: <[http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/701/930](http://cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/701/930)>. Acesso em: abril 2013.

SOUZA, C. V.. **A função exponencial no caderno do professor de 2008 da secretaria do estado de São Paulo, análise das atividades realizadas por alunos da 2º série do ensino médio**. Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUCSP. São Paulo. 2010. Disponível em: <[http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/claudia\\_vicente\\_souza.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/claudia_vicente_souza.pdf)>. Acesso em: abril 2013.