



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
RUA Manoel de Abreu, s/n, Bairro: Mutirão, CEP: 68.440-000
Fone/Fax: (91) 37571131/37511107

Aula 02

Tópico II: (parte 2)

A matemática na Mesopotâmia no Egito;

- Números e operações no antigo Egito;
- Um anacronismo recorrente;
- O conceito de número é concreto ou abstrato?
- Problemas matemáticos não são fáceis nem difíceis em si mesmos



Disciplina

História da Matemática



Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros

www.osvaldosb.com

Números e operações no antigo Egito

O sistema decimal egípcio já estava desenvolvido por volta do ano 3000 a.E.C., ou seja, antes da unificação do Egito sob o regime dos faraós.

O número 1 era representado por uma barra vertical, e os números consecutivos de 2 a 9 eram obtidos pela soma de um número correspondente de barras. Em seguida, os números eram múltiplos de 10, por essa razão, diz-se que tal sistema é decimal. O número 10 é uma alça; 100, uma espiral; 1 mil, a flor de lótus; 10 mil, um dedo; 100 mil, um sapo; e 1 milhão, um deus com as mãos levantadas.

I	II	III	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9
								
10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000			



$$3 + 200 + 40 + 4$$



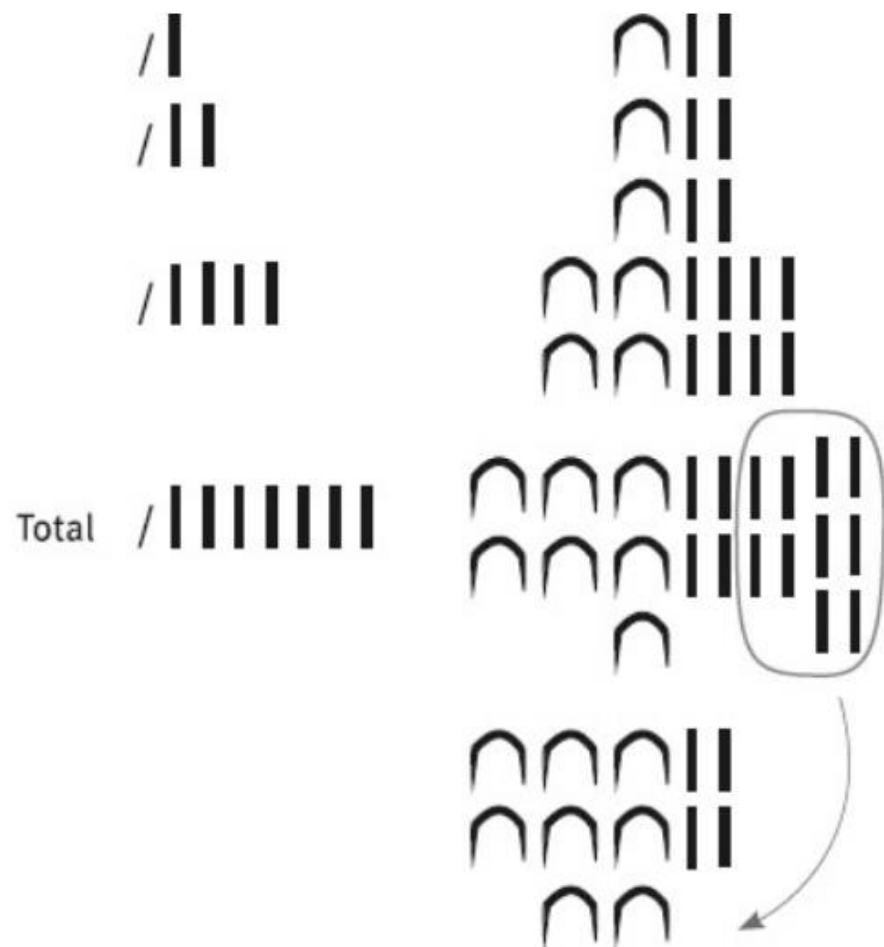
3244

Operações e problemas

A operação de adição era uma consequência direta do sistema de numeração, bastando, para obter a soma, agrupar dois números e fazer as simplificações necessárias. Por exemplo, para somar $||||$ e $||||$, bastava reunir os pauzinhos, o que somaria $|||||$, que seria substituído por uma alça.

Já a multiplicação era sempre efetuada como uma sequência de multiplicações por 2, podendo ser empregadas também, para acelerar o processo, algumas multiplicações por 10. Observemos que a duplicação em um sistema aditivo é uma operação simples, pois para duplicar um número é necessário apenas repetir sua escrita. Por exemplo, supondo que cada pessoa tenha direito a doze sacos de grãos (convencionando-se um saco de tamanho fixo), a quantos sacos um grupo de sete pessoas teria direito?

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



A primeira linha (/ ) representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito:  O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:





A primeira linha () representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:








A primeira linha () representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Na linha seguinte (indicada por ), essa quantidade é duplicada, e para isso basta escrever a mesma quantidade duas vezes, representando quantos sacos duas pessoas ganhariam.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:

/ |
/ ||
/ ||||

 ||
 ||
 ||
  ||||

A primeira linha (/ ||) representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Na linha seguinte (indicada por / |||), essa quantidade é duplicada, e para isso basta escrever a mesma quantidade duas vezes, representando quantos sacos duas pessoas ganhariam.

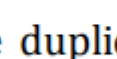
Na próxima linha (indicada por / ||||), essa quantidade é duplicada novamente, para se obter quantos sacos de grãos quatro pessoas teriam.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:

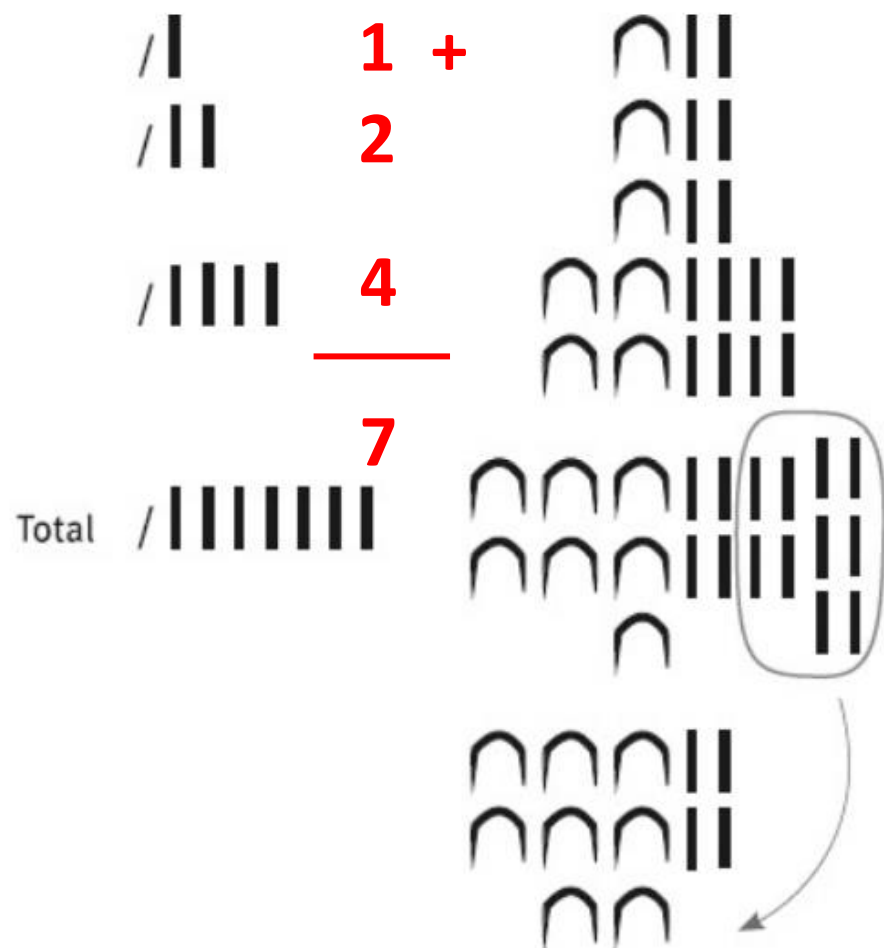
	1	+	
	2		
	4		
	7		

A primeira linha (/ ) representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Na linha seguinte (indicada por / ), essa quantidade é duplicada, e para isso basta escrever a mesma quantidade duas vezes, representando quantos sacos duas pessoas ganhariam.

Na próxima linha (indicada por / ), essa quantidade é duplicada novamente, para se obter quantos sacos de grãos quatro pessoas teriam.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



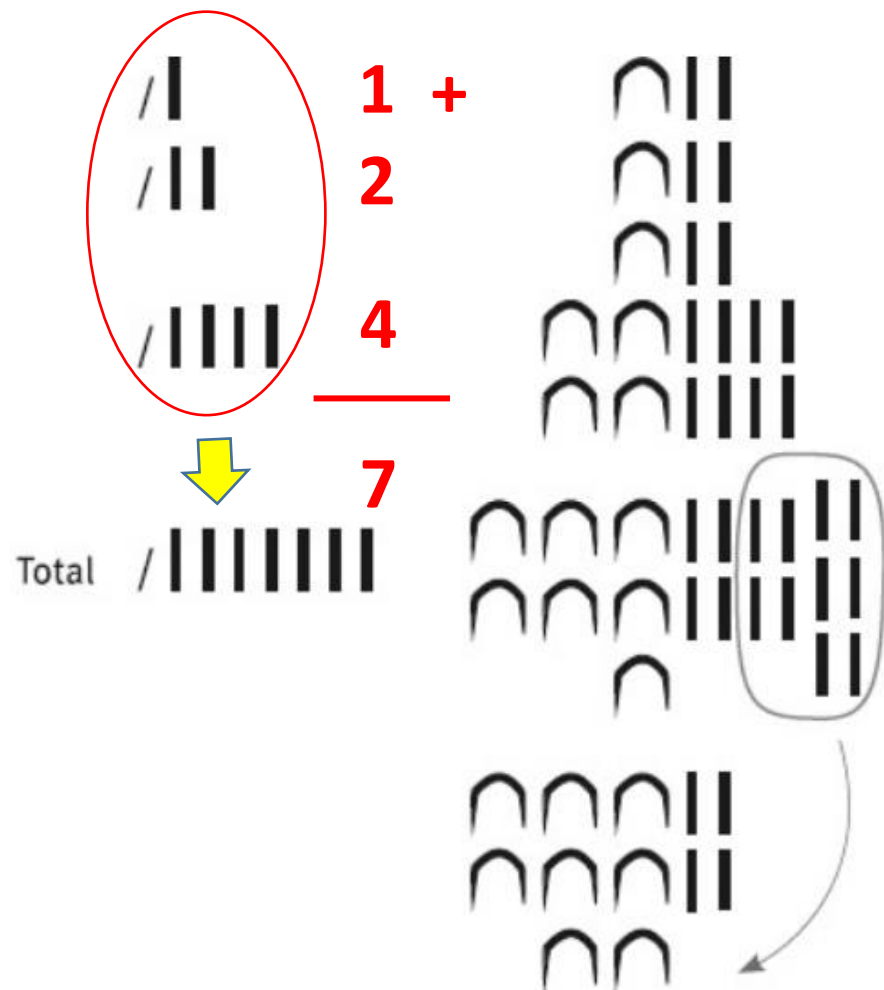
A primeira linha (/ ) representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Na linha seguinte (indicada por / ), essa quantidade é duplicada, e para isso basta escrever a mesma quantidade duas vezes, representando quantos sacos duas pessoas ganhariam.

Na próxima linha (indicada por / ), essa quantidade é duplicada novamente, para se obter quantos sacos de grãos quatro pessoas teriam.

Em seguida, como o número 7 é a soma dos números 1, 2 e 4, cujas quantidades foram obtidas nas linhas anteriores, basta somar as quantidades dessas linhas e simplificar o resultado, substituindo as dez barras, envolvidas na figura, por uma alça.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



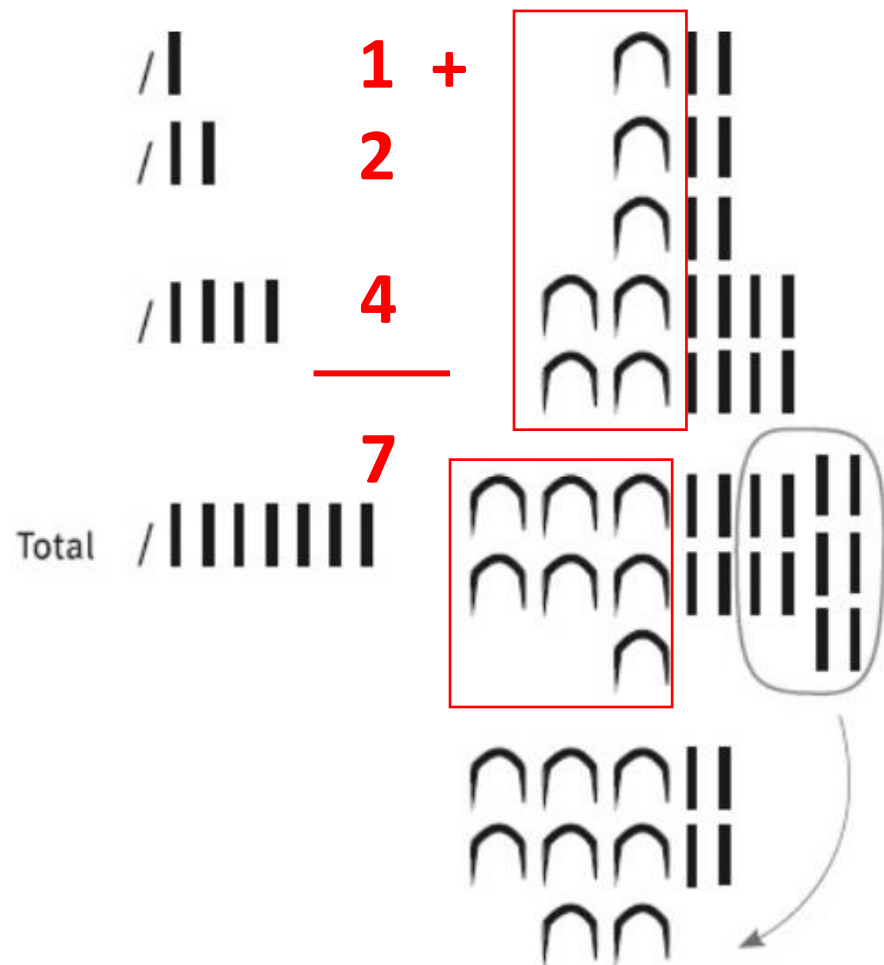
A primeira linha (/ ) representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Na linha seguinte (indicada por / ), essa quantidade é duplicada, e para isso basta escrever a mesma quantidade duas vezes, representando quantos sacos duas pessoas ganhariam.

Na próxima linha (indicada por / ), essa quantidade é duplicada novamente, para se obter quantos sacos de grãos quatro pessoas teriam.

Em seguida, como o número 7 é a soma dos números 1, 2 e 4, cujas quantidades foram obtidas nas linhas anteriores, basta somar as quantidades dessas linhas e simplificar o resultado, substituindo as dez barras, envolvidas na figura, por uma alça.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



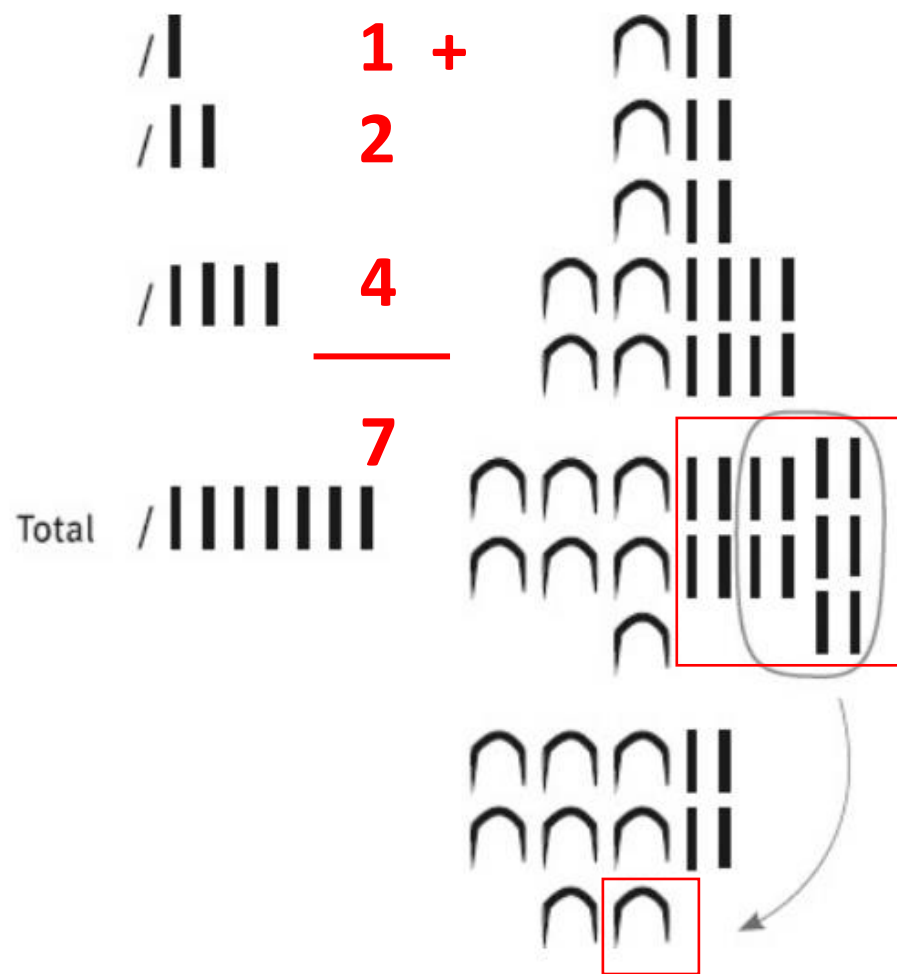
A primeira linha (/ ) representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Na linha seguinte (indicada por / ), essa quantidade é duplicada, e para isso basta escrever a mesma quantidade duas vezes, representando quantos sacos duas pessoas ganhariam.

Na próxima linha (indicada por / ), essa quantidade é duplicada novamente, para se obter quantos sacos de grãos quatro pessoas teriam.

Em seguida, como o número 7 é a soma dos números 1, 2 e 4, cujas quantidades foram obtidas nas linhas anteriores, basta somar as quantidades dessas linhas e simplificar o resultado, substituindo as dez barras, envolvidas na figura, por uma alça.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



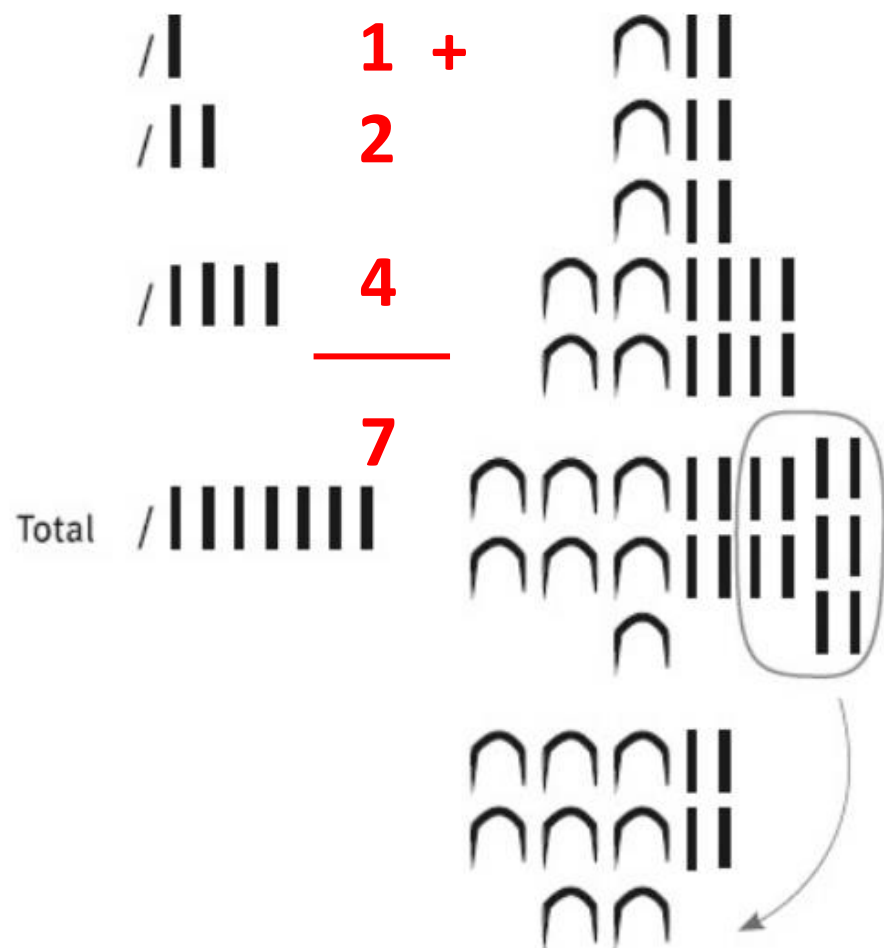
A primeira linha (/ ) representa o número de sacos a que cada pessoa teria direito.

Na linha seguinte (indicada por / ), essa quantidade é duplicada, e para isso basta escrever a mesma quantidade duas vezes, representando quantos sacos duas pessoas ganhariam.

Na próxima linha (indicada por / ), essa quantidade é duplicada novamente, para se obter quantos sacos de grãos quatro pessoas teriam.

Em seguida, como o número 7 é a soma dos números 1, 2 e 4, cujas quantidades foram obtidas nas linhas anteriores, basta somar as quantidades dessas linhas e simplificar o resultado, substituindo as dez barras, envolvidas na figura, por uma alça.

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito:  O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:

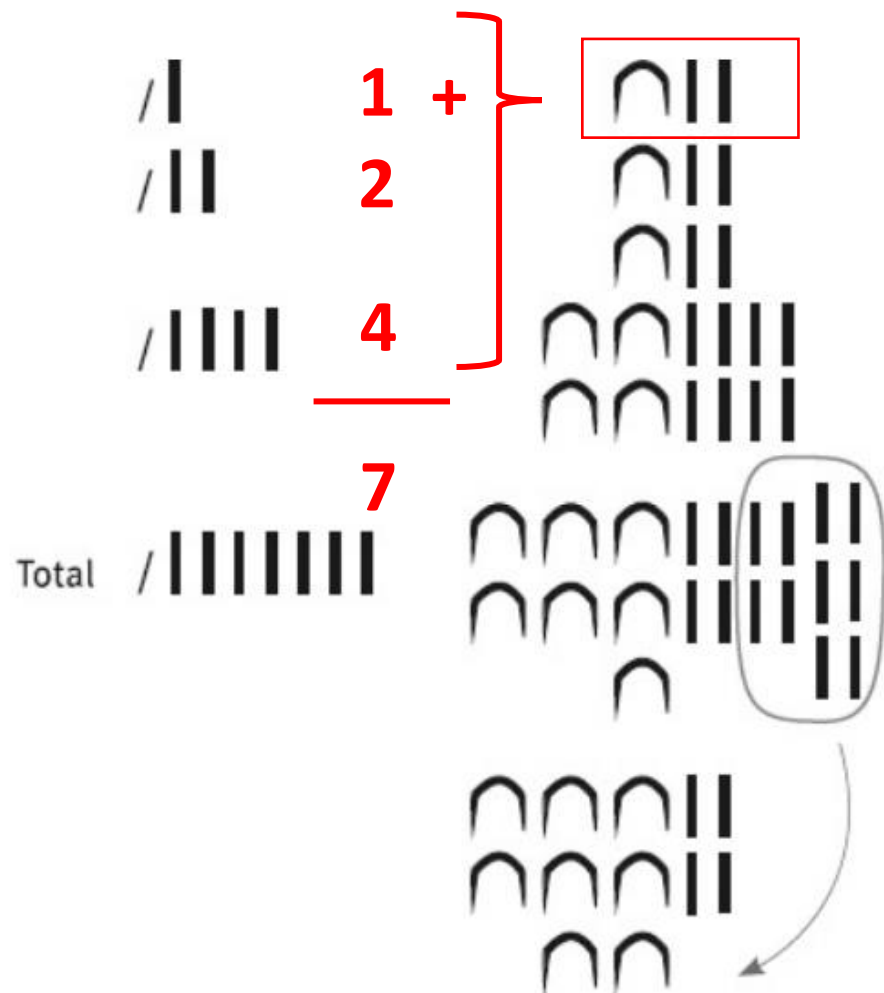


O algoritmo funciona porque

$$7 \times 12 = (1 + 2 + 4) \times 12 = 1 \times 12 + 2 \times 12 + 4 \times 12.$$

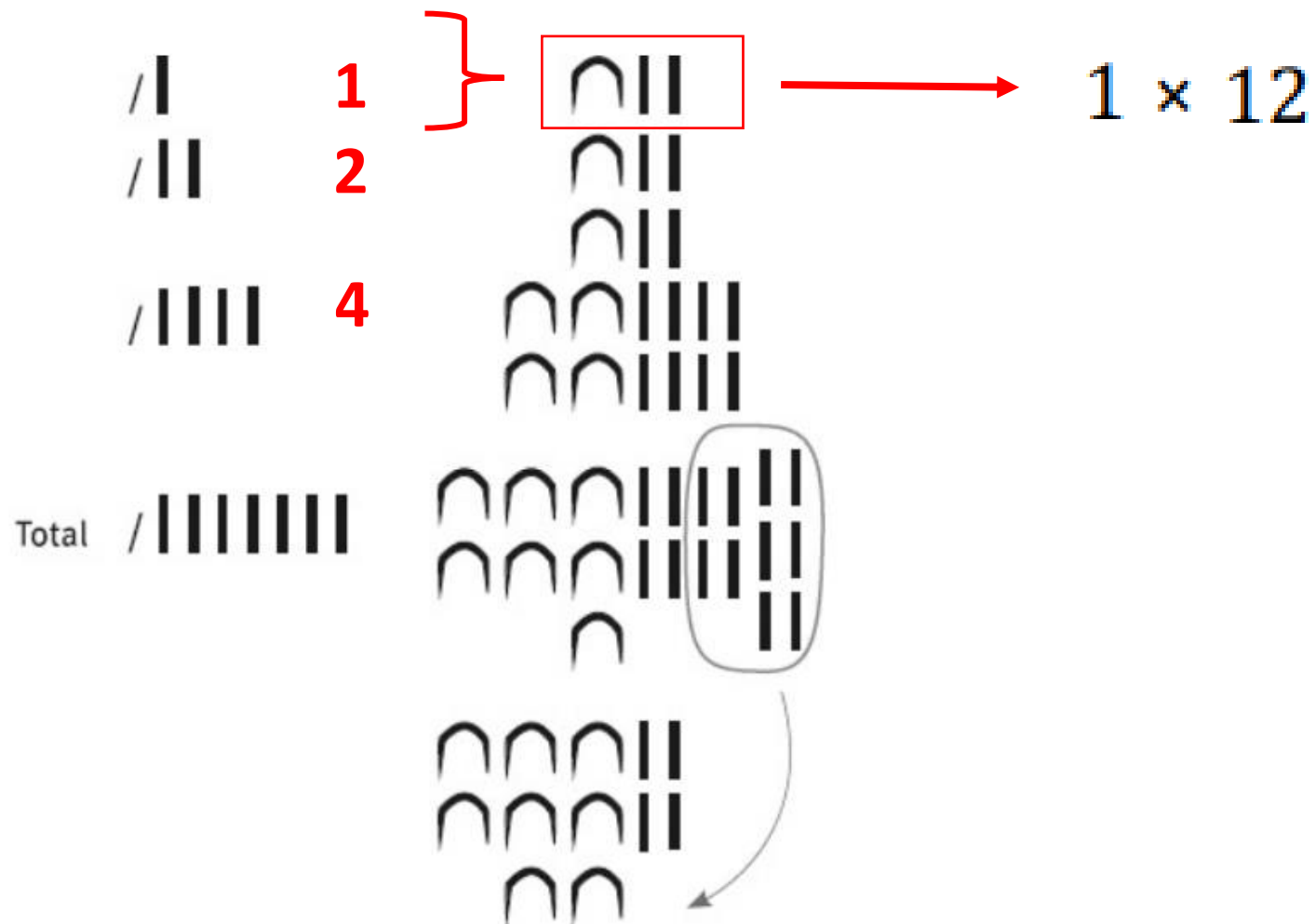
$$7 \times 12 = (1 + 2 + 4) \times 12$$

Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito:  O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:

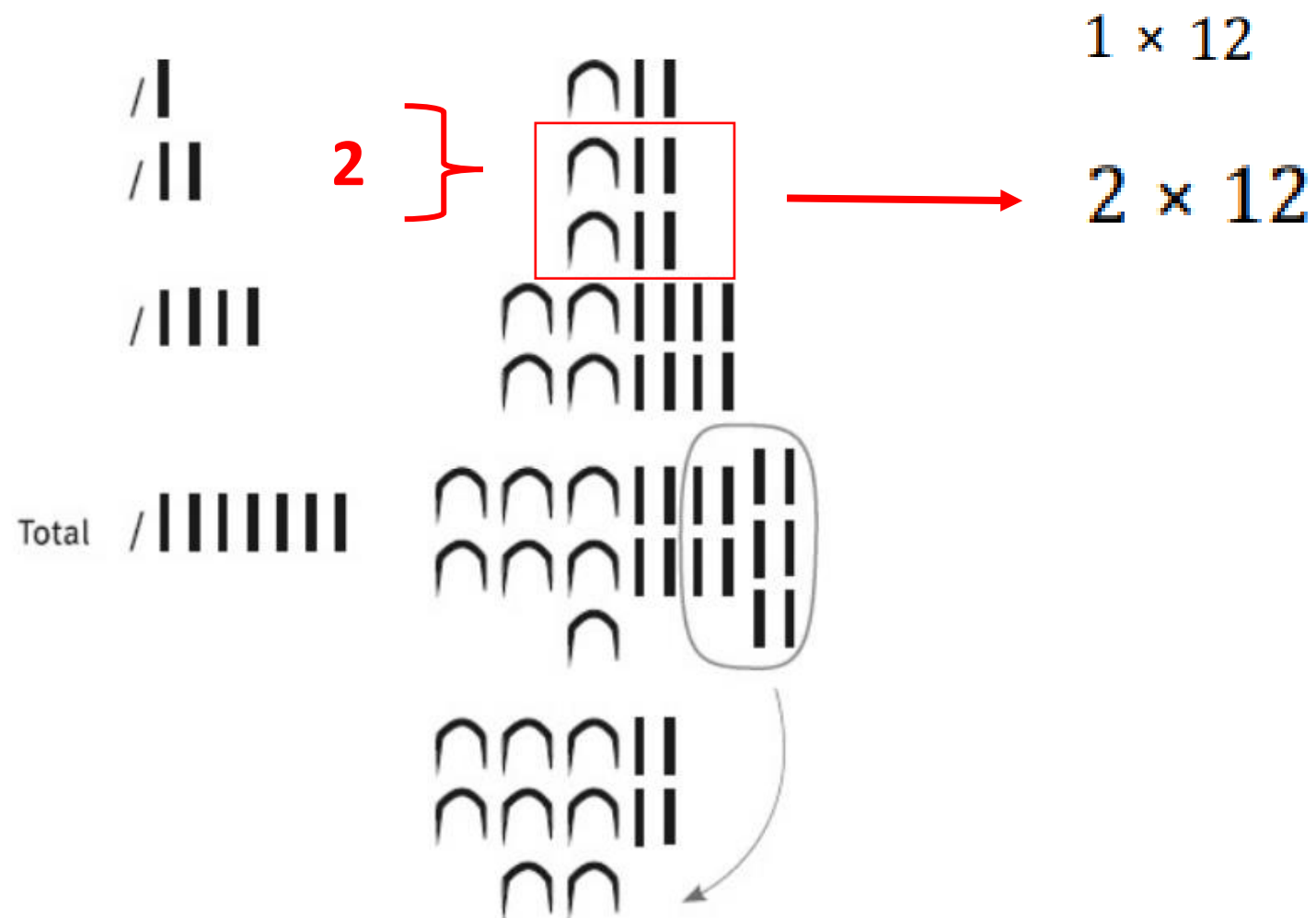


$$7 \times 12 = (1 + 2 + 4) \times 12$$

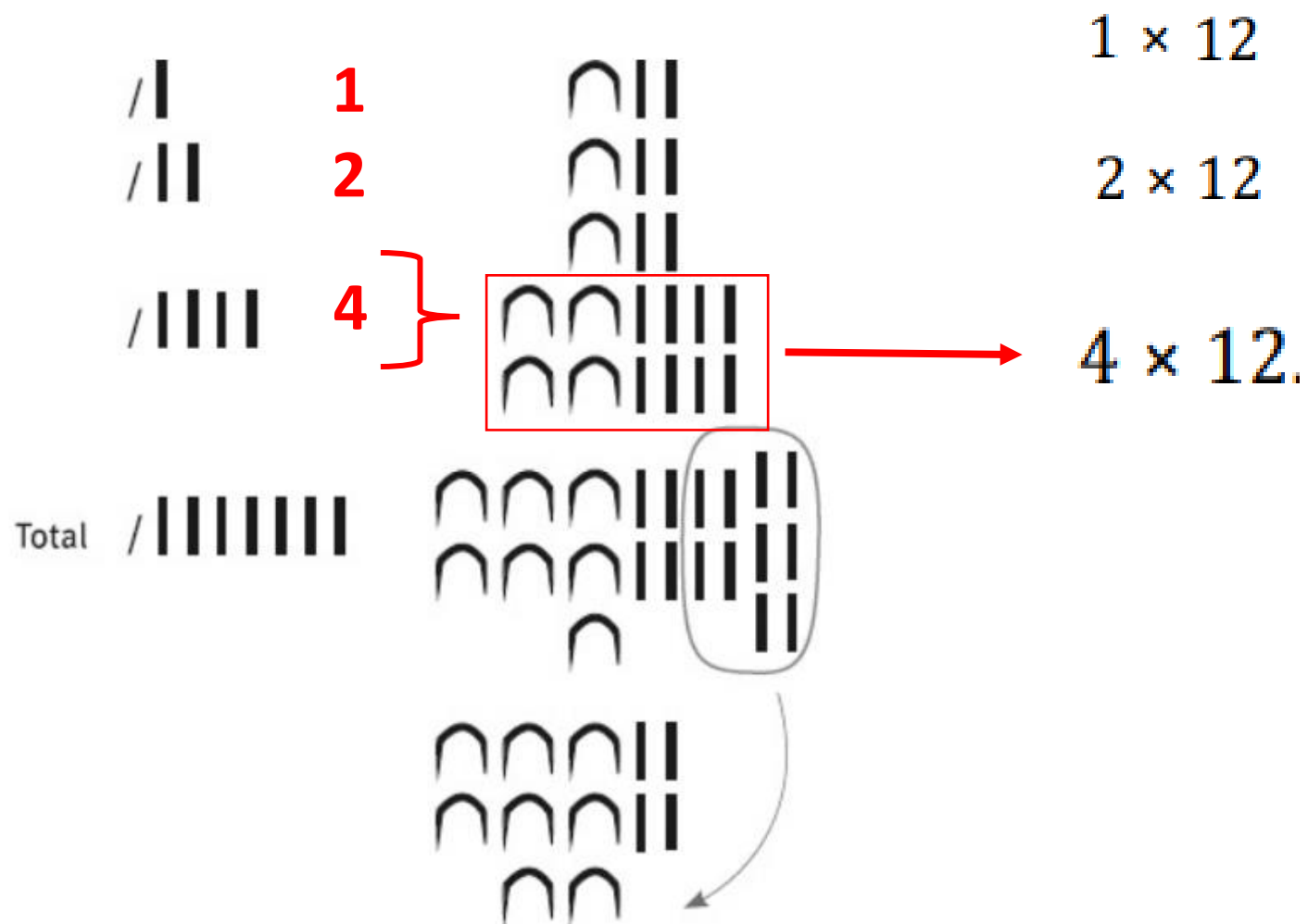
Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito:  O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



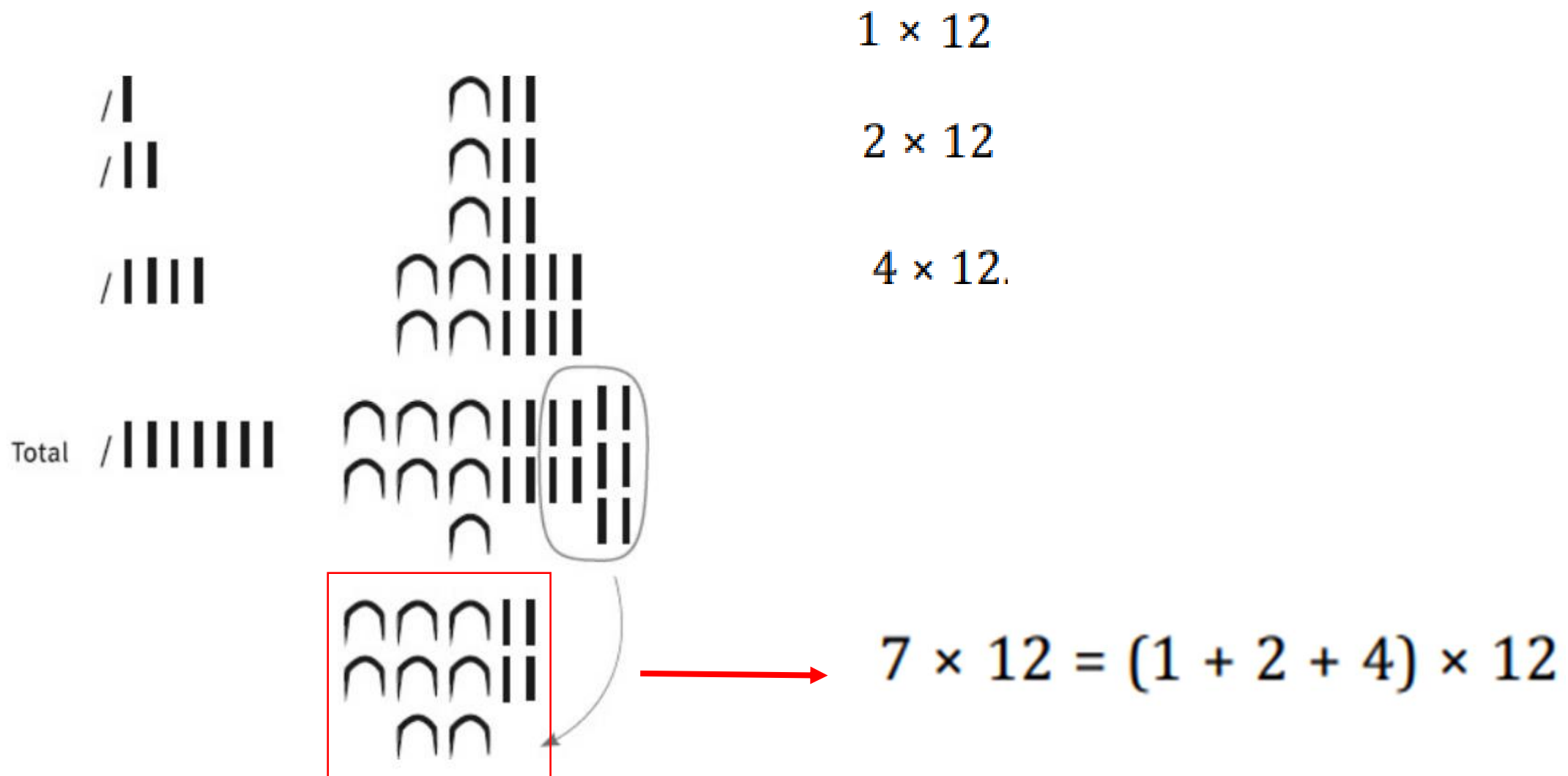
Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito:  O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito:  O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:

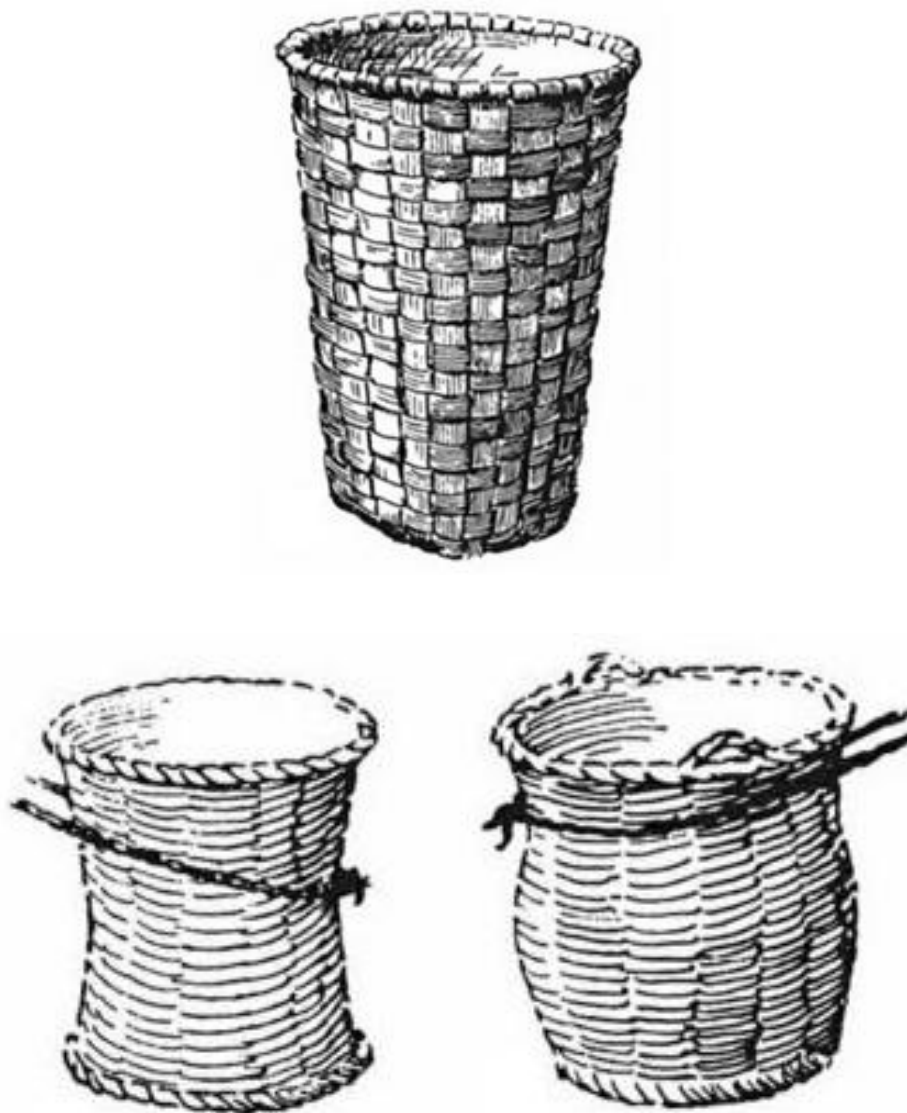


Este é o símbolo egípcio representando os doze sacos a que cada pessoa tem direito: . O cálculo do número de sacos recebidos pelas sete pessoas seria:



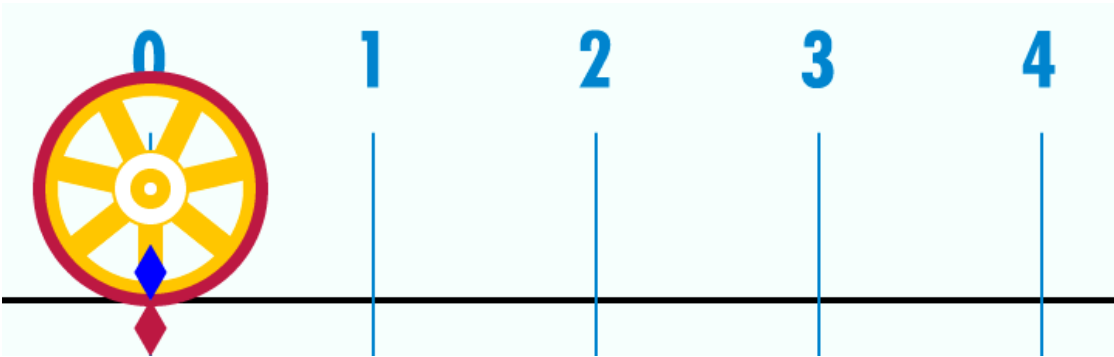
Um anacronismo recorrente

Lembrando que não é conveniente empregar definições atuais para conceitos e subdisciplinas usados na Antiguidade, analisaremos dois exemplos de exercícios – um egípcio e outro babilônico – que pedem o cálculo do volume, em grãos, de um recipiente de forma cilíndrica.



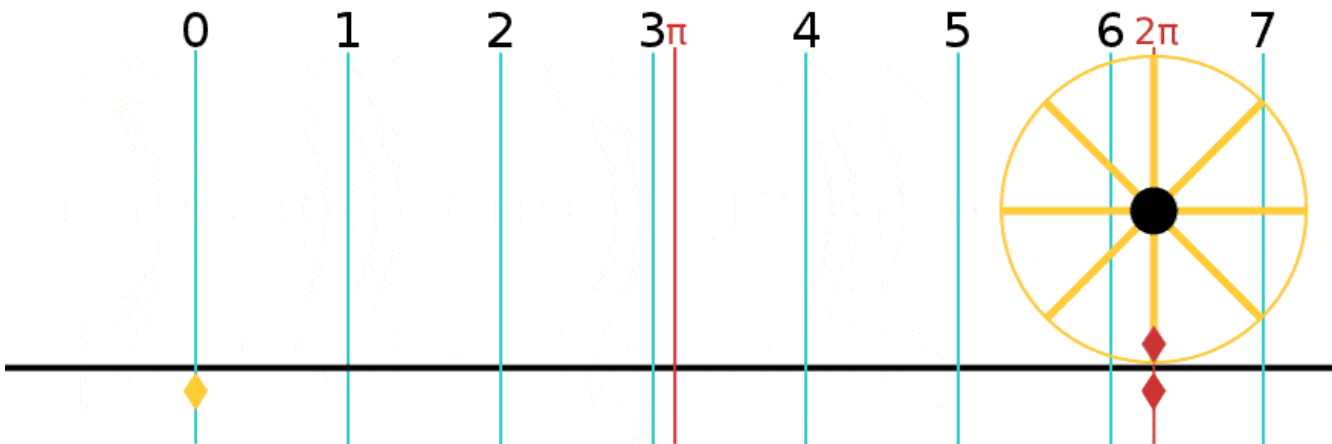
Um anacronismo recorrente

Esses exemplos são citados em diversos livros, muitas vezes com o objetivo de indicar que os povos babilônicos e egípcios possuíam aproximações para o valor de π .



Um anacronismo recorrente

Nosso objetivo é entender em que contexto tais problemas se inserem e em que medida podem ser ou não considerados instâncias primitivas da utilização de π .



O conceito de número é concreto ou abstrato?

Daremos aqui um exemplo de como a história pode auxiliar no aprendizado de matemática. Uma das noções mais importantes dessa disciplina, a de número, implica, já em suas origens, uma relação complexa entre pensamento concreto e abstrato.

O conceito de número é concreto ou abstrato?

Tomemos por exemplo: um par de carneiros; um casal constituído por um homem e uma mulher; e os recipientes utilizados por esse homem e essa mulher em uma refeição (caso eles não desejem compartilhar o mesmo recipiente).

O conceito de número é concreto ou abstrato?

O que os seres presentes em cada um desses exemplos possuem em comum?

Dito em outras palavras: o que um carneiro, um homem e um prato teriam em comum?

Nada, se considerarmos cada ser individualmente.

O conceito de número é concreto ou abstrato?

No entanto, se levarmos em conta as reuniões de seres da mesma natureza, poderíamos responder, com base em nossos conhecimentos atuais, que o que esses grupos têm em comum é o fato de serem constituídos pelo mesmo número de seres, no caso, 2.

Mas, uma vez que nosso objetivo é investigar o que é o número “2”, tal resposta não parece adequada.

Problemas matemáticos não são fáceis nem difíceis em si mesmos...

Vimos que as técnicas para efetuar uma mesma operação, por exemplo a multiplicação, eram diferentes na Mesopotâmia e no Egito.

Imaginamos, no entanto, que as necessidades práticas que motivaram o desenvolvimento dos números e a realização de cálculos eram semelhantes.

Problemas matemáticos não são fáceis nem difíceis em si mesmos...

Ao passo que os mesopotâmicos empregavam tabelas de produtos, de inversos, de raízes etc., os egípcios usavam sequências de duplicações, ou divisões por 2, e inversões.

Em ambos os casos, as tabelas estavam presentes, não apenas para facilitar e memorizar os cálculos, mas sobretudo porque alguns deles, mais difíceis, demandavam intrinsecamente o uso de tabelas.

Problemas matemáticos não são fáceis nem difíceis em si mesmos...

Na matemática babilônica, um dos cálculos difíceis era a divisão por números cujos inversos não possuem representação finita em base 60, problema intimamente relacionado ao modo como representavam os números.

Problemas matemáticos não são fáceis nem difíceis em si mesmos...

Já no caso egípcio, era difícil a duplicação e a soma de frações, problemas relacionados ao modo como representavam frações. Sendo assim, essas contas não são fáceis ou difíceis em si mesmas.

Problemas matemáticos não são fáceis nem difíceis em si mesmos...

O que é considerado fácil ou difícil depende do que pode e do que não pode ser realizado por uma certa técnica. Dito de outro modo, a dificuldade de uma operação matemática é relativa aos métodos de que dispomos para executá-la.