



**ABAETETUBA**

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
RUA Manoel de Abreu, s/n, Bairro: Mutirão, CEP: 68.440-000  
Fone/Fax: (91) 37571131/37511107

## Aula 09

**Tópicos:**

**A MATEMÁTICA NAS VIAGENS ESPACIAIS**



# Disciplina

## História da Matemática



Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros  
[www.osvaldosb.com](http://www.osvaldosb.com)

Esta proposta de aula para o ensino superior aborda os fundamentos matemáticos que possibilitam a exploração espacial, focando na dinâmica de foguetes e manobras orbitais.

Título da Aula: Dinâmica de Propulsão e Mecânica Orbital

Público-Alvo: Graduação (Engenharias, Física ou Matemática)

## 1. Objetivos de Aprendizagem

- Deduzir e aplicar a **Equação do Foguete de Tsiolkovsky**.
- Compreender o conceito de **Delta-v ( $\Delta v$ )** como medida de esforço de missão.
- Analisar a **Transferência de Hohmann** para mudanças de órbita eficientes.

## 2. Conteúdo Programático

### A. Propulsão: A Equação de Tsiolkovsky

A base das viagens espaciais é a conservação do momento linear em sistemas de massa variável.

- **Dedução:** A partir de  $P(t) = P(t + dt)$ , chegamos à equação fundamental:

$$\Delta v = v_e \ln \left( \frac{m_0}{m_f} \right)$$

- $v_e$ : Velocidade de exaustão efetiva dos gases.
- $m_0$ : Massa inicial (incluindo propelente).
- $m_f$ : Massa final (após queima).
- **Paradoxo do Foguete:** Discussão sobre por que foguetes modernos são compostos por mais de 95% de combustível.
- **Foguetes Multiestágios:** Justificativa matemática para o descarte de massa morta para otimizar a velocidade final.

## B. Mecânica Orbital: Manobras e Trajetórias

Utilização do cálculo diferencial e leis da gravitação para navegar no vácuo.

- **Transferência de Hohmann:** Modelo matemático que utiliza uma órbita elíptica para conectar duas órbitas circulares com o menor consumo de combustível.
- **Energia Orbital:** Aplicação da equação da vis-viva para calcular a velocidade necessária em qualquer ponto da órbita:  
$$v^2 = GM \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$
- **Trajetórias de Livre Retorno:** Exemplo das missões Apollo, onde a gravidade lunar é usada para "estilingar" a nave de volta à Terra sem queima de motor adicional.

### 3. Metodologia Sugerida

1. **Exposição Teórica:** Dedução matemática no quadro das equações de propulsão.
2. **Modelagem Computacional:** Uso de ferramentas como o NASA Trajectory Browser para visualizar trajetórias reais de missões.
3. **Estudo de Caso:** Cálculo do  $\Delta v$  necessário para uma viagem Terra-Marte utilizando o modelo de Hohmann.

### 4. Recursos Didáticos

- **Software:** Simuladores de mecânica celeste ou scripts em Python/Matlab.
- **Leitura Complementar:** Materiais sobre Mecânica Orbital da NASA para contextualização histórica e técnica.

## 5. Avaliação

Propor um problema onde o aluno deve calcular a carga útil máxima que um foguete (com  $v_e$  e massa estrutural dados) pode levar até a Órbita Baixa da Terra (LEO), considerando as perdas por arrasto atmosférico e gravidade (estimadas em ~25%).

youtube.com - Para sair da tela inteira, pressione **Esc**

