Universidade do Sul de Santa Catarina

Tendências em Educação Matemática

Disciplina na modalidade a distânica

2ª edição

Palhoça

UnisulVirtual

2005

Apresentação

Este é o livro didático da disciplina **Tendências em Educação Matemática**. É um material didático construído especialmente para esta disciplina, levando em consideração as estratégias didáticas do projeto pedagógico do curso.

Conte com o Sistema Tutorial da UnisulVirtual sempre que precisar de ajuda ou alguma orientação. Os tutores e monitores estão à disposição para auxiliar no que for preciso.

Desejamos que você tenha um excelente estudo!

Equipe UnisulVirtual.

Diva Marília Flemming
Elisa Flemming Luz
Ana Cláudia Collaço de Mello

Tendências em Educação Matemática

Livro didático

Design Instrucional
Elisa Flemming Luz

2ª edição

Palhoça
UnisulVirtual
2005

510.7
F62 Flemming, Diva Marília
Tendências em educação matemática/ Diva Marilia Flemming, Elisa Flemming Luz, Ana Cláudia Collaço de Mello; instrucional designer Elisa Flemming Luz. - 2. ed. - Palhoça : UnisulVirtual, 2005.
87 p. : il. ; 28 cm.

Inclui bibliografia
ISBN 85-7817-064-4
ISBN 978-85-7817-064-6

1. Matemática - Estudo e ensino. I. Luz, Elisa Flemming. II. Mello, Ana Cláudia Collaço de.III. Título

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Universitária da Unisul

Créditos

UNISUL- Universidade do Sul de Santa Cararina
UNISULVIRTUAL - Educação Superior a Distância

Rua João Pereira dos Santos, 303
Palhoça - SC - 88130-475
Fone/fax: (48) 3279-1541 e 3279-1542
E-mail: cursovirtual@unisul.br
Site: www.virtual.unisul.br

Reitor Unisul
Gerson Luiz Joner da Silveira

Vice-Reitor e Pró-Reitor Acadêmico
Sebastião Salésio Heerdt

Pró-Reitor Administrativo
Marcus Vinícius Anátoles da Silva Ferreira

Campus Tubarão e Araranguá
Diretor: Valter Alves Schmitz Neto
Diretor adjunta: Alexandra Orseni

Campus Grande Florianópolis e Norte da Ilha
Diretor: Ailton Nazareno Soares
Diretor adjunta: Cibele Schuelter

Campus UnisulVirtual
Diretor: João Vianney
Diretora adjunta: Jucimara Roesler

Equipe UnisulVirtual

Administração
Renato André Luz
Valmir Venício Inácio

Bibliotecária
Soraya Arruda Waltrick

Coordenação dos Cursos
Adriano Sérgio da Cunha
Ana Luisa Mülbert
Karla Leonora Dahse Nunes
Márcia Loch
Patrícia Meneghel
Silvana Denise Guimarães
Tade-Ane de Amorim
Viviane Bastos
Viviani Poyer

Monitoria e Suporte
Harrison Laske (coordenador)
Alessandro Rosa
Aracelli Araldi
Caroline Mendonça
Edison Rodrigo Valim
Gislane Frasson de Souza
Josiane Conceição Leal
Rafael da Cunha Lara
Vanessa Francine Corrêa
Vinícius Maycot Serafim

Produção Industrial e Logística
Arthur Emmanuel F. Silveira
Eduardo Kraus
Francisco Asp
Jeferson Cassiano Almeida da Costa

Projetos Corporativos
Diane Dalmago
Vanderlei Brasil

Secretaria de Ensino a Distância
Karine Augusta Zanoni (secretária de ensino)
Andreza da Rosa Maziero
Carla Cristina Sbardella
Grasiela Martins
James Marcel Silva Ribeiro
Lamuniê Souza
Maira Marina Martins Godinho
Marcelo Pereira
Ana Paula Reusing Pacheco
Diva Marília Flemming
Elisa Flemming Luz
Itamar Pedro Bevilaqua
Janete Elza Felisbino
Jucimara Roesler
Lauro José Ballock
Mauri Luiz Heerdt
Mauro Faccioni Filho
Mauro Pacheco Ferreira
Nélio Herzmann
Onei Tadeu Dutra
Patrícia Alberton
Patrícia Pozza
Rafael Peteffi da Silva
Raulino Jacó Brüning

Design Gráfico
Cristiano Neri Gonçalves Ribeiro (coordenador)
Adriana Ferreira dos Santos
Alex Sandro Xavier
Fernando Roberto Dias Zimmermann
Higor Ghisi Luciano
Pedro Paulo Alves Teixeira
Rafael Pessi
Vilson Martins Filho

Equipe Didático-Pedagógica
Angelita Marçal Flores
Carmen Maria Cipriani Pandini
Caroline Batista
Carolina Hoeller da Silva Boeing
Cristina Klipp de Oliveira
Dalva Maria Alves Godoy
Daniela Erani Monteiro Will
Dênia Falcão de Bittencourt
Elisa Flemming Luz
Enzo de Oliveira Moreira
Flávia Lumi Matuzawa
Marcos Alcides Medeiros Junior
Maria Isabel Aragon
Ricardo Alexandre Bianchini
Silvana Henrique Silva

Secretária Executiva
Viviane Schalata Martins

Tecnologia
Osmar de Oliveira Braz Júnior (coordenador)
Giorgio Massignani
Rodrigo de Barcelos Martins
Sidnei Rodrigo Basei

Edição – Livro Didático

Professores Conteudistas
Diva Marília Flemming
Elisa Flemming Luz
Ana Cláudia Collaço de Melo

Design Instrucional
Elisa Flemming Luz

Capa
Equipe Unisul Virtual

Projeto gráfico e Diagramação
Cristiano Neri Gonçalves Ribeiro

Revisão
Sueli Duarte Aragão

Impressão
Post Mix

Palavras dos Professores

Diva Marília Flemming

Elisa Flemming Luz

Ana Cláudia Collaço de Mello

A disciplina foi estruturada com o objetivo de propiciar reflexões sobre as diversas tendências em Educação Matemática. Para promover as discussões, vários referenciais teóricos serão abordados, objetivando estruturar a prática pedagógica.

Desejamos que esta disciplina lhe ofereça estratégias didáticas interessantes e aplicáveis em sua sala de aula. Apresentaremos idéias que foram concebidas e discutidas pelos professores autores.

Contamos com sua efetiva participação e esperamos que compartilhe com a nossa equipe as suas experiências educacionais. Entendemos que a troca de experiências produz bases sólidas para a construção de novos conhecimentos!

Bom trabalho!

Sumário

Unidade 1

Introdução

Objetivos da Unidade

Analisar e discutir criticamente as tendências da Educação Matemática a partir de referenciais teóricos e experimentos práticos.

Para tratar das tendências da educação matemática, podemos partir do significado da palavra tendência. No Novo Dicionário Aurélio – Século XXI o vocábulo "tendência" significa:

Inclinação, propensão. Vocação, pendor. Intenção, disposição.

Portanto, quando falamos em Tendências da Educação Matemática, estamos tratando de formas de trabalho que sinalizam mudanças no contexto da Educação Matemática.

Ao se mostrarem eficientes em sala de aula e ao serem utilizadas por muitos professores, estas formas de trabalho passam a ser consideradas como alternativas interessantes na busca da inovação em sala de aula.

Assim, estamos falando de inovações na área da Educação Matemática!

Mas o que é Educação Matemática?

Vamos responder esta questão antes de abordar as tendências da Educação Matemática.

1.1. Breve histórico sobre Educação Matemática

A Educação Matemática surgiu no século XIX, em conseqüência dos primeiros questionamentos sobre o ensino de Matemática. Os matemáticos da época preocupavam-se em como tornar os conhecimentos mais acessíveis aos alunos e buscavam uma renovação no ensino de Matemática.

No Brasil, foi na década de 1950 que as discussões sobre Educação Matemática tiveram suas origens. No entanto, sua consolidação se deu em 1988, ano de fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM.

Você conhece a SBEM?

Fundada em 27 de janeiro de 1988, a SBEM é uma sociedade civil de caráter científico e cultural, sem fins lucrativos e sem qualquer vínculo político, partidário e religioso. Tem como finalidade congregar profissionais da área de Educação Matemática ou áreas afins. A SBEM tem em seus quadros pesquisadores da área, professores que atuam em diferentes níveis do sistema educacional brasileiro, da educação básica à educação superior e também alunos de cursos de Matemática.

No momento doze grupos de pesquisa encontram-se em plena atuação, discutindo a Educação Matemática, a história da Matemática e Cultura, as novas tecnologias e ensino a distância, a formação de professores que ensinam Matemática, a avaliação em Educação Matemática, os processos cognitivos e lingüísticos na Educação Matemática, a modelagem, a filosofia da Educação Matemática e o ensino de Probabilidade e Estatística.[1]

[1] Disponivel em: www.sbem.com.br

A partir da década de 1980, a Educação Matemática foi cada vez mais ampliando seu espaço no cenário educacional. Atualmente é uma área de pesquisa filiada a área da Educação. Possui um discurso autônomo, com intersecção na Educação e na Matemática.

No Brasil, há vários centros ou grupos de estudos e pesquisa em Educação Matemática. Em São Paulo temos universidades como a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e a Universidade Estadual Paulista (UNESP). Em Santa Catarina destacam-se a Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), a Universidade Regional de Blumenau (FURB) e o Núcleo de Estudos em Educação Matemática (NEEM) da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL).

É na busca por mudanças no ensino da Matemática que surgem práticas inovadoras e que se destacam como tendências em Educação Matemática. A pesquisa na Educação Matemática ao longo de sua história apontou caminhos que podem ser seguidos quando se pretende alcançar mudanças efetivas no processo ensino-aprendizagem. Estes caminhos passam a se consolidar como uma tendência, a partir do momento em que sua prática produz resultados positivos em sala de aula.

1.2. Conceituando Educação Matemática

A Educação Matemática pode ser caracterizada como uma área de atuação que busca, a partir de referenciais teóricos consolidados, soluções e alternativas que inovem o ensino de Matemática.

Vários autores definem o que entendem por Educação Matemática. Em 1993 durante o I Seminário de Educação Matemática, definiu-se educação matemática como área autônoma de conhecimento com objeto de estudo e pesquisa interdisciplinar. (SOUZA et al., 1991)[1]

De acordo com Carvalho[2], "A Educação Matemática é uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar. Constitui um grande arco, onde há lugar para pesquisas e trabalhos dos mais diferentes tipos."

Para Bicudo[3] a Educação Matemática possui um campo de investigação e de ação muito amplo. Os pesquisadores devem sempre analisar criticamente suas ações com o intuito de perceber no que elas contribuem com a Educação Matemática do cidadão.

Portanto, para resumir, podemos dizer que a educação matemática é uma área de estudos e pesquisas que possui sólidas bases na Educação e na Matemática, mas que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares. Por este motivo, caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática.

Vamos então retomar a discussão inicial sobre as tendências da Educação Matemática, porém com uma visão mais clara sobre o significado de Educação Matemática.

---

[1] *SOUZA, Antonio Carlos et al. Diretrizes para a Licenciatura em Matemática.* ***Bolema****, Rio Claro, n. 7, p. 90-99, 1991.*

[2] *CARVALHO, João Pitombeira de. Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil.* ***Em Aberto****, Brasília, n. 62, p. 74-88, abr./jun. 1994. p. 81.*

[3] *BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Ensino de matemática e educação matemática: algumas considerações sobre seus significados.* ***Bolema****, Rio Claro, n. 13, p. 1-11, 1999.*

1.3 O que são tendências da Educação Matemática?

A área da Educação tem sido alvo de constantes pesquisas que buscam inovar a sala de aula e desenvolver uma prática docente criativa e adequada às necessidades da sociedade do século XXI.

A Educação Matemática não ficou de fora deste processo. Ao contrário, também abre espaço para pesquisas e discussões que envolvam o ensino da Matemática.

Neste contexto, surgem tendências tanto na área da Educação como na de Educação Matemática, que envolvem diferentes abordagens consideradas importantes quando aplicadas ao processo de ensino-aprendizagem.

Pesquisadores da educação matemática mostram diferentes abordagens quando tratam das tendências da Educação Matemática. Para entender a evolução histórica, é necessário conhecer o trabalho de Fiorentini[4], que apresenta uma categorização a partir da análise histórica do ensino da Matemática ao longo dos anos. O autor definiu aspectos para diferenciar cada uma das tendências como, por exemplo, a concepção de ensino, aprendizagem e de Matemática, as finalidades e os valores atribuídos ao ensino de Matemática e a relação professor-aluno.

As tendências apresentadas são: empírico-ativista, formalista-moderna, tecnicista e suas variações, construtivista, histórico-crítica e sócioetnoculturalista.

Vamos conhecer um pouco das concepções gerais destas tendências!

Na década de 1930, com o nascimento da Escola Nova, a Matemática é ensinada pelos seus valores utilitários, suas relações com as outras ciências e suas aplicações para resolver problemas do dia-a-dia. Utilizam-se atividades experimentais, a resolução de problemas e o método científico acreditando-se que o aluno aprende fazendo. Esta forma de trabalho é chamada de **tendência empírico-ativista**.

Nas décadas de 1960 e 1970 o ensino de Matemática foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como Matemática Moderna. Neste período, caracteriza-se a **tendência formalista-moderna,** com ênfase no uso da linguagem, no rigor e nas justificativas. O ensino era centrado no professor e distanciava-se das aplicações práticas.

Nos anos setenta, surge a **tendência tecnicista**, na qual os conteúdos são apresentados como uma instrução programada. Os recursos e as técnicas de ensino passam a ser o centro do processo ensino-aprendizagem. Os alunos e o professor passam a meros executores de um processo desenvolvido por especialistas.

O construtivismo é a base da **tendência construtivista**, que considera o conhecimento matemático resultante da ação interativa-reflexiva do indivíduo com o meio ambiente. Destaca-se o aprender a aprender e o desenvolvimento do pensamento lógico-formal.

---

[4]FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

A **tendência histórico-crítica** trata de uma aprendizagem significativa, que acontece quando o aluno consegue atribuir sentido e significado às idéias matemáticas e sobre elas é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

A **tendência sócioetnocultural** traz uma visão antropológica, social e política da Matemática e da Educação Matemática. Parte-se de problemas da realidade, inseridos em diversos grupos culturais, que gerarão temas de trabalho na sala de aula.

As tendências apresentadas pelo pesquisador Fiorentini seguem uma evolução histórica vivenciada pelo processo educacional. Podemos dizer que as tendências da Educação Mxatemática vêm acompanhando as da área da Educação.

Atualmente, outros autores citam formas de trabalho que podem ser consideradas tendências da Educação Matemática.

Por exemplo, Carvalho[5] trata das tendências em Educação Matemática quando apresenta as linhas de pesquisa em Educação Matemática fornecidas em 1993 por instituições que atuavam nesta área tais como: resolução de problemas, informática e Educação Matemática, etnomatemática.

Já Bicudo, Viana e Penteado[6] apresentam como diretrizes de pesquisa a visão histórica da Matemática, a ideologia presente nos discursos matemáticos (linguagem matemática) e a etnomatemática.

Para Lopes e Borba[7] uma tendência é uma forma de trabalho que surgiu a partir da busca de soluções para os problemas da Educação Matemática. A partir do momento que é usada por muitos professores ou, mesmo que pouco utilizada, resulte em experiências bem sucedidas, estamos diante de uma verdadeira tendência. Colocam, ainda, que a Educação Matemática crítica, a etnomatemática, a modelagem matemática, o uso de computadores e a escrita na Matemática são verdadeiras tendências.

Assim, podemos perceber que, apesar de citarem diferentes formas de trabalho ou linhas de pesquisa, os autores concordam que a utilização de uma tendência no processo ensino-aprendizagem da Matemática pode contribuir para que professores e alunos vivenciem diferentes formas de ensinar e aprender Matemática.

Nesta disciplina, vamos dar ênfase ao estudo de algumas tendências. No entanto, antes disso vamos apresentar um panorama sucinto sobre as tendências atuais da Educação Matemática.

---

[5]CARVALHO, João Pitombeira de. Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil. **Em Aberto**, Brasília, n. 62, p. 74-88, abr./jun. 1994.

[6]BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; VIANA, Claudia Coelho de Segadas; PENTEADO, Miriam Godoy. Considerações sobre o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP, Rio Claro).**Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 104-137, 2001.

[7]LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; BORBA, Marcelo de Carvalho. Tendências em educação matemática. **Revista Roteiro**, Chapecó, n. 32, p. 49-61, jul./dez. 1994.

1.4 Atuais tendências da educação matemática

Nesta seção vamos apresentar aspectos gerais que identificam o que consideramos como atuais tendências da Educação Matemática. Porém, é importante deixar claro que, em sala de aula, o professor pode utilizar várias tendências em uma mesma atividade. Ao optarmos pela caracterização, não estamos considerando uma classificação fechada. Podemos pensar em diversos conjuntos que possuem intersecções.

Assim, em sala de aula, o professor pode usar o seu potencial criativo para definir atividades que caracterizem o uso de várias tendências.

Vamos então conhecer um pouco mais sobre as atuais tendências da educação matemática!

Educação matemática crítica

A educação matemática crítica surge na década de 1980 como um movimento que promove debates acerca do tema **poder**. Ao levar em consideração os aspectos políticos da educação matemática praticada, busca respostas para perguntas tais como:

Para quem a Educação Matemática deve estar voltada?

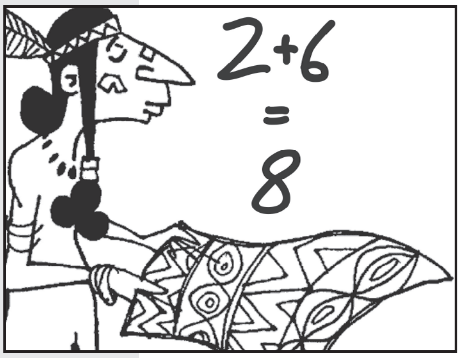
A quem interessa?

Quando se tenta responder perguntas deste tipo, levantam-se debates sobre questões de preconceito, democracia, interesses políticos etc.

Ao trabalhar com a matemática crítica é possível mostrar ao aluno uma outra faceta do papel da Matemática na sociedade, tornando-a uma ferramenta importante na busca de uma sociedade mais justa.

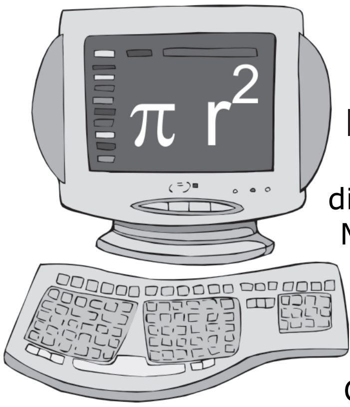
Etnomatemática

O termo etnomatemática foi criado com o objetivo de descrever as práticas matemáticas de grupos culturais, a partir da análise das relações entre conhecimento matemático e contexto cultural.



A etnomatemática leva em consideração que cada grupo cultural possui identidade própria ao pensar e agir e, portanto, possui um modo próprio de desenvolver o conhecimento matemático. Exemplos de grupos culturais: MST (Movimento Sem-Terra), artesãos, índios, classes profissionais etc.

Esta tendência será detalhada na Unidade 3.



Informática e Educação Matemática

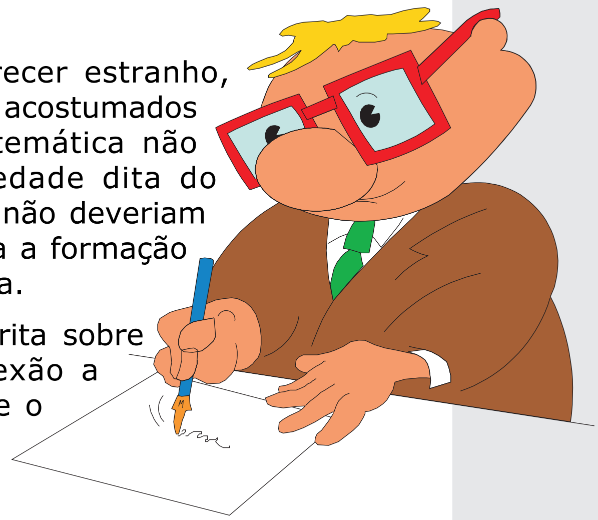
Vários aspectos desta tendência já foram discutidos na disciplina Informática e Ensino de Matemática. Considera-se que o uso de computadores e calculadoras pode levar às escolas os anseios de uma nova geração, já acostumada com estas tecnologias.

Com a presença do computador, a aula ganha um novo cenário que reflete diretamente na relação professor-aluno. O computador pode funcionar como uma ponte de ligação entre o que acontece na sala de aula e o que está fora da escola.

Escrita na Matemática

Escrever sobre Matemática pode parecer estranho, principalmente para alunos e professores acostumados com o paradigma: quem gosta de Matemática não precisa saber escrever. Em uma sociedade dita do conhecimento, paradigmas como este já não deveriam mais existir, tendo em vista que se busca a formação de um indivíduo integral e mais generalista.

Assim, trabalhar com a tendência escrita sobre Matemática gera um processo de reflexão a respeito da compreensão individual sobre o conteúdo abordado.



Modelagem Matemática

A modelagem é a arte de expressar, por intermédio da linguagem matemática, situações-problema reais. É uma nova forma de encarar a Matemática e consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Esta tendência será detalhada na Unidade 2.

Literatura e Matemática

A integração entre a Matemática e a Literatura vem sendo discutida no meio educacional e fundamenta-se no interesse em desenvolver práticas pedagógicas interdisciplinares. Acreditamos que a união de áreas do saber pode tornar mais atrativo e interessante o estudo, bem como mais eficiente o processo de ensino-aprendizagem.

Surge como uma tendência e um repensar da Educação Matemática e vem sendo praticada principalmente na educação infantil e no ensino fundamental.

Esta tendência será detalhada na Unidade 4.

Resolução de Problemas

Resolver problemas é uma das atividades mais destacadas na Matemática. Popularmente costumamos dizer que "fazer Matemática é resolver problemas". No entanto, sabemos que resolver problemas nem sempre é uma tarefa fácil para os alunos.

A utilização de problemas como critério de aprendizagem é encontrada, em geral, nos livros ou textos didáticos. Nesse caso, é necessário partir do **simples** para ter acesso ao **complexo**, e os problemas complexos são visualizados como um conjunto de partes simples. Ao considerar o problema como um recurso de aprendizagem, é necessário selecionar uma série de problemas para que o aluno construa seus conhecimentos a partir da interação com o professor e com os outros alunos.

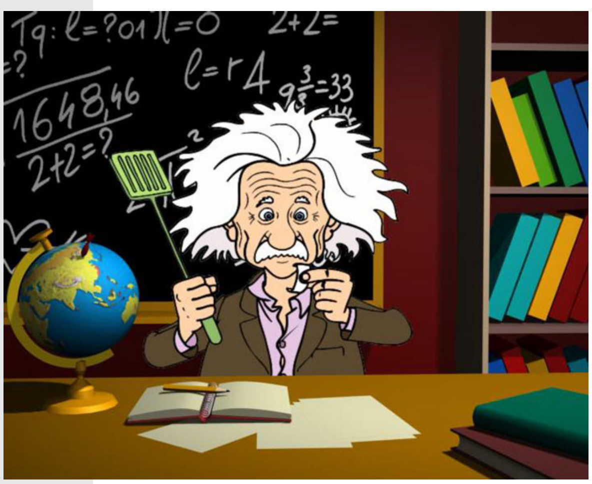
Na prática, os professores estabelecem estratégias que envolvem mais de um método. Independente do método escolhido é importante que o professor tenha em mente que só há problema se o aluno percebe uma dificuldade, um obstáculo que pode ser superado.

Esta tendência será melhor caracterizada na Unidade 6.

História da Matemática

Ao analisarmos a evolução do conhecimento matemático, desde seus primórdios até os nossos dias, podemos constatar a importância do contexto histórico na compreensão de alguns fatos atuais.

Hoje é muito evidente no contexto educacional que a universalidade, a objetividade, a verificabilidade, a clareza e precisão das linguagens usadas na Matemática não garantem o relacionamento entre a sociedade e a Matemática. A abstração e a análise de algumas estruturas matemáticas geram preocupações didáticas e impulsionam para um caminho de busca de novas alternativas, novas técnicas e novas metodologias.

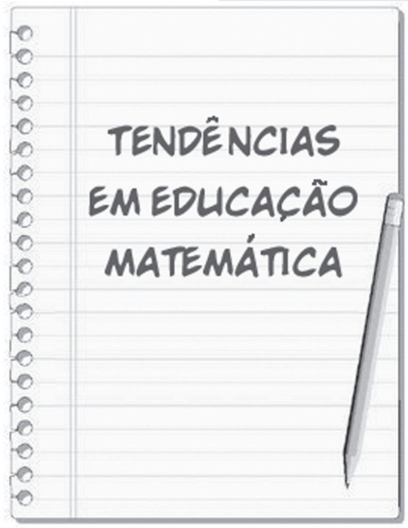


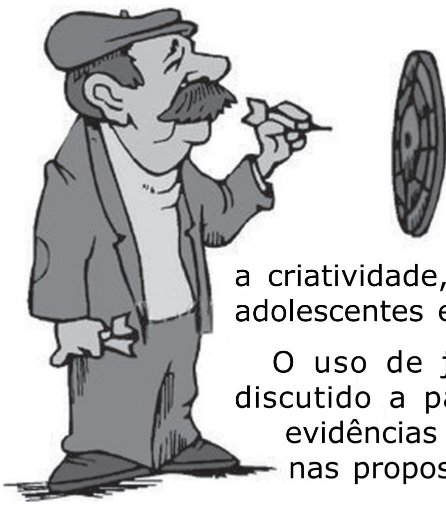
O entendimento da evolução do conhecimento matemático permite aos educadores produzir estratégias para facilitar a construção do conhecimento dos alunos. O contexto histórico é, portanto, uma fonte de inspiração.

Compreensão de textos

Não são usuais, no contexto das aulas de Matemática, a discussão e a reflexão sobre a compreensão de textos. Em regra, os professores observam que seus alunos têm dificuldades para compreender um texto com conteúdos de Matemática ou textos de problemas, entretanto, nada fazem para superá-las, pois desconhecem as estratégias adequadas.

Na Unidade 5, vamos fazer reflexões e considerações para auxiliar o professor neste contexto.





Jogos e Recreações

Na disciplina Criatividade e Jogos Didáticos discutiu-se que atualmente os jogos e recreações são apresentados como estratégias para o desenvolvimento de ambientes de aprendizagem que propiciem a criatividade, não só para crianças, mas também para adolescentes e adultos.

O uso de jogos e recreações em classe pode ser discutido a partir de vários referenciais teóricos e as evidências parecem justificar a importância e a validade nas propostas de ensino da Matemática.

Unidade 2

Modelagem Matemática

Objetivo da Unidade

Discutir a modelagem matemática como uma metodologia para o processo ensino-aprendizagem da Matemática.

A modelagem matemática é uma técnica que pode ser aplicada no ensino da Matemática em todos os níveis, com relatos de utilização anteriores à década de 1980. Quando utilizada, muitos questionamentos são feitos no contexto de sua adequação aos programas curriculares e também em nível metodológico.

Atualmente a modelagem matemática tem sido usada com freqüência em experimentos nos cursos de pós-graduação, criando muitas expectativas referentes ao seu uso. Ainda não se constata uma sistemática geral de utilização, mas podemos encontrar vários exemplos de aplicações bem sucedidas.

Nesta unidade vamos discutir e refletir sobre a modelagem matemática, abordando suas características, bem como sinalizando as possibilidades e perspectivas inovadoras que podem abrir-se no ambiente da sala de aula.

2.1 O que é modelagem matemática?

Ao contrário do que se possa imaginar, o uso da modelagem matemática não é recente. Pesquisadores buscam as raízes da modelagem analisando a história da ciência e seus grandes pensadores. Por exemplo, Biembengut[1] mostra textos históricos de aproximadamente 1200 a.C., que apontam problemas cujas soluções culminaram com a elaboração dos primeiros modelos matemáticos.

Porém, foi no início do século XX que a modelagem foi muito utilizada na resolução de problemas de Biologia e de Economia. A partir da década de 1980 encontramos vários exemplos de utilização da modelagem nas aulas de Matemática. Neste período a modelagem se consolidou como uma abordagem pedagógica (BARBOSA;BORBA,2000)[2].

Chegamos mais perto da definição de modelagem matemática que, de maneira bem simples, nada mais é do que o processo utilizado para a obtenção de modelos matemáticos.

A seguir apresentam-se algumas definições de autores para a modelagem matemática.

Modelagem é a arte de expressar, por intermédio da linguagem matemática, situações-problema reais. Completam colocando que "é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento." (BIENBEMGUT; HEIN,2000)[3]

Para Bassanezi[4], modelagem é uma nova forma de encarar a Matemática e "consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real."

---

[1]BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

[2]BARBOSA, Jonei Cerqueira; BORBA, Marcelo de Carvalho. Uma perspectiva para a modelagem matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2000, Rio Claro. **Anais**.... Rio Claro: UNESP, 2000. p. 53-59.

[3]BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. p.11.

[4]BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. p. 16.

É uma maneira de tentar entender a matemática no cotidiano, de traduzir um problema real para a linguagem matemática.(LOPES; BORBA, 1994)[5]

A modelagem é caracterizada como a forma com que fazemos as coisas e é um processo fundamental para o sucesso da humanidade nos diferentes segmentos da sociedade.(DAVIS, 1991)[6]

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados em 1998 pelo Ministério da Educação, mencionam a modelagem como um **ambiente de aprendizagem** no qual os alunos têm a possibilidade de utilizar a Matemática para indagar e/ou investigar situações oriundas de outras áreas da realidade.

A abordagem, que considera a modelagem como um ambiente de aprendizagem, vem sendo também defendida por pesquisadores como Ole Skovsmose, da Universidade de Aalborg na Dinamarca, e Jonei Cerqueira Barbosa, da Universidade Católica de Salvador no Brasil.

Skovsmose[7] coloca que o ambiente de aprendizagem que caracteriza a modelagem faz um convite aos alunos que são estimulados a desenvolver atividades. Destaca que o convite por si só não garante o envolvimento dos alunos nas atividades propostas. Isto só acontecerá se os seus interesses forem abordados no ambiente.

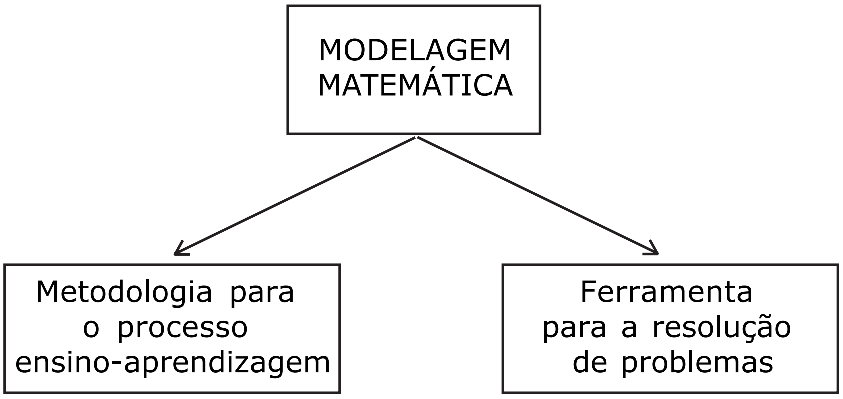
Também, Barbosa[8] ressalta que esse ambiente de aprendizagem estimula explorações e investigações matemáticas de situações de outras áreas que não a Matemática. O autor concorda com Skovsmose que, para um maior envolvimento dos alunos, é importante trabalhar com situações ligadas aos seus interesses. Assim, o trabalho com situações fictícias ou artificiais, mesmo que envolva os alunos em ricas discussões, não deve ser privilegiado. O trabalho com situações reais colocará os alunos frente a problemas que efetivamente dizem respeito a um contexto social e cultural vivenciado em determinado momento da história da humanidade.

Podemos enfatizar a importância da modelagem quando possibilita a conexão de conteúdos matemáticos com outras áreas do conhecimento. Estamos trabalhando numa das questões importantes do processo ensino-aprendizagem da Matemática, que diz respeito ao interesse do aluno em visualizar aplicações práticas, ligadas ao seu dia-a-dia. O uso da modelagem pode propiciar esta conexão, além de ampliar o conhecimento matemático, ajudando a estruturar a maneira de pensar e agir do aluno.

---

[5]LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; BORBA, Marcelo de Carvalho. Tendências em educação matemática. **Revista Roteiro**, Chapecó, n. 32, p. 49-61, jul./dez. 1994.
[6]DAVIS, P. J. Applied mathematics as a social instrument. In: NISS, M.; BLUM, W., HUNTLEY, I. (Ed.). **Teaching of mathematical modelling and applications**.
Chichester / Inglaterra: Ellis Horwood, 1991. p. 10-29.
[7]SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia.
Campinas: Papirus, 2001. 160 p.
[8]BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais**.... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

A modelagem pode ser utilizada em dois contextos específicos: como ferramenta na resolução de problemas e como metodologia para o processo ensino-aprendizagem da Matemática.



Nesta unidade, trataremos da modelagem como uma metodologia para o processo ensino-aprendizagem e na unidade VI, ao abordarmos especificamente a resolução de problemas, o contexto da modelagem como uma ferramenta ficará mais claro.

Para expressar situações reais utilizando linguagem matemática, usamos um modelo matemático. Vamos então definir o que é um modelo matemático na próxima seção.

2.2 O que é um modelo matemático?

Conforme o contexto, a palavra modelo possui vários significados. De forma geral, podemos dizer que um modelo é uma representação simplificada de algum fenômeno ou situação real.

Mas e o modelo matemático?

O modelo matemático é uma representação simplificada, porém tendo como característica o uso de um conjunto de símbolos e relações matemáticas. Desta forma, representa o objeto ou fenômeno estudado, ou ainda, o problema proveniente de uma situação real.

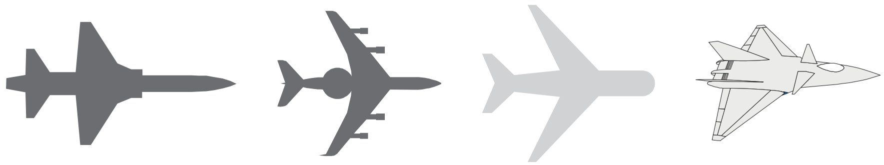
Muitas situações do mundo real podem apresentar problemas que precisam ser resolvidos. Por exemplo, o problema de cálculo do juro cobrado por uma instituição financeira em razão de determinado empréstimo, contém fatos matemáticos relativamente simples e envolve uma matemática elementar.

Um modelo matemático pode ser formulado a partir de expressões numéricas ou fórmulas, diagramas ou tabelas, expressões algébricas ou ainda representações gráficas. Os programas computacionais podem ajudar muito na apresentação e obtenção de um modelo. É importante, porém, que tenha uma linguagem concisa e que expresse as idéias de maneira clara e sem ambigüidades.

Veja alguns modelos de aeronaves.

Observe que, a partir de cada modelo podemos delinear somente algumas características do objeto real.

Perceba que estes **não** são modelos matemáticos.



Agora veja um modelo matemático.

Trata-se de um modelo para a dinâmica populacional de uma nova colméia de abelhas.

É descrito da seguinte forma: *o crescimento populacional de uma colméia é proporcional à diferença entre a população máxima sustentável e a população dada em cada instante*.

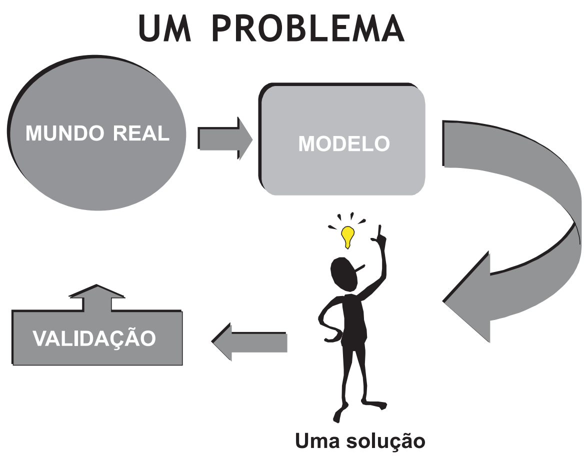
$$y(t) = -72500e^{-0,02532(t-21)} + 80000$$

para $t \geq 21$

Para chegar neste modelo é necessário resolver uma equação diferencial de primeira ordem.

Adaptado de Bassanezi[9]

No contexto da modelagem matemática, um modelo fica inserido num processo de decisão, na solução de um problema real, permitindo relacionar os diversos elementos de forma mais simples que o real.



[9]BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

Diante de um problema do mundo real é possível selecionar variáveis e delinear o modelo. Por sua vez, o modelo produz informações importantes para a criação de alternativas de solução.

A partir de referenciais teóricos, podemos escolher a melhor alternativa, obtendo assim uma solução.

Como a solução é encontrada a partir de um modelo é necessária a validação, ou seja, a verificação da solução encontrada. A idéia é responder a perguntas como:

A solução é efetivamente apropriada para o problema?

Poderá ser usada de forma efetiva?

Existem etapas metodológicas a serem seguidas para todo o processo. Desta forma, fica mais fácil a obtenção de um modelo matemático. Essas etapas serão descritas na próxima seção.

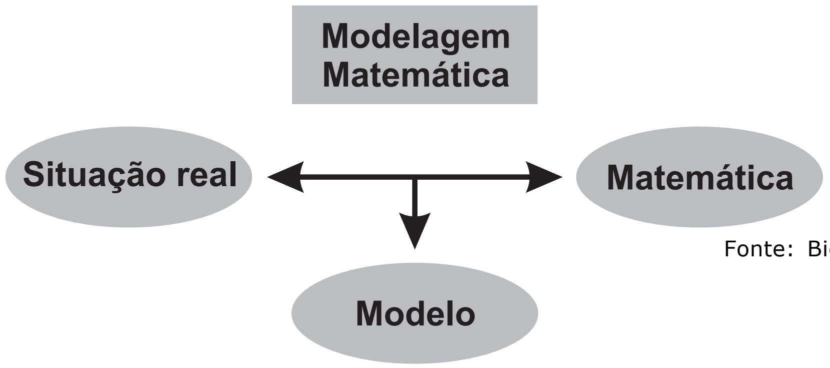
2.3 Etapas da modelagem matemática

A modelagem matemática pode ser vista como um processo que envolve a obtenção de um modelo, sendo um meio de fazer com que Matemática e realidade possam interagir.

Na construção de um modelo são necessárias criatividade e intuição, além do conhecimento de Matemática, visto que é importante interpretar o contexto, identificar as variáveis e o conteúdo matemático que melhor se adapte a determinada situação.

O processo de interação entre a Matemática e a realidade não é trivial para muitos professores e alunos. Então, a obtenção de um modelo matemático passa a ser um desafio quando se trabalha com a modelagem matemática.

Podemos visualizar o processo da modelagem matemática pelo esquema, sendo a Matemática e a realidade representadas por dois conjuntos disjuntos e a modelagem como um meio de fazê-las interagir.



Fonte: Biembengut e Hein(2000)[10]

[10]BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 127 p.

Com o intuito de sistematizar este processo, Biembengut e Hein[11] propõem procedimentos que podem ser agrupados em três etapas:

Etapa 1: Interação

Num primeiro momento é importante que se reconheça a situação-problema, bem como se levante o referencial teórico relativo ao assunto que será modelado. Esta etapa não termina com o início da próxima, visto que a situação-problema torna-se mais clara à medida que se interage com os dados.

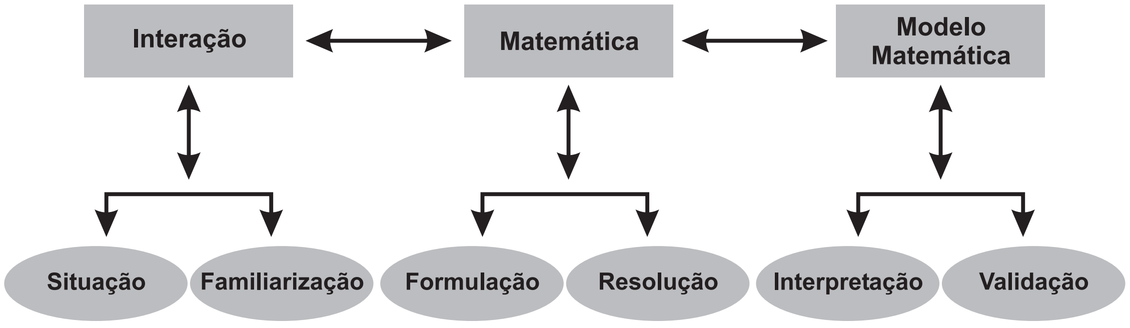
Etapa 2: Matematização

É uma etapa desafiante e complexa pois é nela que se expressa o problema em linguagem matemática. Nesta etapa identificamos os fatos envolvidos, classificando as informações como relevantes ou não. Levantamos as hipóteses, selecionamos variáveis e constantes envolvidas e descrevemos as relações em termos matemáticos. Após a formulação do problema, passamos à resolução ou à análise com as ferramentas matemáticas disponíveis.

Esta etapa exige um conhecimento considerável dos objetos matemáticos e muitas vezes o uso do computador pode-se tornar imprescindível.

Etapa 3: Modelo Matemático

Para concluir e validar o modelo é necessário avaliar e definir o quanto ele se aproxima da situação-problema representada, bem como o grau de confiabilidade de sua utilização.



Fonte: Biembengut e Hein(2000)[10]

[11]BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 127 p.

O modelo a seguir, adaptado de Trabachini *et al.(1998)*[12], exemplifica as etapas de um processo de modelagem matemática:

Exemplo: Um modelo matemático para o processo de fermentação do pão

Antes de definir a situação-problema analisada, vale a pena descrever o processo que levou as autoras do artigo à escolha do tema. Havia uma curiosidade de conhecerem o processo de fabricação dos derivados do leite, cerveja, vinho etc. Porém, para restringir o domínio de abrangência, as autoras definiram a fabricação do pão caseiro, por ser um processo que poderia ser vivenciado e, portanto, estava mais próximo da realidade.

Para uma primeira interação com o assunto, buscaram informações com especialistas ou bibliografias que contribuíssem para o reconhecimento mais aprofundado da situação-problema. Desta pesquisa inicial perceberam a existência de dois fermentos: o caseiro e o industrial.

Ao realizarem experiências práticas com os dois tipos de fermento, encontraram resultados diferentes, ou seja, pães diferentes.

Este processo originou questionamentos:

1) Quais diferenças entre volume e peso aparecem ao se fazer uma receita de pão caseiro utilizando-se ora fermento biológico industrial ora fermento biológico caseiro?

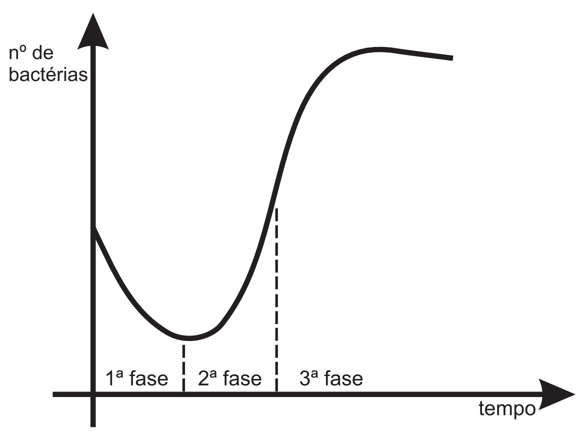
2) Se há diferença no sabor, qual fica mais saboroso?

3) Por que as pessoas preferem o fermento industrial ao caseiro, ou vice-versa?

4) Como se dá o crescimento das bactérias no fermento biológico industrial?

Para as questões 1, 2 e 3 trabalharam com alguns conceitos matemáticos, como por exemplo, razão, proporção, área, volume da massa do pão, porcentagem, tabelas, gráficos e conceitos de estatística descritiva.

Especificamente na pergunta 4 partiram para a busca de informações na fábrica Fleischmann Royal (Jundiaí/SP). Um engenheiro indicou um livro que descreve o processo de crescimento das bactérias, conforme apresentado no gráfico a seguir:



[12] TRABACHINI, Kátia C. Z. et al. A Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino-aprendizagem: o processo de fermentação do pão. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 1998, São Leopoldo. **Anais...** São Leopoldo: UNISINOS, 1998. p. 464-466.

Neste gráfico é possível perceber que o processo de fermentação divide-se em três fases: a primeira é a de adaptação das bactérias ao meio ambiente, quando algumas delas morrem; a segunda mostra um crescimento das bactérias já adaptadas ao meio ambiente; e a terceira descreve a estabilização do crescimento até que se atinja uma quantidade máxima de massa celular bacteriana.

Partindo do gráfico encontrado, as autoras puderam modelar matematicamente cada uma das fases. As equações obtidas foram:

1ª fase: $y = 15e^{-0,0582t}$

2ª fase: $y = 0,2383e^{0,1489t}$

3ª fase: $y = 91,21 - 951,85e^{-0,0869t}$

sendo *y* o número de bactérias e *t* o tempo.

Para encontrar um modelo que descrevesse a segunda e a terceira fases simultaneamente, utilizaram a equação diferencial do "Modelo de Competição Populacional" descrita por:

$$\frac{\partial b}{\partial t} = k_1 b - k_2 b^2$$

sendo k_1 o coeficiente de crescimento, k_2 o coeficiente de competição, *b* a quantidade de bactérias e *t* o tempo.

Ao resolver esta equação a partir dos dados coletados, chegaram a um modelo que fornece a quantidade de bactérias num instante *t* qualquer:

$$b = \frac{0,1578}{0,03198e^{-0,1578t} + 0,00173}$$

Após ter uma idéia geral das etapas metodológicas relacionadas à modelagem matemática, vamos agora discutir aspectos relacionados ao uso da modelagem como uma metodologia para o processo ensino-aprendizagem.

2.4 Como proceder para a utilizar a modelagem na sala de aula

Aplicar a modelagem matemática em sala de aula é um grande desafio para o professor. Os resultados podem ser muito ricos, no entanto, dependem de uma preparação do docente para que não "perca o fio da meada". Portanto, não basta vontade, é preciso dedicação aos estudos e leituras para conhecer os passos a serem seguidos ao trilhar este caminho.

O importante é que não precisamos começar do zero. Vários pesquisadores nos orientam neste sentido para que possamos evitar eventuais desajustes quando estivermos em sala de aula.

Biembengut e Hein[13], por exemplo, sugerem passos que esquematizam o que o professor precisa fazer para implementar o uso da modelagem matemática em sala de aula:

1. Diagnóstico

Para começar, o professor precisa conhecer o perfil de seus alunos em termos de realidade socioeconômica, tempo disponível para estudo extraclasse, dentre outros. Além disso, é preciso avaliar o número de alunos da turma, horário da disciplina e o grau de conhecimento matemático.

Estes pontos irão nortear o professor na definição dos critérios de escolha do tema, tempo de duração da experiência, bem como as técnicas que determinarão a dinâmica da aula.

2. Escolha do tema ou modelo matemático

O tema escolhido norteará o modelo matemático.

Alguns autores sugerem a escolha de um único tema e outros colocam que também é interessante o trabalho com vários temas.

A sugestão, para o caso de professores inexperientes, é começar com um único tema, abrangente o suficiente para desenvolver o conteúdo programático e não desmotivar os alunos.

Por outro lado, quando o professor escolhe o tema, normalmente se sente mais seguro na condução das atividades.

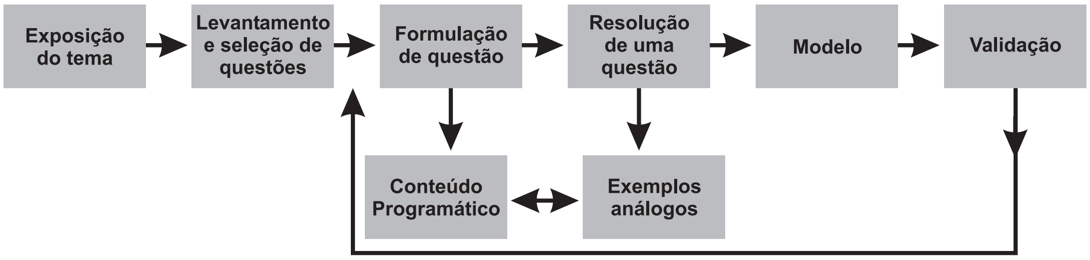
Quando a escolha é feita pelos alunos, eles se sentem participantes do processo, o que é um primeiro e importante passo para motivá-los. Por outro lado, o tema escolhido pode não ser adequado para o conteúdo a ser desenvolvido ou, ainda, pode ser muito complexo, o que exigirá maior tempo disponível do professor para estudá-lo.

[13]BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 127 p.

3. Desenvolvimento do conteúdo programático

Neste momento o professor deve seguir as três etapas propostas para o processo de modelagem: interação, matematização e modelo matemático.

A figura abaixo descreve ações para cada uma das etapas.



Fonte: Biembengut e Hein

Na interação, após uma breve exposição do tema, faz-se um levantamento de questões a partir de sugestões dos alunos. Nesta etapa o professor tem um papel importante, pois a partir do momento que demonstra seu conhecimento e interesse pelo tema, contribui diretamente para a motivação dos alunos.

Na próxima etapa, já se definem quais questões serão trabalhadas com o objetivo principal de delimitar o tema.

Os alunos podem contribuir com pesquisas sobre o tema e já iniciam a coleta de dados. Como coloca Bassanezi[14], a coleta de dados é uma etapa que muitas vezes é considerada difícil, pois não se sabe por onde começar. No entanto, para o autor, quando não se sabe o que fazer, o melhor é medir ou contar. Esta é uma dica para os alunos nesta etapa!

O professor deve estar sempre atento para inserir os conteúdos matemáticos nos momentos em que se tornam necessários, tendo como objetivo principal a resolução da questão proposta.

Quando se inicia o trabalho com a modelagem matemática, os professores normalmente levantam a seguinte questão:

Devo desenvolver os conteúdos matemáticos simultaneamente com o processo de modelagem ou primeiro desenvolvo o processo e, depois, o conteúdo matemático?

Existem experiências que foram realizadas usando as duas formas apresentadas, no entanto, a escolha por uma ou outra dependerá do andamento dos trabalhos junto com a turma. O mais interessante sempre é desenvolver o trabalho de forma intercalada, porém, isto nem sempre é possível.

De qualquer forma, se os conteúdos forem apresentados posteriormente não se perde a riqueza dos resultados obtidos com a aplicação da modelagem matemática.

Por fim, a identificação de um modelo encerra o processo abrindo caminho para a validação (analisar se o resultado obtido representa a realidade) e uma possível retomada para melhoria do modelo.

[14] BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

4. Avaliação do processo

A avaliação na modelagem matemática deve atribuir significado especial ao desempenho do aluno. Precisa ser contínua e criar procedimentos adequados à turma, ao tema e às normas da escola.

Podemos pensar em uma avaliação sob dois aspectos:

- a partir das observações do professor quanto à assiduidade, cumprimento das tarefas, trabalho em grupo, dentre outros;
- realização de provas, exercícios e trabalhos realizados.

2.5 Cuidados no uso da modelagem matemática

O uso da modelagem matemática propicia a abertura para exploração de muitos temas. É usual o professor "ficar perdido" e tentar conduzir o processo de forma muito global. Como conseqüência procura adaptar a modelagem a qualquer situação da realidade. É preciso cuidado!

A introdução de simbolismos matemáticos exagerados pode ser mais destrutiva do que esclarecedora.

Na tentativa de trazer à tona a realidade vivenciada pelo aluno o professor pode "forçar a barra" e acabar complicando questões simples. Somente a experiência trará a segurança necessária para a utilização da modelagem matemática como um método de ensino-aprendizagem.

No entanto, é preciso começar. E para começar, algumas dicas podem interessar:

- conheça modelos clássicos já existentes na literatura. Existem muitos modelos matemáticos prontos, que podem auxiliar o professor a definir seus próprios modelos para temas escolhidos;
- em sala de aula, priorize a apresentação inicial dos conteúdos do programa a partir de modelos matemáticos de outras áreas, por exemplo, Física, Química, Economia;
- incentive seus alunos a criarem modelos a partir da realidade vivenciada por cada um;
- troque experiências com seus colegas professores;
- procure conhecer trabalhos realizados e faça adequações com seus alunos.

A análise de experiências já realizadas contribui muito para que o professor sinta-se mais seguro ao trabalhar com a modelagem matemática.

O pesquisador Burak[15] apresenta uma lista de temas a serem trabalhados, divididos por série, e que já foram aplicados em diversas situações:

[15] BURAK, Dionísio. Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. **Zetetiké**, Campinas, n. 02, p. 47-60, 1994.

Ensino Fundamental: a escolha de temas dificilmente parte de problemas, mas de interesses das crianças. Há uma maior preocupação com o processo do que com o produto, ou seja, com o modelo propriamente dito, senão vejamos:

1ª série: temas lúdicos: brincadeiras, histórias infantis e mercadinho;
2ª série: desafios sobre como formular novas regras para brincadeiras como amarelinha e de roda;
3ª série: despesa mensal de um zoológico;
4ª série: pintura da sala de aula, quadra de basquete, plantação de café, encortinamento da escola;
5ª série: maquetes de casas, campo de futebol, quadra poliesportiva etc.;
6ª série: compra, venda e custos; horta, arborização;
7ª série: localização de seu bairro, reforma e construção da arquibancada a quadra de esporte, doenças da infância;
8ª série: maquete da escola.

Ensino Médio: ensino da matemática comercial; custo da construção de uma casa; construção civil; horta escolar; construção de um aquário etc.

Outras sugestões: horticultura, suinocultura, apicultura, maçã, fabricação de papel, plantações, fabricação de latas, vaca mecânica, lixo, previsão do tempo, bebidas alcoólicas, esoterismo, supermercados, tecelagem, eleição, fumante, industrialização do leite, reflorestamento, eletrificação de uma favela, fabricação de carroças, transporte coletivo, jogos infantis, estilingue, erva-mate etc.

É importante lembrar sempre que, para aprender a trabalhar com a modelagem matemática, é preciso fazer modelagem matemática!!!

Unidade 3

Etnomatemática

Objetivo da Unidade

Apresentar a etnomatemática como uma tendência que trabalha o conhecimento construído a partir do contexto cultural e social em que o aluno está inserido.

Ao destacar a etnomatemática neste texto estamos resgatando uma arte.

Arte de explicar, de conhecer, de entender o nosso dia-a-dia pela ótica da Matemática.

Não vamos nos aprofundar, vamos simplesmente resgatar alguns pontos necessários para o ponto de partida de uma longa caminhada que nos conduzirá para caminhos mais iluminados.

É urgente entender a diversidade cultural dos nossos alunos, das pessoas que nos cercam, independente de categorias sociais. É preciso entender as linguagens do dia-a-dia.

Qual a Matemática usada pelo pedreiro, pelo médico, pelos professores?

Evidentemente não responderemos esta pergunta, mas vamos buscar caminhos para visualizar as alternativas de respostas. Vamos abordar características e exemplos que nos auxiliarão na compreensão desta tendência. Temos a certeza de que as reflexões discutidas trarão contribuições para a nossa prática pedagógica.

3.1 O que é etnomatemática?

O termo etnomatemática foi criado por Ubiratan D'Ambrosio com o objetivo de descrever as práticas matemáticas de grupos culturais, a partir de uma análise das relações entre conhecimento matemático e contexto cultural. Foi mencionado pela primeira vez por seu criador, em 1976, no *3rd International Congress on Mathematics Education* (ICME-3) realizado em Karlsruhe, na Alemanha.

Segundo D'Ambrosio[1]:

Para compor a palavra *etnomatemática* utilizei as raízes *tica*, *matema* e *etno* para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (*tica*) de explicar, de entender, de lidar e de conviver (*matema*) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (*etno*).

Esta é uma definição que leva em consideração que cada grupo cultural possui identidade própria ao pensar e agir e, portanto, possui um modo próprio de desenvolver o conhecimento matemático.

É uma tendência disseminada em todo o mundo e possui características interessantes, pois trabalha com realidades culturais diversas. Veja o que outros autores colocam a respeito da etnomatemática.

De acordo com Oliveras[2], a etnomatemática é um método de interpretação de uma cultura cujos membros relacionam-se entre si, usando um método comum de comunicação. Este método é influenciado por elementos físicos, sociais e temporais.

---

[1] D'AMBROSIO,Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. 2. ed. Campinas: Papirus, 1997. p.111.

[2] OLIVERAS, María Luisa. Ethnomathematics and Mathematical Education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Jahrgang, v. 31, n. 3, p. 85-91, jun. 1999. Disponível em: <http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm993a1.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2002.

A etnomatemática não deve ser entendida apenas como uma matemática existente nos chamados grupos étnicos ou etnias. Trata-se do conhecimento produzido por grupos sócioculturais identificáveis e que permite resolver problemas não resolvidos pelos conhecimentos institucionais.[3]

Ríos[4] fala dos conhecimentos matemáticos produzidos ou assimilados e vigentes em um contexto sociocultural, e percebe a existência de processos como, por exemplo, contar, classificar, ordenar, calcular, medir, organizar o espaço e o tempo, estimar e inferir.

A etnomatemática representa um caminho para uma educação renovada em que a matemática pode proporcionar questionamentos sobre as situações reais vivenciadas pela sociedade.

Imagine uma situação prática em que você, um professor de matemática, propõe aos seus alunos o cálculo da área de uma casa. Se você tiver ministrando aula para profissionais da construção, como pedreiros por exemplo, provavelmente eles trarão à tona conceitos intuitivos usados no dia-a-dia.

A riqueza do processo ensino-aprendizagem estará presente exatamente no momento em que o professor conseguir estabelecer a conexão entre o conteúdo e a realidade vivenciada pelo grupo.

Assim, a etnomatemática é um programa de pesquisa que está diretamente ligado ao processo ensino-aprendizagem da matemática. É um processo que vai da realidade à ação, que conecta diferentes culturas, modos de pensar e agir ao conteúdo matemático nos grupos sociais.

É importante perceber que a proposta da etnomatemática não rejeita a matemática acadêmica. D´Ambrósio fala da exclusão do que é desinteressante, obsoleto e inútil, mas que infelizmente domina os currículos e programas escolares vigentes em nossas escolas.

A missão dos educadores é formar as gerações futuras que irão organizar o mundo do futuro. E como será esse mundo futuro? Um mundo com clones e transgênicos? Ou como um cenário de ficção como se vê no filme Matrix? Não é possível prever detalhes, mas é possível rever a formação dos cidadãos.

O trabalho com a etnomatemática pode auxiliar os professores na apresentação de uma visão crítica do presente bem como os instrumentos intelectuais e materiais que dispomos para esta crítica.

Mas como identificar a matemática presente nos grupos culturais?

Isto é um processo que exige uma análise detalhada e de convívio diário com o grupo analisado. As leituras podem ajudar, e a busca da história cultural do grupo é importante. No entanto, é na observação direta do pesquisador que haverá a identificação da matemática.

Para entender um pouco mais sobre etnomatemática, veja alguns exemplos de projetos realizados em diferentes comunidades.

---

[3]BELLO, Samuel Edmundo López Bello. A pesquisa em Etnomatemática e a educação indígena. **Zetetiké**, Campinas, n. 06, 1996.

[4]RÍOS, Oscar Pacheco. **Primero ethnogeometría para seguir com etnomatemática**. Disponível em: <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/docnopub/etnomatematica.html> Acesso em: 18 nov. 2002.

3.2 Dois pontos de vista para a abordagem da etnomatemática

A abordagem da etnomatemática pode ser considerada sob dois pontos de vista:

- programa de pesquisa;
- proposta para o trabalho pedagógico.

No contexto da etnomatemática, um programa de pesquisa pode iniciar tendo como **objetivo geral**:

> Conhecer os processos de geração, organização e difusão de conhecimentos e idéias matemáticas no interior de grupos culturalmente identificáveis.

Como exemplos de grupos culturalmente identificáveis podemos citar: artesãos, indígenas, classes profissionais (pedreiros, médicos, dentistas etc.).

Para o segundo ponto de vista vamos ter como **objetivo geral**:

> Desenvolver ações na área do ensino de Matemática que permitam a contextualização sóciocultural dos conteúdos acadêmicos abordados em aula.

Em geral os exemplos citados na literatura são exemplos de projetos de pesquisa. A partir dos relatos dos pesquisadores é possível constatar que é necessário um envolvimento "por inteiro" e, em geral, requer muitas horas de pesquisa de campo. Observemos as etapas que merecem destaque:

- **Inserção** – É necessário ganhar a confiança do grupo para que as atividades da pesquisa possam ser desenvolvidas. Sabemos, a partir dos estudos de dinâmica de grupos, que esta etapa pode tornar-se exaustiva, pois podemos estar tateando no escuro e ter dificuldades para encontrar respostas para os problemas de relacionamento. Nunca sabemos o que nos espera!

- **Aceitação do grupo** – A inserção de um pesquisador num grupo pode modificar parcialmente o dia-a-dia dos integrantes. A partir da aceitação, o grupo pode solicitar de forma sistemática a presença e a opinião do pesquisador para a solução de problemas diversos. A transitoriedade do pesquisador no seio do grupo gera dúvidas e incertezas. Como não atender? Como atender aos pedidos de ajuda?

- **Coleta de dados** – Em geral o pesquisador organiza alguns roteiros e instrumentos para nortear a coleta de dados, entretanto, de forma quase sistemática depara-se com novas situações que exigem muita criatividade para serem analisadas. Como acompanhar o dia-a-dia do grupo sem comprometer suas idéias e demais atividades?
- **Intervenção** – É chegada a hora de fazer intervenções para entender melhor a inserção das idéias e objetos matemáticos no grupo. Com certeza, seus procedimentos modificam a rotina do grupo. Como fazer questionamentos do tipo: o que é um ângulo Seu José? (Seu José é pedreiro) ou, como captar as informações implícitas nas falas (cheias de vocábulos que desconhecemos)?

Os exemplos que seguem mostram de forma sumarizada alguns projetos realizados.

Exemplo: Movimento Sem-Terra

Knijnik[5] analisa e discute resultados obtidos a partir de um trabalho de pesquisa realizado junto ao MST – Movimento Sem-Terra. Este grupo realiza atividades como demarcação da terra, desenvolvimento de um sistema próprio de produção, assim como um sistema escolar. A autora identificou a etnomatemática destes processos e criou um currículo matemático escolar relevante para as necessidades imediatas dos membros do MST.

Exemplo: artesãos

Como resultado de dez anos de investigação sobre a Matemática identificada nos artefatos artísticos típicos de Granada, Oliveras[6] define etnodidática a partir da observação sobre a forma como as técnicas de trabalho são transmitidas entre os artesãos, ou seja, entre os mestres e os aprendizes.

[5]KNIJNIK, Gelsa. **Exclusão e resistência**: Educação Matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996.

[6]OLIVERAS, María Luisa. Ethnomathematics and Mathematical Education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Jahrgang, v. 31, n. 3, p. 85-91, jun. 1999. Disponível em: <http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm993a1.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2002.

Exemplo: comunidade indígena

Bello[7] realizou um estudo etnomatemático com os índios Guarani-Kaiova, do Mato Grosso do Sul, tendo como objetivos principais identificar e reconhecer o processo ensino-aprendizagem desenvolvido na cultura Guarani e relacionar este processo com o utilizado no ensino formal. Um resultado importante obtido foi o reconhecimento do papel da história dos indivíduos e das comunidades no processo cognitivo.

Sobre o trabalho com índios, D'Ambrosio[8] coloca que quando se fala de Matemática, produzida pela cultura branca e escolar, para os indígenas carrega-se uma mensagem que vem de fora. É como misturar água e óleo: Matemática e índio.

Exemplo: a Somália pós-guerra

Em Jama[9] temos a descrição de um trabalho do pesquisador italiano exemplificando um programa de etnomatemática realizado na Somália, cujo país, a partir de 1988, enfrentou uma guerra civil que dividiu o território em regiões e desestruturou completamente a organização social até então vigente. Por exemplo, escolas fecharam e tiveram muitas dificuldades para serem reabertas. O autor analisou situações vivenciadas pela população local que poderiam ser utilizadas para introduzir noções matemáticas nas salas de aula.

Exemplo: as classes profissionais

Schockey[10] do Departamento de Matemática e Computação da Universidade de Wisconsin-Stevens Point (EUA) investigou a matemática presente nas atividades realizadas pelos cirurgiões cardiovasculares. O autor identificou, entre outros, que a linguagem utilizada estava impregnada de significado matemático e que os médicos praticam, constantemente, a resolução mental de problemas.

---

[7]BELLO, Samuel Edmundo López. A pesquisa em Etnomatemática e a educação indígena. **Zetetiké**, Campinas, n. 06, 1996.

[8]D'AMBROSIO, Ubiratan. A etnomatemática no processo de construção de uma escola indígena. **Em Aberto**, Brasília, n. 63, jul./set. 1994.

[9]JAMA, Jama Mussi. The role of ethnomathematics in mathematics education: cases from the Horn of Africa. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Jahrgang, v. 31, n. 3, p. 92-95, jun. 1999. Disponível em: <http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm993a2.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2002.

[10]SCHOCKEY, Tod L. Etnomatemática de uma Classe Profissional: cirurgiões cardiovasculares.**Bolema**, Rio Claro, n. 17, p. 1-19, 2002.

Vamos retomar o segundo ponto de vista destacado no início desta seção com o seguinte questionamento:

Como a Etnomatemática interfere numa proposta para o trabalho pedagógico?

D'Ambrosio[11], o criador da etnomatemática, externa sua esperança de renovação a partir da aplicação desta tendência:

> A proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E por meio da crítica, questionar o aqui e agora.
>
> [...] Por tudo isso, eu vejo a etnomatemática como um caminho para uma educação renovada, capaz de preparar gerações futuras para construir uma civilização mais feliz.

É impossível perceber toda a Matemática elaborada e praticada por um grupo cultural. Daí a grande dificuldade do professor para trabalhar em sala de aula contextualizando com o dia-a-dia dos seus alunos.

Por exemplo, a pesquisadora Knijnik[12] relata a sua experiência com alunos do Curso de Magistério (integrantes de comunidades do meio rural) mostrando como a etnomatemática interfere no contexto pedagógico. Inicialmente a escolha de tema de estudo dos alunos recaiu sobre um que tradicionalmente não é discutido em sala de aula: métodos de cubação da terra.

O termo cubação da terra é usado quando temos situações problemas de medição de áreas de terrenos com formas diversas.

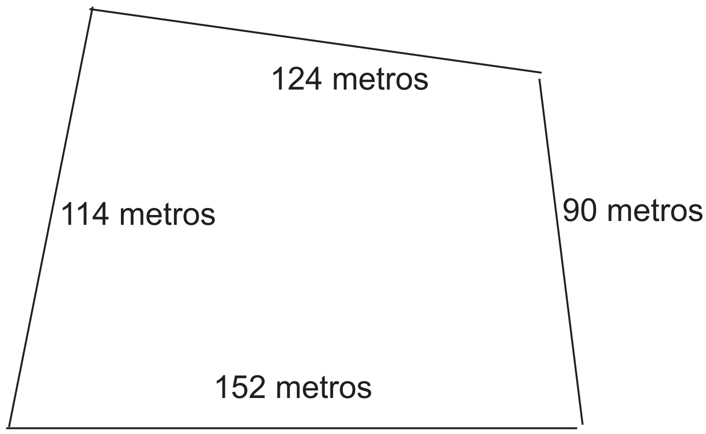
Dois métodos são apresentados como práticas utilizadas no dia-a-dia das comunidades rurais para a medição das terras a serem distribuídas entre as famílias que devem tomar posse.

Vamos detalhar um exemplo, apoiados nos relatos da autora da pesquisa, fazendo as adequações para inserção neste texto e observando a importância da contextualização de problemas que envolvem cálculos formais de Matemática.

[11] D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 1., 2000, São Paulo. **Palestra de encerramento**. Disponível em: <http://sites.uol.com.br/vello/proposta.htm>. Acesso em: 18 nov. 2002.

[12] KNIJNIK, Gelsa. **Exclusão e resistência**: Educação Matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996.

Problema a ser resolvido[13]: Calcular a área de terras com formato quadrangular que mede 114 metros x 152 metros x 90 metros x 124 metros.



Método 1

Transformar a forma do terreno num quadrilátero de 138 metros x 102 metros. Portanto uma área de 14076 metros quadrados. Observar que o valor 138 foi calculado fazendo (152+142)/2 e o valor 102 por (114+90)/2.

Método 2

Transformar a forma do terreno num quadrado de lado 120 metros, portanto com área de 14400 metros quadrados. Observar que o valor 120 foi calculado fazendo a soma das dimensões dividido por quatro.

Do ponto de vista formal da Matemática, ambos os métodos apresentam o calculo aproximado da área que satisfazem plenamente as necessidades e a história de vida dos integrantes do grupo.

Ao observar documentos registrados na História da Matemática podemos observar e refletir sobre a força das manifestações culturais que são legadas de pai para filho, ou registradas informalmente. Em Boyer[14] vamos encontrar descrições do papiro de Rhind mostrando que povos das civilizações muito antigas já tinham o conhecimento do cálculo de áreas de forma aproximada.

> Um documento de Edfu que se preservou, datando de cerca de 1500 anos depois de Ahmes, dá exemplos de triângulos, trapézios, retângulos e quadriláteros mais gerais; a regra para achar a área do quadrilátero geral é fazer o produto das medidas aritméticas de lados opostos[15].

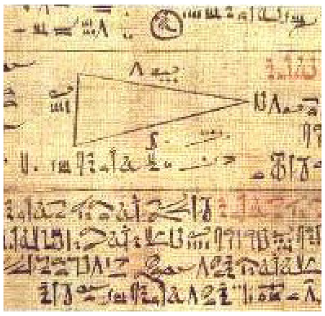
[13] Knijnik, não apresenta a forma exata do terreno.

[14] BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

[15] BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. p.13

O papiro de Rhind está escrito da direita para a esquerda, tem 32 cm x 513 cm. É datado de cerca de 1650 a.C. e está atualmente no Museu Britânico.

O papiro tem o nome do escocês Alexander Henry Rhind que o comprou por volta de 1850 em Luxor, no Egito. É também conhecido como papiro de Ahmes, o escriba egípcio que o copiou.



Para finalizar as nossas considerações sobre a etnomatemática, vamos apresentar a seguir alguns recortes de idéias para ampliar estudos, análises e pesquisas.

3.3 Recortes finais

Os recortes adiante apresentados têm como objetivo abrir novas frentes de reflexões sobre o tema desta unidade.

- A organização atual das sociedades e o modo como se relacionam fazem com que muitas experiências e reflexões sejam disponibilizadas nos meios de comunicação, principalmente via *Internet*. Assim, quando falamos, por exemplo, no Papiro de Rhind, podemos acessar de forma muito rápida *sites* que nos mostram detalhes com visualizações de textos e imagens. Muitas informações que são repassadas nas salas de aulas são obsoletas e não contextualizadas com as realidades sociais e culturais dos alunos. Faz-se necessário que a formação dos nossos professores seja contemplada com discussões, reflexões e análises que permitam ao professor perceber que sua ação pode ser ampliada e solidificada a partir do convívio com diferentes grupos socioculturais.

- Para minimizar as inúmeras dificuldades das regiões menos favorecidas do Brasil e de outros países subdesenvolvidos do mundo, é urgente alterações profundas na concepção do sistema educacional. Evidentemente, o ponto de partida está dentro de cada um de nós. É preciso romper barreiras sociais e culturais para estabelecer estratégias didáticas que possibilitem aos nossos alunos enfrentar os problemas e as situações que a realidade lhes apresenta.

- Os inúmeros desafios para vencermos a diversidade cultural não devem amortecer a caminhada do educador. Sabemos que em geral a sociedade espera que os educadores apresentem a solução para os seus problemas diários. Muitos esquecem que os profissionais da educação não receberam formação específica que lhes permitam desenvolver de forma rápida competências e habilidades para lidar com a diversidade cultural. Precisamos compartilhar com a sociedade a busca de instrumentos mediadores e adequados.

Vamos seguir em frente com a certeza de que estamos cumprindo nossa missão de educadores, buscando pautar a ética da diversidade citada por D´Ambrósio[16] desde 1996:

- respeito pelo outro com todas as suas diferenças;
- solidariedade com o outro na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcedência;
- cooperação com o outro na preservação do patrimônio e cultural comum.

[16] D´AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 2. ed. Campinas: Papirus,1997. 121p.

Unidade 4

Literatura e Matemática

Objetivo da Unidade

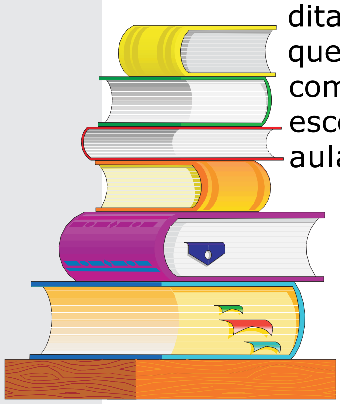
Apresentar a Literatura como uma proposta de interdisciplinaridade no processo ensino- aprendizagem da Matemática.

O prazer de ler e de entender o que leu. Conseguir relacionar o que leu com o seu cotidiano, o seu mundo. Trazer para a realidade as palavras do autor. Entender que o Português, a Literatura e a Matemática são disciplinas que estão intimamente relacionadas, afinal todas dependem da linguagem para se concretizar, ainda que a linguagem seja diversificada: dos sinais, escrita, oral, simbólica. Romper a distância entre essas disciplinas e ensinar e aprender Matemática lendo Monteiro Lobato.

Isso é possível?

Com toda a certeza, podemos afirmar que SIM! Basta termos disposição para trabalhar interdisciplinarmente. Para tanto, precisamos chamar atenção para a definição de termos (literatura, interdisciplinaridade, seqüência didática) e as tendências do uso desses termos aplicados à Educação Matemática.

4.1 O que é literatura?



Primeiramente, é salutar que retiremos o ranço da palavra literatura, ou seja, é costumeiro sentir um peso, um desgosto quando essa palavra é dita. Em sala de aula então significa sacrifício, dificuldade, atividade que gera antipatia. Esse contágio de relação da palavra literatura com algo desagradável, para inúmeras pessoas, foi provocado pela escola. Exatamente pelo uso inadequado da literatura em sala de aula. Em muitas aulas, para ocupar espaço de tempo ocioso, professores exigiam a leitura de textos difíceis e longos, sem contextualizá-los nem comentá-los e chamavam esse momento, inadequadamente, de literário. Além disso, quantas obras de nossa literatura brasileira ficaram reduzidas a resumos de apostilas de cursos preparatórios para o vestibular? Resumos estes que acabam por substituir a leitura do livro original, quando mantemos contato com as exímias descrições e narrações de, por exemplo, José de Alencar, Machado de Assis, por um simples contato com o que alguém entendeu daquilo que leu e, em pouquíssimas palavras, resumiu a obra. Isso é o mesmo que aceitar só a resposta de problemas matemáticos, sem necessidade de saber como chegar ao resultado. De que adianta uma fórmula se não soubermos aplicá-la? Da mesma forma, para que livros se não pudermos lê-los, ou melhor, se não somos motivados a fazê-lo?

Nesse sentido, queremos dizer que literatura é texto; é o conjunto de trabalhos artísticos em prosa, em verso; são as histórias tradicionais contadas de forma oral e que se perpetuam por gerações.[1]

Não é possível admitir que alunos de hoje sejam privados do contato com a linguagem de ontem, com a história, com a ficção, com a riqueza dos livros, independente de serem dos gêneros romance, crônica, conto ou poema.

[1]FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa**. 2. ed., Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

Por que conhecemos tão pouco de nossa literatura e confundimos os autores de **As Meninas, Vidas Secas, Os Sertões, Macunaíma, Iracema, Capitães de Areia**? Porque não fomos acostumados a ler essas obras, ou melhor, se lemos é porque fomos obrigados para responder as perguntas de fichas de leitura ou para a prova. Não se lia para descobrir as facetas de nossa história, tão bem retratadas em diversas obras ou para fazer um confronto com os nossos dias ou para saber como se falava, quais os costumes da época. Líamos, quando o fazíamos, sem uma contextualização; líamos para conseguir nota em disciplina. Lamentável é quando constatamos que hoje os alunos lêem menos ainda.

Obviamente não estamos querendo retornar à era da pedra, mas estamos querendo que os alunos sejam leitores das mais variadas espécies de literatura para se tornarem cidadãos críticos e atuantes na sociedade, com bagagem social e preparados para o mercado de trabalho.

O educador do ensino fundamental que priva o educando do contato com os textos de Monteiro Lobato, Lygia Bojunga Nunes, Mario Quintana, Ziraldo, Sylvia Orthof, Jandira Mansur não tem sensibilidade, não está permitindo a formação de um cidadão consciente de suas responsabilidades e da necessidade de sua intervenção social, nem de um leitor. Portanto, não está promovendo a educação, direito de todos garantido em nossa Constituição Federal.

Talvez estejamos sendo contundentes com relação à atuação dos educadores nos diversos níveis de ensino, mas conhecemos a realidade escolar. Ainda hoje visitamos escolas cujas bibliotecas estão defasadas, para não mencionar que algumas escolas atribuem o nome biblioteca a uma estante com enciclopédias mofadas.

Esclarecemos que literatura não se restringe a obras antigas. Literatura é jornal, é revista. Desde que seja texto decente do ponto de vista de construção lingüística, ou seja, não é qualquer pedaço de papel com palavras que podemos chamar literatura.

Nesse sentido são pertinentes alguns questionamentos. Quanto o educador tem aproveitado em sua sala de aula os textos literários do dia-a-dia? Quanto ele tem motivado os educandos a redigir histórias, a escrever poemas, jornal, livros?

É certo que muitos educadores têm tido a sensibilidade e a criatividade para apresentar a literatura a seus educandos. Entretanto, seus esforços soam tímidos diante do tamanho de nossa população.

Quem sabe se mudássemos os textos e deixássemos o livro didático um pouco de lado para incentivar o contato com livros, revistas, jornais, poemas, receitas de bolo, bulas de medicamentos, manuais de instrução, história em quadrinho? Será que não formaríamos leitores mais facilmente.

Geralmente a literatura apresentada ao educando esta fora de sua realidade e, por não ser contextualizada, acaba por não atrair sua atenção. Acaba sendo muito mais atrativo, ouvir uma música, conversar com os colegas, assistir à TV ou a filmes, brincar de videogame, do que ler.

A literatura tem que ser bem selecionada e estar relacionada com o conteúdo a ser ministrado em sala de aula, ou estudado. Ela deve ser um ponto de partida para o conteúdo ou então ser uma possibilidade de encerrá-lo.

Relevante citar que a literatura não deve ser somente usada para fins didáticos. A literatura merece ser lida também para deleite. Fazer o aluno descobrir o momento mágico que é pegar um livro para ler e esquecer das horas. O quão precioso acaba sendo este momento se, além das palavras escritas, o leitor consegue vislumbrar um outro mundo. E isso somente vivencia aquele que realmente lê.

Interessante observar quando o aluno começa a estabelecer relações de suas leituras com o conteúdo das aulas e das diferentes disciplinas sem que o professor faça esse tipo de menção. É um novo despertar para o estudo, para a leitura, para o conhecimento.

Vale lembrar que a literatura não serve tão-somente à leitura, ela contribui e muito para a escrita e para o desenvolvimento da lógica e da criatividade. Quando selecionamos a boa literatura para nossa sala de aula, estamos permitindo que nossos alunos tenham contato com a linguagem que devem propagar na elaboração de seus textos.

Há professores que entendem ser boa literatura os textos clássicos ou aqueles que primam por um português arcaico. Discordamos. Para nós, boa literatura é o texto preciso, conciso, claro, objetivo, uniforme, coeso e coerente, atento às regras gramaticais da língua portuguesa. Lembramos que, dependendo do texto, outros níveis de linguagem estarão presentes além do culto, até para mostrar ao leitor as diversas manifestações lingüísticas de nosso povo. A rigor, quanta riqueza de linguajar existe no Brasil!

É importante também que o professor seja um exemplo de leitor. Costumamos falar que os alunos não lêem, mas acreditamos que nós, professores, precisamos exercitar o hábito da leitura. Assim como necessitamos ousar e escrever. Não podemos ficar inertes lendo só o que os outros escrevem. É outro exemplo que precisamos dar aos nossos alunos. Cobramos redações, trabalhos escritos. Todavia, o que temos escrito para eles? Existem professores capazes de corrigir redação, atribuir nota, sem sequer fazer alusão ao parágrafo bem escrito ou então escrever uma palavra de incentivo ou então salientar o erro para que não mais se repita. Às vezes prefere copiar um enunciado de livro por já estar pronto a ter de elaborá-lo. Aí está o mal da literatura: não querer pensar!

Esperamos que a literatura faça parte de sua sala de aula.

4.2 Interdisciplinaridade e interatividade como ponto de partida

Acreditamos que, embora esteja sendo bastante discutida e por muitos dita adotada, a interdisciplinaridade ainda é prática tímida em sala de aula.

Consideramos que, para haver interatividade e aprendizagem cooperativa, a interdisciplinaridade é exigida tanto como pressuposto teórico quanto ação em sala de aula. Por isso, afirmamos que a interdisciplinaridade é muito mais a atuação do professor (o conjunto de seus alicerces teórico-científicos e a realidade de sua prática em sala de aula relacionados à disciplina que ministra) e sua forma de pensar do que simplesmente a união de duas ou mais disciplinas ou áreas

do saber. O entendimento é de que um único professor pode exercer a interdisciplinaridade se conseguir unir os conteúdos de áreas diversas do saber para facilitar a aquisição de conhecimento global por parte de seus alunos. Observamos que esse tipo de prática exige estudo e planejamento antecipados do professor, com relação ao conteúdo a ser ministrado.

Como vemos, as metodologias interativas, que são formas de agir mutuamente e envolvem os procedimentos adotados para essas ações, estão intimamente ligadas à interdisciplinaridade. Se o professor deve agir mutua e reciprocamente, então tem de conjugar sua disciplina com outras, compartilhar seu conhecimento com o de seus alunos, permitir a recriação do que está sendo estudado, a partir da comunicação estabelecida entre emissor e receptor.

Entretanto, é importante diferenciarmos os termos. A interdisciplinaridade pressupõe o trabalho com disciplina. Já a definição de interatividade está ligada à construção do sujeito, à concepção de mundo e, principalmente, à sua forma de agir.

O autor Silva[2] é esclarecedor:

Parto do seguinte princípio: um produto, uma comunicação, um equipamento, uma obra de arte, são de fato interativos quando estão imbuídos de uma concepção que contemple complexidade, multiplicidade, não-linearidade, bidirecionalidade, potencialidade, permutabilidade (combinatória), imprevisibilidade, etc., permitindo ao usuário-interlocutor-fruidor a liberdade de participação, de intervenção, de criação. [sic]

É interessante observarmos que o mesmo autor destaca três binômios para tratar dos fundamentos da interatividade: participação-intervenção, bidirecionalidade-hibridação e potencialidade-permutabilidade. Porém, ressalta que essa é uma forma de sistematizar as especificidades e singularidades do termo, sem esgotá-lo. O primeiro diz respeito à resposta autônoma, criativa e não prevista da audiência. O segundo significa abolir fronteiras entre os que estão envolvidos no processo ensino-aprendizagem, no caso, professor e aluno. Já o terceiro é mais fácil de ser notado no ambiente informático, em que uma obra pode sofrer alterações e seu fim existe para quem a considerar acabada. Aqui fazemos referência a Lévy[3] quando discorre sobre o tempo real. As verdades de hoje podem não mais existir amanhã. Portanto, uma afirmativa que o professor realize hoje pode não se confirmar amanhã ou pode ser negada de imediato por aluno que obteve informação mais recente a respeito da, por exemplo, descoberta de um medicamento que cura determinada doença.

---

[2]SILVA, Marco. **Sala de aula interativa**. Rio de Janeiro: Quartet, 2000. p. 105.

[3]LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

Ainda, de acordo com Silva[4]*:*

A interatividade, entendida a partir destes três fundamentos pode equipar a sala de aula, 'presencial' e à distância, com agenciamentos de comunicação capazes de atender o perfil do *novo espectador* e de educar em nosso tempo. Eles podem balizar uma modificação qualitativa da pragmática comunicacional fundada na transmissão e revitalizar a prática docente baseada no *falar-ditar do mestre*. [sic] [Grifado no original]

O trabalho interativo em sala de aula exige participação do aluno e constante mudança de atitude por parte do professor. Este deve estabelecer regras de convivência para que os objetivos propostos para determinada atividade sejam atingidos, mas, ao mesmo tempo, deve estar preparado para alterar as regras, acatando as sugestões dos alunos.

As surpresas ocorrem com freqüência nas aulas em que se utilizam recursos como a *Internet*. Parece que o computador aguça a criatividade dos alunos. Nos dias atuais, já não se concebe mais uma sala de aula totalmente presencial, ou melhor, a ausência de recursos como a *internet*. As conexões que a rede permite são, às vezes, mais promissoras e motivadoras da aprendizagem do que simplesmente o professor expondo o conteúdo.

Vale lembrar que para promover a interatividade o professor deve também ser contínuo pesquisador. Ele tem de buscar o novo em sua seqüência didática. Criar possibilidades de atrair a atenção do aluno, gerar a curiosidade, para, enfim, mergulharem juntos à procura de solução para os desafios lançados em sala de aula. Salientamos que essa sala de aula pode ser tanto virtual quanto presencial.

O que buscamos com a interatividade é a construção coletiva do conhecimento e da comunicação, ou seja, a verdadeira socialização da educação. Para Silva[5]: "A sala de aula interativa baseia-se na vivência coletiva e na expressão e recriação da cultura. Nela a cultura deixa de ser tratada como reprodução mecânica."

Esse espaço de diálogo aberto e de participação propicia a aprendizagem cooperativa. Os sujeitos envolvidos no processo de comunicação aprendem mutuamente, porque existem a liberdade e a pluralidade das expressões individuais e coletivas.

O professor necessita ser autor de seqüências didáticas que incluam interatividade, criatividade e resultem em aprendizagem cooperativa. Surgem, assim, metodologias interativas da sala de aula do tempo atual.

---

[4]SILVA, Marco. **Sala de aula interativa**. Rio de Janeiro: Quartet, 2000, p. 105.

[5]SILVA, Marco. **Sala de aula interativa**. Rio de Janeiro: Quartet, 2000, p. 188.

4.3 Sensibilidade: o olhar diferente do educador

Antes de tratarmos da sensibilidade do educador, vamos fazer um exercício. Leia o fragmento de texto a seguir mencionado:

"As pessoas crescidas adoram os números. Quando você lhes fala de um novo amigo, elas nunca perguntam o essencial: 'Qual é o som de sua voz? Quais são seus brinquedos preferidos? Ele coleciona borboletas?' Elas sempre perguntam: 'Qual é sua idade? Quantos irmãos ele tem? Quanto ele pesa? Quanto ganha seu pai?' Somente então elas acreditam tê-lo conhecido.

Se você diz às pessoas crescidas: 'Eu vi uma bela casa de tijolos cor-de-rosa, com gerânios nas janelas e pombos no telhado...' elas não conseguem nem imaginar essa casa. É necessário dizer-lhes – 'eu vi uma casa de cem mil francos.' Então elas exclamam – 'Como é bonita!'"

*(Antoine de Saint-Exupéry, em **O pequeno Príncipe**)*

Você conseguiu fazer alguma inferência enquanto lia o texto, ou seja, relacioná-lo com algo ou pensar ou lembrar de alguma situação ou imagem? O texto fez você refletir sobre o quanto superficiais e fúteis são as nossas relações? Como pensamos matematicamente? Como os nossos valores são matemáticos?

Essas reflexões poderiam ser levadas a uma sala de aula, partindo-se de um texto riquíssimo da literatura mundial. Poderia ainda esse fragmento, desde que bem explorado, servir de motivação para leitura de todo o livro. Além disso, são inúmeras as possibilidades de mostrarmos a importância da Matemática no nosso dia-a-dia e o quanto dependemos dela para viver. E esse é o tipo de literatura que não tem idade, por isso pode ser aplicada em qualquer nível de ensino, desde que adaptada ao conteúdo estudado.

Sensibilidade: saber adequar a linguagem; sentir que precisa mudar; captar olhares, expressões e gestos; entender as entrelinhas de comentários; aplicar, mesclar e condensar em sua sala de aula a oralidade primária, a escrita e a informática; perceber que está agindo de forma correta; receber todas as manifestações de aceitação do público; descobrir o momento de pedir perdão por alguma falha, ainda que involuntária; agir com afetividade; ser receptivo; expor sem receios suas emoções.

Ser sensível é experimentar os sentimentos ao ler um poema como o que segue:

De tudo ao meu amor serei atento
Antes, e com tal zelo, e sempre, e tanto
Que mesmo em face do maior encanto
Dele se encante mais meu pensamento.

Quero vivê-lo em cada vão momento
E em seu louvor hei de espalhar meu canto
E rir meu riso e derramar meu pranto
Ao seu pesar ou seu contentamento.

E assim, quando mais tarde me procure
Quem sabe a morte, angústia de quem vive
Quem sabe a solidão, fim de quem ama

Eu possa dizer do amor (que tive):
Que não seja imortal, posto que é chama
Mas que seja infinito enquanto dure.

(Vinícius de Moraes, ***Soneto de Fidelidade****)*

O educador que pratica a sensibilidade em sala de aula permite a seus educandos o fascínio da descoberta, do sentir, saber, e, a partir daí, as inúmeras possibilidades de criar, de inventar, de compartilhar com os colegas o novo.

Experimente aplicar em sua sala de aula um texto poético (pode ser uma música conhecida de seus alunos) e depois discuti-la. Leve uma música de seu tempo e mostre a eles e os faça refletir sobre as mudanças, em função da globalização, das novas tecnologias.

Hoje, com tantos recursos, o educador não pode mais se satisfazer com os textos do livro didático. Imagine você levar para a sala de aula a letra de uma música, o CD e ainda o filme de que faz parte da trilha sonora. Os alunos irão vibrar e você poderá aproveitar a música para trabalhar um determinado conteúdo de sua disciplina.

Imagine levar para a sala de aula do ensino fundamental – séries iniciais – o fragmento de texto seguinte:

P

Quem diz que ama a poesia
E não a sabe fazer
É apenas um poeta inédito
Que se esqueceu de escrever...

(Mario Quintana, em ***O Batalhão das Letras****)*

Com sensibilidade, o educador poderá incentivar a escrita de versinhos com palavras já conhecidas dos educandos. Além disso, estará introduzindo a literatura no cotidiano da sala de aula e, conseqüentemente, de seus alunos. Poderá ainda aproveitar o texto para trabalhar a Matemática. Um exemplo é pedir para que alunos descubram quantas letras têm o alfabeto e qual a posição que a letra "P" ocupa.

Alertamos para a necessidade de sensibilidade na seleção do texto. O educador deverá analisar se é adequado ao nível de ensino em que atua, verificar a sua relação com o conteúdo ministrado, observar se o texto enquadra-se aos valores morais, sociais, culturais e intelectuais e à realidade do alunado.

Seria muito fácil se abríssemos uma revista e reproduzíssemos a primeira reportagem dela, levássemos para sala de aula e pedíssemos para que os alunos lessem e posteriormente estabelecessem a relação da reportagem com a Matemática. Cabe ao educador fazer a análise se o texto aborda alguma noção matemática.

É necessário também sensibilidade para saber o momento exato de unir Literatura e Matemática. Não se pode transformar a Literatura em mero meio de ensinar Matemática. A Literatura é mais um caminho disponível no universo de metodologias e tendências da educação matemática. Basta ao educador um olhar diferente para trabalhar Literatura e Matemática em suas aulas.

4.4 Literatura, Matemática e seqüência didática interdisciplinar

A integração entre a Matemática e a Literatura vem sendo discutida no meio educacional e fundamenta-se no interesse em desenvolver práticas pedagógicas interdisciplinares. Acreditamos que a união de áreas do saber pode tornar mais atrativo e interessante o estudo, bem como mais eficiente o processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Onuchic[6], as mudanças emergentes na forma como se ensina e como se aprende Matemática se devem às transformações da sociedade. Vivíamos uma sociedade rural, em que poucos precisavam conhecer Matemática. Passamos para uma sociedade da informação, em que a maioria das pessoas precisa saber Matemática e caminha-se para a sociedade do conhecimento que exige de todos saber muita Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais[7] alertam que o ensino de Matemática ainda é marcado pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treinamento de habilidade e mecanização de processos sem compreensão.

A integração entre a Matemática e a Literatura surge como uma tendência e um repensar da educação matemática e vem sendo praticada principalmente na educação infantil e no ensino fundamental.

Smole, Cândido e Stancanelli[8] expõem que a leitura, uma atividade que exige interpretação e comunicação, pode ajudar os alunos no esclarecimento e organização de seus pensamentos. Assim, podem melhorar a

[6]ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

[7]MINISTÉRIO de Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Matemática – Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Brasília, 1998.

[8]SMOLE, Kátia C. Stocco; CÂNDIDO, Patrícia T; STANCANELLI, Renata. **Matemática e Literatura Infantil**. 2. ed. Belo Horizonte: Ed. Lê, 1997.

interpretação, a abordagem e a resolução de problemas matemáticos, assim como desenvolver melhor significação para a língua matemática. Enquanto o aluno se envolve com a história, o professor pode provocar pensamentos matemáticos, a partir de questionamentos ao longo da leitura. A Literatura pode servir como estímulo para ouvir, ler, pensar e escrever sobre Matemática.

De acordo com Conaway e Midkiff[9], a Literatura Infantil representa uma maneira natural de conectar a Linguagem e a Matemática. Alguns conceitos matemáticos, como, por exemplo, frações, não podem ser facilmente entendidos se os alunos apenas escutarem seus professores falando a respeito. O aluno precisa descobrir a relação entre a Matemática e as situações reais em que vive para melhor construir seus conhecimentos.

Carey[10] destaca que a Literatura não precisa ser sobre números ou contagem para que desponte problemas matemáticos. O grande potencial da Literatura está na possibilidade de, após a leitura e o estabelecimento do contexto, gerar questões e problemas reais.

Ao discutir o uso da Literatura em aulas de Matemática, Eddy[11] relata o depoimento de uma professora da Califórnia quando comenta que a Literatura fala ao coração dos alunos. Por isso, a Literatura é uma maneira de se estabelecer um significado real à Matemática.

Os livros de Literatura podem ser utilizados nas aulas de História, Geografia, Ciências, Matemática etc. Cabe ao professor conduzir o processo por meio de atividades que levem o aluno ao estabelecimento de conexões entre as diferentes áreas do saber. Outro aspecto importante é a adequação do livro aos conteúdos que o professor pretende trabalhar. Não adianta apresentar um livro para apoiar o ensino de trigonometria, por exemplo, que não esteja contextualizado em situações que permitam reflexões sobre esse conteúdo da Matemática.

Autores vêm realizando a classificação de livros infantis de acordo com os conteúdos a serem trabalhados. Gailey[12] propõe quatro categorias e apresenta uma lista de livros americanos adequados a cada uma delas. Smole, Cândido e Stancanelli[13] tomam por base essa classificação e apresentam livros infantis, usualmente utilizados nas escolas brasileiras, agrupados nas categorias propostas.

Essas são tentativas de auxiliar o professor na escolha do material literário a ser utilizado em aulas de Matemática. Um texto pode ser o ponto de partida para motivar o estudo da Matemática. Isso exige do professor leitura atenta e criatividade para elaborar atividades que permitam ao aluno refletir sobre o que leu e entender que as disciplinas estão relacionadas umas às outras.

---

[9]CONAWAY, Betty, MIDKIFF, Ruby Bostick. Connecting literature, language, and fractions. In: **Arithmetic Teacher**, n. 8, p. 430-434, Apr., 1994.

[10]CAREY, Deborah A. The patchwork quilt: a context for problem solving. In: **Arithmetic Teacher**, n. 4, p. 199-203, Dec., 1992.

[11]EDDY, Meghan. **Children's literature in mathematics instruction**. Disponível em: http://falcon.jmu.edu/~ramseyil/mathpict.htm. Acesso em: 16 out. 2000.

[12]GAILEY, Stavroula K. The mathematics – children's–literature connection. In: **Arithmetic Teacher**, n. 5, p. 258-261, Jan., 1993.

[13]SMOLE, Kátia C. Stocco, CÂNDIDO, Patrícia T., STANCANELLI, Renata. **Matemática e Literatura Infantil**. 2. ed. Belo Horizonte: Ed. Lê, 1997.

O professor deverá selecionar textos atrativos para a faixa etária de seus alunos, lembrando que a leitura prazerosa será determinante para que o aluno desenvolva, com vontade, as atividades criadas a partir do texto lido. Às vezes, a leitura recomendada gera discussões não esperadas pelo professor. Daí a necessidade de ele aproveitar as manifestações de seus alunos promovendo, muitas vezes de última hora, alterações no encaminhamento das atividades previamente elaboradas.

O professor no seu dia-a-dia precisa prever metodicamente suas ações no contexto da escola. Mais especificamente, necessita, quase que diariamente, planejar suas atividades em classe. Esse planejamento de ensino deve estar alicerçado nas diretrizes gerais da escola (curriculares e outras) e, principalmente, em idéias pedagógicas que permitam a elaboração de seqüências didáticas adequadas ao público-alvo.

Pode-se definir seqüência didática como um conjunto de atividades associadas a um conjunto de ações didáticas. Inicialmente, dados devem ser levados em consideração, para isso elaboramos uma tabela com os itens que consideramos essenciais para o planejamento das atividades:

SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

CURSO (graduação) ou SÉRIE (fundamental ou médio)
DISCIPLINA:
CARGA HORÁRIA:
DATA:
CONTEÚDO:
*OBJETIVO:
*TÉCNICA:
*RECURSO:
*ATIVIDADE:
*LEITURA INDICADA:
AVALIAÇÃO:

**O termo pode ser usado no plural.*

A partir desses dados, passa-se ao planejamento e à elaboração de atividades, com base nas idéias pedagógicas adotadas.

A seguir, apresentamos dois exemplos de seqüência didática alicerçados em uma prática interdisciplinar que une a Matemática e a Literatura para trabalhar conteúdos de Matemática Elementar.

SEQÜÊNCIA DIDÁTICA 1

SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
DISCIPLINAS: Literatura e Matemática
CARGA HORÁRIA: 4h/a
DATA: 13 de março de 2004
CONTEÚDOS: palavras do cotidiano; horas, minutos e segundos.
OBJETIVO: praticar a leitura de poema; diferenciar horas, minutos e segundos; desenvolver cálculos matemáticos básicos; redigir textos curtos.
TÉCNICA: individualizante e socializante.
RECURSO: relógios de diferentes modelos, digital, analógico, de bolso, de parede, com e sem números.
ATIVIDADES: os alunos deverão identificar as horas, os minutos e os segundos no tipo de relógio destinado a cada grupo. Depois um representante de cada grupo socializa com a classe os dados referentes ao seu grupo. O professor avalia o desempenho dos grupos e propõe que os relógios sejam alterados para vários horários e vai ditando os horários. Posteriormente passa alguns problemas matemáticos envolvendo horas, minutos e segundos para que sejam resolvidos individualmente.
LEITURA INDICADA: unidade do livro didático referente a horas e poema.
AVALIAÇÃO: o professor deve observar o desempenho de cada aluno na resolução dos problemas, superando suas dúvidas. O professor deverá apresentar aos alunos o início de uma história que trate do assunto horas para que eles dêem seqüência à história. A atividade deverá ser realizada extraclasse e os textos serão publicados em mural, na aula seguinte.

Sugere-se o seguinte poema por ser de linguagem simples e acessível, adequada às séries iniciais do ensino fundamental:

RELÓGIO

As coisas são
As coisas vêm
As coisa vão
As coisas
Vão e vêm
Não em vão
As horas
Vão e vêm
Não em vão

(Oswald de Andrade)

SEQÜÊNCIA DIDÁTICA 2

SÉRIES DO ENSINO FUNDAMENTAL – 5ª. a 8ª.
DISCIPLINAS: Literatura e Matemática
CARGA HORÁRIA: 8 h/a
DATA: 13 e 15 de março de 2004
CONTEÚDOS: significado de palavras e ortografia; porcentagem.
OBJETIVO: praticar a leitura de poema; manusear dicionário; diferenciar palavras escritas com G e com J; exercitar operações com porcentagem.
TÉCNICA: individualizante e socializante.
RECURSO: quadro e giz; cartaz com o poema; envelopes contendo problemas matemáticos para serem resolvidos.
ATIVIDADES: o poema fica exposto para que os alunos realizem sua leitura; as palavras desconhecidas devem ser procuradas no dicionário; depois de discutir o poema com os alunos, o professor sugere um problema matemático envolvendo porcentagem e estabelece um tempo para os alunos o resolverem. É realizado sorteio para um aluno anotar no quadro sua solução para o problema. Os comentários são socializados e o professor confirma o resultado ou mostra o correto. Na aula seguinte, novamente o cartaz com o poema deve estar exposto e será realizado um ditado com palavras escritas com G e com J.
LEITURA INDICADA: unidade do livro didático referente ao conteúdo e poema.
AVALIAÇÃO: o professor deve observar o desempenho de cada aluno na resolução dos problemas, superando suas dúvidas. O ditado pode valer pontos para a disciplina.

Sugere-se o seguinte poema:

AGIOTAGEM

um
dois três
o juro: o prazo
o pôr/o cento/o mês/ o ágio
porcentagio.
dez
cem
mil
o lucro: o dízimo
o ágio/a moral/a monta em péssimo
empréstimo.
muito
nada
tudo
a quebra: a sobra
a monta/o pé/o cento/a quota
h a j a n o t a
agiota.

(Mário Chamie)

SEQÜÊNCIA DIDÁTICA 3

SÉRIES DO ENSINO MÉDIO
DISCIPLINAS: Literatura e Matemática
CARGA HORÁRIA: 4 h/a
DATA: 13 e 15 de março de 2004
CONTEÚDOS: redação de texto e matrizes.
OBJETIVO: redigir texto e exercitar matrizes.
TÉCNICA: individualizante.
RECURSO: um cartaz com exemplos de matrizes.
ATIVIDADES: observando o cartaz com as matrizes, cada aluno deverá redigir um texto com um problema relacionado à matriz. Na aula seguinte, o professor sorteia 3 alunos para lerem seus problemas que serão resolvidos pelos colegas da classe.
LEITURA INDICADA: unidade do livro didático referente ao conteúdo.
AVALIAÇÃO: os textos deverão ser recolhidos pelo professor e corrigidos.

Observação: no tocante à avaliação da aprendizagem, observamos que não pretendemos assumir a prática "somente provas". Os instrumentos, que devem ser definidos no plano geral de ensino, propiciam: conhecer as aptidões, os interesses e as capacidades dos alunos; a coleta de informações sobre as dificuldades surgidas com indicativos de soluções e a visualização da trajetória da aprendizagem do aluno no decorrer de todo o curso ou disciplina.

O uso de portfólio é adequado para o contexto de metodologias interativas, pois a partir da análise conjunta e cooperativa de cada documento é possível ocorrerem revisões e novas construções, o que permitirá o cumprimento dos objetivos específicos da disciplina.

Encerramos esta Unidade 4 com mais uma possibilidade de você pensar sobre sua prática pedagógica, a partir do poema O Engenheiro, de João Cabral de Melo Neto:

O Engenheiro

O lápis, o esquadro, o papel;
O desenho, o projeto, o número:
O engenheiro pensa o mundo justo,
Mundo que nenhum véu encobre.

(Em certas tardes nós subíamos
ao edifício. A cidade diária,
como um jornal que todos liam,
ganhava um pulmão de cimento e vidro).

A água, o vento, a claridade,
de um lado o rio, no alto as nuvens,
situavam na natureza o edifício
crescendo de suas forças simples.

(João Cabral de Melo Neto)

Unidade 5

Compreensão de Textos

Objetivo da Unidade

Discutir a necessidade do professor refletir sobre a maneira como os alunos compreendem os diversos textos que surgem no dia-a-dia das aulas de Matemática.

Todo ser humano saudável deve desenvolver quatro habilidades da linguagem verbal: a leitura, a escrita, a fala e a audição. Em geral, a leitura é a habilidade considerada mais difícil e complexa. A leitura compreende duas operações fundamentais: a decodificação e a compreensão. A decodificação é a capacidade para identificar um signo gráfico por um nome ou por um som. A compreensão é a captação do sentido ou conteúdo das mensagens escritas.

Quais as funções essenciais da leitura?

Podemos de forma sumarizada dizer que as funções essenciais da leitura são:

- transformar – quando o leitor converte a linguagem escrita em linguagem oral;
- compreender – quando o leitor consegue captar ou dar sentido ao conteúdo da mensagem;
- julgar – capacidade para analisar o valor da mensagem no contexto social e cultural.

Nesta Unidade, estamos interessados em discutir um pouco mais a compreensão de textos na Matemática. Podemos salientar que os textos no contexto da Matemática são acrescidos de novos signos característicos da linguagem gráfica e algébrica.

É importante que tenhamos a percepção de que os alunos podem utilizar conhecimentos matemáticos para interagir com o meio em que vivem. Para tal é necessário o hábito da leitura. A compreensão dos textos vai auxiliar a visualização da Matemática como linguagem, dar sentido aos objetos matemáticos e conseqüentemente alicerçar o processo ensino-aprendizagem.

5.1 Compreensão de textos na Matemática

Em geral, os alunos têm pouco contato com textos nas aulas de Matemática. Podemos visualizar a existência de uma cultura que estabelece um olhar para a Matemática somente na sua linguagem simbólica. Isso tem trazido muitos problemas para o processo ensino-aprendizagem da Matemática pois os alunos acabam fazendo “decorebas” e algebrismos, sem significação prática. Como exemplo, podemos citar as dificuldades para a resolução de problemas diagnosticadas pela má compreensão dos textos dos enunciados dos problemas. Para resolver esta problemática, é emergente o estabelecimento de estratégias didáticas inovadoras que resgatem a compreensão de textos.

Sabemos que a discussão da compreensão textual é muito antiga na área da linguística, mas a sua discussão na área da Matemática é recente e tema de muitas pesquisas[1]. Neste texto, vamos abordar as idéias de Duval[2] sob dois olhares:

- hermenêutico;
- cognitivo.

O olhar hermenêutico nos leva às interpretações múltiplas que a diversificação histórica e cultural das situações de leitura produzem. Por outro lado, o olhar cognitivo nos remete aos processos de elaboração de uma compreensão durante a leitura.

Será que podemos auxiliar os nossos alunos na compreensão dos enunciados de problemas do dia-a-dia?

Essa é a pergunta tema de reflexões de muitos pesquisadores. Não pretendemos esgotar o tema neste texto. Entretanto, pretendemos iniciar o nosso leitor para um repensar sobre o desgastante processo de trabalhar em sala de aula, quase que somente com a linguagem simbólica.

Assim, apresentaremos algumas terminologias e variáveis no contexto do nosso tema e, posteriormente, sugestões concretas para trabalhar textos na Matemática.

5.2 Elementos no contexto da compreensão de textos

Esta seção será apresentada na forma de questionamentos e reflexões para que possamos desenvolver as noções iniciais do tema.

(1) O que é uma situação de leitura?

Para que haja a compreensão do texto, é necessário que o leitor interaja com o mesmo. Para cada tipo de interação, vamos ter uma situação de leitura diferente. Por exemplo, podemos ter um texto com imagens que possibilitam compreendê-lo a partir da conversão das diferentes representações estabelecidas.

Na página a seguir Vamos apresentar dois recortes de livros didáticos de Matemática:

[1]Por exemplo, NEHRING, C.M. **Compreensão de texto**: Enunciados de problemas multiplicativos elementares de combinatória. Florianópolis: UFSC, 2001.

[2]DUVAL, R. **Sémiosis et penseé humaine registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Paris: Peter Lang, 1995.

Recorte 1[3]

Um pouco de história sobre as secções cônicas

No Período Helenístico, três matemáticos gregos se destacaram: Euclides, Arquimedes e Apolônio de Perga.

Embora as secções cônicas já fossem conhecidas, Apolônio escreveu um célebre tratado sobre essas curvas, chamado *As cônicas*, que suplantava todos os demais nesse campo.

Antes do tempo de Apolônio, a elipse, a hipérbole e a parábola eram obtidas como secções de três tipos diferentes de cone circular reto, conforme o ângulo no vértice fosse agudo, reto ou obtuso. Apolônio, em sua obra, mostrou que não é necessário tomar secções perpendiculares a um elemento do cone e que, variando a inclinação do plano de secção, as três espécies de cônicas podiam ser obtidas de um único cone.

Durante mais de um século, as curvas não tinham designação além das descrições do modo pelo qual tinham sido descobertas: secções de cone acutângulo (oxytome), secções de cone retângulo (orthotome) e secções de cone obtusângulo (amblytome). Foi Apolônio quem introduziu os nomes elipse, parábola e hipérbole para essas curvas, que são usadas até hoje.

Mostrando como obter todas as secções cônicas de um mesmo cone e dando-lhes nomes apropriados, Apolônio contribuiu significativamente para o desenvolvimento da Geometria.

Recorte 2[4]

Para saber mais

No ano de 825 d.C., em Bagdá, capital de um dos reinos islâmicos, o trono era ocupado pelo califa Al-Mamum. Ele tinha interesse em que seu reino se transformasse em um grande centro de ensino, onde se pudesse dominar todas as áreas do conhecimento. Para atingir esse objetivo, contratou e levou para Bagdá os grandes sábios muçulmanos daquela época.

Entre esses sábios estava Al-Khowarizmi, considerado o maior matemático árabe de todos os tempos. A ele foi destinada a função de traduzir para o árabe os livros de Matemática vindos da Índia.

Numa dessas traduções, Al-Khowarizmi deparou com o que ainda hoje é considerado uma das maiores invenções no campo da Matemática: o Sistema de Numeração Decimal. Conta-se que Al-Khowarizmi ficou tão impressionado com a utilidade daqueles dez símbolos, que escreveu um livro para explicar o

[3]DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações. v. 3, Ensino médio, São Paulo: Editora Ática, 2002, p. 124.

[4]PIRES, Célia Carolino; CURI, Edda; PIETROPAOLO, Ruy. **Educação Matemática**, 5ª. série, São Paulo: Atual, 2002, p. 12.

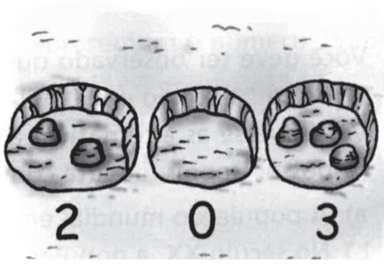
funcionamento desse sistema, Por meio desse livro, *Sobre a arte hindu de calcular*, matemáticos de todo o mundo ficaram conhecendo o Sistema Decimal.

O termo **algarismo**, usado para denominar os símbolos de 0 a 9, é uma homenagem a esse matemático árabe que mostrou à humanidade a utilidade desse sistema de numeração.

Você sabia que a criação do zero foi um fato importante na Matemática? O surgimento desse número entre os hindus está relacionado à utilização que faziam do ábaco – instrumento que para a época pode ser considerado uma verdadeira máquina de calcular – em muitos tipos de cálculo.

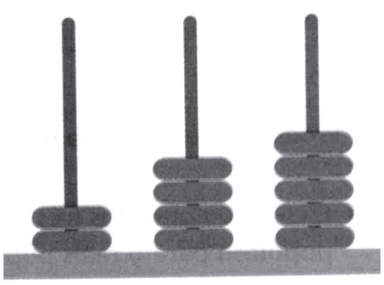
O ábaco usado inicialmente pelos hindus consistia em sulcos feitos na areia, onde se colocavam pedras. Cada sulco representava uma ordem. Assim, da direita para a esquerda, o primeiro sulco representava as unidades; o segundo, as dezenas e o terceiro, as centenas.

No exemplo ao lado, temos a representação, num ábaco de areia, do número 203, ou seja, 2 centenas e 3 unidades.



Os hindus criaram um símbolo para representar o sulco vazio e o chamaram de *sunya* (vazio). Dessa forma, para escrever o número representado no ábaco de areia do nosso exemplo, escreviam o 2 para as centenas, o 3 para as unidades e entre eles faziam o desenho do sulco vazio. Ao introduzir o desenho do sulco vazio entre os dois outros símbolos, os hindus criaram o zero, que já se parecia com o que usamos hoje.

Outra personagem importante dessa história foi o grande matemático italiano Leonardo de Fibonacci – conhecido também como Leonardo de Pisa -, que na juventude freqüentou uma escola na atual Argélia e publicou, em 1200, um livro de Aritmética em que explicava a escrita numérica que aprendera com um mestre árabe. Desse modo, chegou à Europa o sistema de numeração que usamos ainda hoje e que, por ter sido criado pelos hindus e divulgado pelos árabes, é denominado indo-arábico.



Na figura ao lado, o número 245 está representado num ábaco vertical.

Agora, desenhe ábacos no seu caderno e represente:

a) 1208   b) 25025

Ambos os temas têm uma certa complexidade; no recorte 1, o estudo das cônicas e, no recorte 2, o sistema de numeração. As situações de leitura serão diferentes, pois no caso do recorte 2 o leitor vai interagir também com gravuras que tentam iconizar partes do texto, o que não acontece com o recorte 1. No recorte 2 o autor incentiva o processo de interação aluno – texto no momento em que solicita ao aluno a confecção de desenhos de ábacos.

Se convidarmos você para analisar o exemplo apresentado, com toda a certeza você identificaria o recorte 2 como um texto mais acessível para o seu aluno. Bem, aqui poderíamos entrar num outro questionamento:

Por que os livros e professores do ensino médio abandonam os recursos visuais?

As reflexões sobre essas questões têm levado muitos professores usuários dos recursos computacionais a utilizarem as diferentes mídias para a apresentação na *Internet* de conteúdos de Matemática.

(2) Que elementos podem ser identificados nos textos de Matemática?

Todo autor de um texto evidencia uma estratégia organizacional para torná-lo inteligível. Podemos distinguir dois níveis:

- conteúdo cognitivo do texto;
- organização redacional.

Ao comparar livros didáticos de diferentes autores podemos observar que um mesmo tema pode parecer mais simples em um livro. O que muda de um livro para outro não é o conteúdo, mas sim a forma de expor este conteúdo – a organização redacional.

Vejamos os seguintes enunciados de problemas apresentados por Nehring[5] na sua tese de doutorado:

(1) Se você tivesse 4 cores para as pétalas e 2 para os miolos, quantas flores diferentes conseguiria fazer?

(2) Considere flores com pétalas e miolo. Se você tivesse 4 cores para as pétalas e 2 para miolos, quantas flores diferentes conseguiria fazer?

(3) Considere flores com pétalas e miolo. Se você tivesse 4 cores (amarela, vermelha, branca, rosa) para as pétalas e 2 cores (amarelo escuro e amarelo claro) para os miolos, quantas flores diferentes conseguiria fazer?

(4) Considere flores com diferentes cores para as pétalas e para o miolo. Se tivéssemos 4 cores para as pétalas e 2 cores para os miolos, quantas possibilidades diferentes teríamos de representar estas flores sem repetir combinações?

(5) Considere flores com diferentes cores para as pétalas e para o miolo. Se tivéssemos 4 cores para as pétalas (amarela, vermelha, branca, rosa) e 2 cores para os miolos (amarelo escuro e amarelo claro), quantas possibilidades diferentes teríamos de representar estas flores sem repetir combinações?

[5]NEHRING, C.M. **Compreensão de texto**: Enunciados de problemas multiplicativos elementares de combinatória. Florianópolis: UFSC, 2001. p. 62

O conteúdo dos problemas é exatamente o mesmo - aplicação da operação multiplicação - , entretanto, a organização redacional é diferente.

Em geral, os professores não observam muito essa variação organizacional do texto. Ao trabalhar as variações redacionais do enunciado de um problema, o professor propicia ao aluno o reconhecimento das informações pertinentes à solução, facilitando a organização das estratégias algébricas da solução.

(3) Saber ler implica na compreensão do texto?

Assim como um aluno pode ditar corretamente os resultados operatórios de uma multiplicação pelo simples fato de ter decorado uma tabuada, podemos ter a situação do aluno que lê mas não compreende o que leu.

Para que o aluno compreenda o texto que leu, é necessário realizar duas operações:

- segmentação;
- recontextualização.

Podemos pensar na segmentação do texto pelos espaços entre palavras e pela pontuação utilizada. O texto fica segmentado em unidades que determinam dois níveis diferentes: as palavras e as frases. Esse tipo de segmentação auxilia a análise do texto mas não auxilia a sua compreensão.

Para que tenhamos a compreensão do texto, é necessário um outro tipo de segmentação. É necessário decompor o texto em unidades que não sejam palavras nem frases, mas unidades textuais de informação.

Existem vários métodos formais para destacar essas unidades textuais de informação, por exemplo, a partir de uma lista de questionamentos. A resposta a cada questão delimita uma unidade de informação que deve ser procurada no texto.

Esta técnica (bastante usada por professores) continua ainda sendo a base didática de muitos professores de História. Um texto e uma lista de questões são dados. O aluno precisa encontrar as respostas no texto. Essa técnica quando não é bem trabalhada, posteriormente, pode induzir novamente à famosa "decoreba". O aluno sabe que algumas das questões listadas vão "cair na prova".

A segmentação não garante a compreensão do texto. Há necessidade de observarmos as relações entre as partes segmentadas para fazermos a recontextualização.

(4) Saber identificar as unidades textuais de informação (segmentação) é suficiente para a compreensão de um texto?

Duval[6] afirma que é importante que o aluno saiba fazer as conexões que religam as unidades para formar uma totalidade. Essa atividade é denominada de recontextualização.

Podemos imaginar que as unidades segmentadas do texto podem ser interligadas formando uma rede de conhecimento. Lembrando que numa rede de conhecimentos podemos transitar por diferentes caminhos, é possível pensar que cada indivíduo pode fazer a sua escolha e recontextualizar o texto.

Aqui cabe uma observação do ponto de vista didático. É usual o professor querer auxiliar o aluno na recontextualização e indicar qual o caminho. Novamente estamos diante de uma estratégia errada, pois o caminho escolhido pelo professor pode não ser absorvido pelo aluno porque a bagagem intelectual deste não permite visualizar a interconexão. Ainda, não podemos esquecer de que a compreensão do texto depende também da base de conhecimento do leitor.

5.3 Proposta metodológica para trabalhar textos nas aulas de Matemática

Na Unidade 4 constatamos ser possível trabalhar com textos da literatura nas aulas de Matemática. Nossa proposta nesta unidade avança:

Como construir textos para as aulas de Matemática?

Quais os conteúdos adequados?

Quais as estratégias didáticas que devem ser adotadas?

Construir textos para as aulas de Matemática é um desafio para professores e autores de livros didáticos. É bastante complicado adequar as diferentes linguagens (gráfica, algébrica, tabelas etc.) de forma harmoniosa e didática. Comumente os textos ficam “densos” e “cansativos”.

A adequação dos conteúdos é muito importante para facilitar a comunicação com o público-alvo. É comum os autores de livros didáticos apresentarem o texto principal quase que exclusivamente em linguagem algébrica, utilizando a inserção de gráficos e tabelas. Pequenos recortes com títulos de “Leitura” ou outro título similar abordam partes históricas da Matemática.

A prática nos mostra que poucos professores trabalham corretamente as propostas didáticas dos livros textos. Assim, é urgente que façamos muitas reflexões e discussões para que a prática da leitura de textos nas aulas de Matemática fique estabelecida.

Vamos fazer duas sugestões que podem ser testadas e discutidas.

[6] DUVAL, R. **Sémiosis et penseé humaine registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Paris: Peter Lang, 1995.

5.3.1 Criação de textos adequados para a sua classe

Sabemos que o professor de Matemática não recebe na sua formação informações e técnicas suficientes para a autoria de textos. Entretanto, vale a pena começar:

- Escolha um tema - por exemplo, equações do primeiro grau.
- Procure escrever algumas frases sobre o tema. Se as idéias não surgirem procure pensar nas aplicações das equações do primeiro grau no seu cotidiano. Ou no dia-a-dia da sala de aula, por exemplo, o cálculo das médias dos alunos pode ser um exemplo.
- Leia o seu texto. Seus alunos vão gostar de ler? Ao fazer a segmentação do seu texto seus alunos identificam o tema? Conseguem visualizar as relações entre os diversos segmentos? Fazem a recontextualização?
- Que tal? Bem, é possível melhorar! Vamos então ampliar o texto fazendo uma simulação. Crie dois personagens. Eles estão discutindo como fazer as suas médias. Vamos lá?
- E agora? Ficou melhor? Os seus personagens têm perfis identificáveis? Eles gostam de Matemática?

5.3.2 Seleção de textos adequados para a sua classe

A busca de texto para as aulas de Matemática não deve ficar limitada aos textos específicos da área. Na Unidade 4, mostramos que é possível trabalhar com textos de literatura, desde que façamos seqüências didáticas criativas.

Ao escolher um texto devemos ficar atentos para a adequação. Procure responder as seguintes questões:

- Atende à faixa etária dos alunos?
- Tem conexão com o conteúdo que pretendo explorar?
- A linguagem é coloquial? Formal?

Para finalizar esta unidade vamos lembrar que na Unidade VI será discutida a resolução de problemas. Na Matemática, os problemas são apresentados com enunciados textuais. Um grande número de alunos apresenta dificuldades para resolver problemas, e isso pode ser devido à não-compreensão do texto.

Cabe mencionar que, em muitos casos, a dificuldade de compreensão do texto advém da linguagem inadequada do enunciado apresentado para a resolução do problema. Daí a importância de os professores redigirem e fazerem a análise crítica de seus próprios enunciados.

Unidade 6

Resolução de Problemas

Objetivo da Unidade

Discutir a resolução de problemas de forma global e contextualizada na educação matemática.

No decorrer dos últimos anos a comunidade de pesquisadores e professores de Matemática tem-se preocupado em discutir e analisar de forma mais profunda as questões relativas as potencialidades da resolução de problemas para a formação do cidadão em todos os níveis de ensino. Os resultados dessas preocupações já começam a aparecer, na medida em que novos estudos e pesquisas são desenvolvidos e publicados.

Nesta Unidade, pretendemos discutir este tema de forma entrelaçada com as demais tendências já apresentadas.

6.1 Evolução Histórica

Quando nos propomos a analisar objetos matemáticos no contexto da sua evolução histórica, com certa freqüência, nos deparamos com a resolução de problemas. Como exemplo, podemos citar o trabalho de Bhaskara, matemático medieval importante da Índia, o *Lilavati*.

No Lilavati, Bhaskara compilou problemas de Brahmagupta e de outros matemáticos, acrescentando observações próprias. Vários problemas têm como tema as equações lineares e quadráticas, mensuração, progressões geométricas e aritméticas, radicais e tríadas pitagóricas.

Problema do Bambu Quebrado[1]:

Se um bambu de 32 cúbitos de altura é quebrado pelo vento de modo que a ponta encontra o chão a 16 cúbitos da base, a que altura a partir do chão ele foi quebrado?

Problema do Pavão:

Um pavão está sobre o topo de uma colina em cuja base há um buraco de cobra. Vendo a cobra a uma distância da coluna igual a três vezes a altura da coluna, o pavão avançou para a cobra em linha reta alcançando-a antes que chegasse a sua cova. Se o pavão e a cobra percorreram distâncias iguais, a quantos cúbitos da cova eles se encontraram?

[1] BOYER, C.B. **História da Matemática.** São Paulo: Blücher, 1974. p.162.

É usual o professor em sala de aula desenvolver a idéia errada de que todos os problemas têm uma única solução. É urgente que esta mentalidade seja modificada, pois ao trabalhar problemas que têm várias soluções podemos explorar mais os conteúdos e estabelecer diferentes estratégias de soluções e interpretações.

Schoenfeld[2] ao discutir a resolução de problemas afirma que até os anos de 1950 os currículos de Matemática eram relativamente estáveis e "aborrecidos". Sua afirmação estava baseada no fato de que os estudantes eram incentivados a memorizar fatos e procedimentos, e não compreendiam conceitos ou técnicas de aplicações. Essa estratégia de ensino provoca dificuldades para a resolução de problemas.

A partir de 1957, o ensino da Matemática sofre a influência do advento da Matemática Moderna e praticamente todas as nações do mundo adotaram mudanças curriculares. Assim, passamos a vivenciar a década de muita abstração no ensino da Matemática. Foi possível observar muito atropelos no ensino da Matemática, pois pais e professores despreparados ou despreocupados com as abstrações, esqueceram-se das habilidades básicas.

A violenta reação resultou no movimento *back to basics*. Como resposta vamos ter a instrução focada, em larga escala, na rota do básico lápis-e-papel e algoritmo. Esta medida parece ter sido mais extremamente seguida nos Estados Unidos do que em outros países.

Na avaliação de Onuchic[3]:

A importância dada à Resolução de Problemas é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção.

Não podemos deixar de destacar que Polya considerado um inovador ao discutir pela primeira vez a resolução de problemas na década de 40 com a primeira tiragem de seu livro *How to Solve it,* em agosto de 1944. Suas idéias tiveram um forte impacto no ensino da resolução de problemas, alicerçando muitas pesquisas posteriores.

O autor apresenta uma estratégia baseada em questionamentos e sugestões e descreve quatro fases de trabalho:

Primeiro, temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a idéia da resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.[4][Grifos no original]

[2]SCHOENFELD, A. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; LEAL, L.C.; PONTE, J.P. **Investigar para aprender matemática**, p. 61-72. Lisboa: APM e Projecto MPT.

[3]ONUCHIC, L.R. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 203.

[4]POLYA, G. A **Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978, p. 3-4

Nas décadas de 1960 a 1980 observamos nos relatos de pesquisas a preocupação com a definição de diferentes estratégias para a resolução de problemas. Em 1980 é editada a agenda (NCTM - National Council of Teachers of Mathematics) contendo recomendações que destacavam a importância de: organizar currículos acerca de resolução de problemas; definir linguagens e novas estratégias; estruturar novos ambientes de aprendizagens e incentivar novas pesquisas. Assim, na metade da década de 1980, a resolução de problemas passa a ocupar a atenção de quase todos congressos internacionais em Educação Matemática.

Na década de 1990 surgem os questionamentos sobre os diversos modelos e estratégias apresentados. As perspectivas didático-pedagógicas da resolução de problemas são discutidas e as questões que seguem são discutidas.

O que é um problema?

Quando e como utilizar um problema?

Qual a finalidade de utilizar um problema?

Charnay (1996)[5] discute essas questões e salienta que, normalmente, os professores utilizam o problema como: critério de aprendizagem, motor de aprendizagem e recurso de aprendizagem.

A utilização de problemas como critério de aprendizagem é usada, em geral, nos livros ou textos didáticos. Nesse caso, é necessário partir do *simples* para ter acesso ao *complexo*, e os problemas complexos são visualizados como um conjunto de partes simples.

A visão do problema como motor de aprendizagem supõe que o aluno seja um pesquisador em busca de novos conhecimentos, portanto, deve percorrer os caminhos previstos numa pesquisa.

Ao considerar o problema como um recurso de aprendizagem, é necessário selecionar uma série de problemas para que o aluno construa seus conhecimentos a partir da interação com o professor e com os outros alunos.

Na prática, os professores deveriam estabelecer estratégias que envolvem mais de um método. Independente do método escolhido é importante que o professor tenha em mente que só há problema se o aluno percebe uma dificuldade, um obstáculo que pode ser superado.

Wechsler[6] afirma que de acordo com teorias cognitivistas, o aluno pode fazer diferentes operações ao pensar sobre um determinado conteúdo. Por exemplo, diante de um problema observamos:

- produção divergente - formulação de conclusões lógicas a partir de informações obtidas, buscando a melhor resposta para o problema.
- produção divergente - formulação de alternativas variadas a partir das informações dadas, procurando diferentes soluções para o problema.

[5]CHARNAY, R. Aprendendo (com) a Resolução de Problemas. In: SAIZ, C.P. **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

[6]WECHSLER, S.M. **Criatividade**: descobrindo e encorajando. Campinas: Editorial Psy, 1993.

Assim, na sua sala de aula, o professor fica diante de alunos que buscam a aquisição dos conhecimentos através de abordagens diferentes. Uns procuram uma solução de imediato e outros trabalham analisando várias soluções. Isto pode, em parte, justificar o fato de que alguns alunos afirmam que um problema simples é um problema complexo.

Atualmente muitos pesquisadores e professores concordam com Onuchic[7] quando salienta que:

> [...] o ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição mas o problema; que o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória; que aproximações sucessivas ao conceito criado são construídas para resolver um certo tipo de problemas e que, num outro momento, o aluno utiliza o que já aprendeu para resolver outros problemas; que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; que a Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas como orientação para a aprendizagem.

Na seção seguinte analisaremos as estratégias que podem nos conduzir a uma visão mais inovadora da utilização da resolução de problemas no contexto da Matemática.

6.2 Estratégias para a resolução de problemas

Vamos discutir as estratégias alicerçadas em trabalhos e publicações disponíveis na literatura.

O que Polya nos apresenta?

A proposta de Polya está toda baseada no processo de interação entre professor-aluno e aluno-aluno. A mediação pode ser feita através de questionamentos direcionadores.

Temos quatro etapas básicas:

- Compreensão do problema – é preciso compreender o problema.
- Estabelecimento de um plano – precisamos encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Quando esta conexão não é visualizada de forma imediata podemos considerar problemas auxiliares.
- Execução do plano – o plano deve ser executado.
- Retrospecto – a solução obtida precisa ser analisada.

[7]ONUCHIC, L.R Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M.A.V. **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepção & Perspectivas. São Paulo:UNESP, 1999, p.25

Questionamentos direcionadores da etapa 1:

- Qual é a incógnita?
- Quais são os dados?
- Qual é a condicionante?
- É possível satisfazer a condicionante?
- A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?
- Você pode traçar uma figura?
- Já adotou uma notação conveniente?
- É possível separar as diversas partes da condicionante? É possível anotá-las?

Questionamentos direcionadores da etapa 2:

- Você já conhecia este problema? Ou um problema parecido?
- Você conhece um problema que poderia lhe ser útil? É possível utilizar o resultado? É possível utilizar o método? Devemos introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?
- É possível reformular o problema?
- É possível resolver um problema correlato mais simples? Ou mais acessível? Ou mais genérico?
- Você consegue trabalhar somente com uma parte da condicionante?
- É possível obter outros dados?
- É possível variar os dados? Ou as incógnitas?
- Utilizou todos os dados? Todas as condicionantes?

Questionamentos direcionadores da etapa 3:

- Ao resolver cada passo do seu plano é possível verificar claramente que o passo está correto?
- É possível demonstrar que está correto?

Questionamentos direcionadores da etapa 4:

- É possível verificar o resultado?
- É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance?
- É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

A estratégia de Polya é bastante eficiente, entretanto se não for mediada corretamente pode gerar os famosos vícios de pegar problemas idênticos e simplesmente fazer a conversão de dados.

O que D´Amore nos apresenta?

D‘Amore[8] coloca vários modelos para a atividade de resolução de problemas. As quatro fases que seguem são consideradas clássicas:

- Preparação – os elementos do problema são analisados e relacionados entre si. São necessárias determinadas competências para ser resolvido.
- Incubação – às vezes, parece que não queremos resolver o problema, entretanto estamos incubando os componentes do mesmo.
- Inspiração – chegou o momento de retornar ao problema de forma explícita. A atenção aos detalhes é explicitada.
- Verificação – as idéias são geradas e podem ser discutidas, comparadas e verificadas.

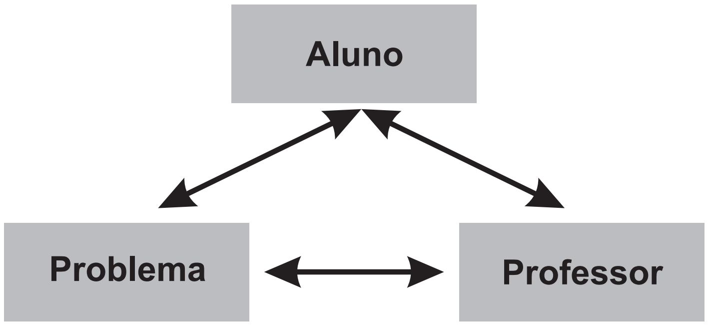
Outros importantes modelos são apresentados por D’Amore[9] tais como o modelo de Burton e Stacey, formalizado em 1982 com as seguintes etapas:

- Fase inicial – nesta fase temos a busca da compreensão do problema. É uma fase decisiva, pois a partir do momento que temos a visualização concreta do problema ficamos motivados para a busca da solução.
- Fase de ataque – é a fase mais relevante. Podemos ter uma estratégia de resolução que não conduzirá à solução. Precisamos então “atacar” uma nova proposta.
- Fase de revisão – a solução deve ser comparada com os próprios dados do problema para verificarmos a existência da congruência entre solução e dados.
- Fase de extensão – a solução de um problema deveria nos levar à criação de outro problema. Assim, teríamos sucessivamente um ciclo de problemas e o desenvolvimento de uma atitude matemática propiciadora de um processo de ensino-aprendizagem.

É possível observar que dois componentes são fundamentais quando estamos discutindo a resolução de problemas no contexto da Matemática: interação e mediação. É importante estabelecer diferentes tipos de interação. A figura que segue apresenta uma proposta

[8] D´AMORE, Bruno. **Problemas**: Pedagogia y Psicologia da la Matemática en la actividad de resolución de problemas. Madrid: Sintesis, 1997. p. 187.

[9] D´AMORE, Bruno. **Problemas**: Pedagogia y Psicologia da la Matemática en la actividad de resolución de problemas. Madrid: Sintesis, 1997. p. 191.



As interações acontecem em todas as etapas da resolução, são indicadores de que o processo ensino-aprendizagem está sendo consolidado.

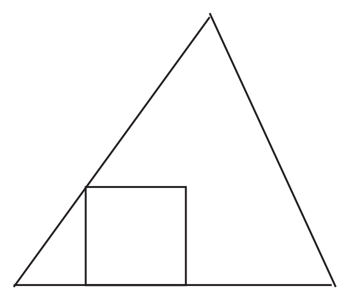
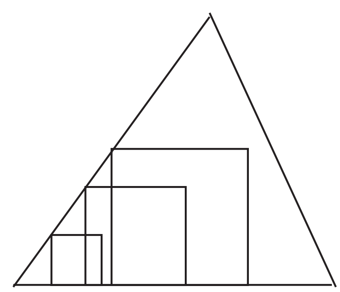
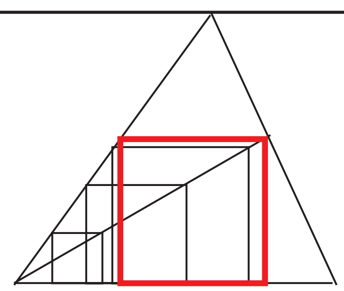
Para facilitar o processo de interação é necessário que se tenham:

- mecanismos para facilitar a compreensão do texto;
- referenciais teóricos para abordar os conteúdos envolvidos;
- recursos (lápis, papel, calculadora, computador etc.) adequados;
- seqüências didáticas motivadoras.

6.3 - Exemplos

Inicialmente vamos apresentar um exemplo geométrico apresentado em Polya[10], com adaptações para este texto. Neste caso utilizamos as etapas citadas por este autor.

Problema: Inscrever um quadrado num triângulo dado. Dois vértices do quadrado devem situar-se sobre a base do triângulo e os dois outros vértices sobre os dois outros lados do triângulo, um em cada.

Qual é a incógnita?	Um quadrado
Quais são os dados?	Um triângulo
Qual é a condicionante?	Os 4 vértices do quadrado devem situar-se sobre o perímetro do triângulo, dois deles sobre a base e um em cada um dos dois outros lados.
É possível satisfazer a condicionante?	Ainda não tenho certeza.
É possível satisfazer parte da condicionante?	Após a troca de idéias chegamos a conclusão que sim.
Trace uma figura para auxiliar.	
É possível fazer outros quadrados?	
O diálogo continua até que seja percebida a solução, isto é, perceber que o lugar geométrico do quarto vértice é uma reta.	

[10]POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978, p.15.

Os exemplos seguintes apresentam uma estratégia de resolução estruturada nas seguintes etapas:

(1) Organização dos dados do problema

Os dados do problema são organizados através de uma representação semiótica intermediária na forma de uma tabela. Todas as variáveis e parâmetros são listados.

(2) Relacionamento entre variáveis e parâmetros

Nesta etapa os alunos devem procurar responder várias perguntas: Quais os relacionamentos que visualizam entre as variáveis listadas? Quais as funções ou relações são identificáveis? Quais as taxas de variação envolvidas?

Para responder estas perguntas vários conceitos devem ser resgatados. Assim, esta etapa caracteriza o processo de interdisciplinaridade, sendo que professor e alunos devem refletir com os demais professores sobre o uso adequado de objetos e suas respectivas representações.

Eventualmente podemos trabalhar alguma informação sob a forma de "dicas", sem a necessidade de um aprofundamento conceitual.

(3) Análise e formulação do modelo

A etapa anterior deixa praticamente o modelo pronto, basta somente dar a formatação da equação ou os procedimentos operatórios que modelam o problema. Devemos refletir e discutir as características do modelo obtido e, novamente, algumas questões que devam ser respondidas: Qual o tipo de equação? Tem solução algébrica, numérica ou gráfica?

(4) Resolução da equação ou procedimentos numéricos do modelo

Nesta etapa temos a resolução da equação ou dos procedimentos algorítmicos.

(5) Analisar a solução obtida

A solução obtida deve ser discutida. Qual o tipo de solução? As condições iniciais descritas no problema foram utilizadas? O resultado obtido é coerente com o esperado? É possível encontrar outros problemas análogos?

Exemplo para o contexto do ensino fundamental

Vejamos o seguinte problema:

Marta comprou 2 saias e 1 blusa, pagando o total de R$ 80,00. A blusa custou R$5,00 a mais que cada uma das saias, que foram compradas pelo mesmo preço. Quanto ela pagou pela blusa e por uma saia?

(1) Organização dos dados do problema

Vamos colocar os dados num quadro.

VARIÁVEIS	SÍMBOLOS	UNIDADES	CONDIÇÕES INICIAIS	CONDIÇÕES DA SOLUÇÃO
Preço da saia	*x*	*cruzeiros*		*x*
Preço da blusa	*y*	*cruzeiros*		*x+5*
Quantidade de saias	*s*	*numeral*	*2*	*2*
Quantidade de blusas	*a*	*numeral*	*1*	*1*

(2) Relacionamento entre variáveis e parâmetros

Para este problema temos:

- o preço da blusa é R$ 5,00 a mais que o valor de cada saia.
- valor total da compra = R$ 80,00.

(3) Análise e formulação do modelo

$$\begin{cases} 2x + y = 80 \\ y = 5 + x \end{cases}$$

(4) Resolução do sistema de equações

Usando substituição temos:

$$2x + 5 + x = 80$$
$$3x = 80 - 5$$
$$3x = 75$$
$$x = 75/3$$
$$x = 25$$

Assim,

$$y = 5 + x$$
$$y = 25 + 5$$
$$y = 30$$

(5) Analisar a solução obtida

Obtemos que cada saia custou R$ 25,00 e a blusa R$ 30,00.

Exemplo para o contexto do ensino superior[11]

Um ator de cinema precisava fazer um severo regime para emagrecer em virtude do seu papel num novo filme a ser rodado. O diretor exigiu que ele perdesse a terça parte do seu peso, que era de *120 kg*, no máximo em três meses, seguindo uma dieta racional que o emagrecesse proporcionalmente ao peso de cada dia. Nestas condições, sabendo que iniciada a dieta, o artista emagreceu *20 kg* em *40 dias*, quanto tempo será necessário para que ele comece a atuar no filme?

(1) Organização dos dados do problema

Vamos organizar os dados num quadro.

VARIÁVEIS	SÍMBOLOS	UNIDADES	CONDIÇÕES INICIAIS		CONDIÇÕES DA SOLUÇÃO
Peso (massa)	*P*	*Kg*	*120*	*100*	*80*
Tempo	*T*	*dias*	*0*	*40*	*?(<90 dias)*

(2) Relacionamento entre as variáveis e parâmetros

Quais as funções identificadas?

Quais as relações?

Temos:

Função: $p = p(t)$

Taxa de variação do peso no decorrer do tempo: $\dfrac{dp}{dt}$.

Relação: $\dfrac{dp}{dt} = kp$

(3) Análise e formulação do modelo

O que temos?

Equação Diferencial de 1ª ordem: $\dfrac{dp}{dt} = kp$.

Solução geral: $p = p(t)$.

Condições Iniciais: $p(40) = 100$ e . $p(0) = 120$

Solução particular deve satisfazer: $p(t) = 80$.

Qual é esse t , tal que $t < 90$?

[11] FLEMMING, D. M., LUZ, E. F., WAGNER, R.Equações Diferenciais na Engenharia Civil: uma proposta didática In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 28., 2000, Ouro Preto. **Anais eletrônicos...** Brasília: ABENGE, 2000. 7p. 1CD-ROM.

4) Resolução da equação

A solução da equação é $p = Ce^{kt}$

Aplicando as condições iniciais obtemos a solução particular $p = 120e^{-0,0045t}$

Para o problema temos t=88 (valor aproximado).

(5) Analisar a solução obtida

Encontramos o valor de 88 dias que satisfaz o problema, pois deveríamos ter um valor menor que 90 dias.

A partir da solução obtida, vários outros problemas podem ser simulados.

6.4 - Considerações Finais

Sabemos que a discussão sobre resolução de problemas pode avançar bastante, entretanto precisamos fazer delimitações considerando os objetivos do presente texto.

Para finalizar vamos cruzar algumas idéias, objetivando posteriores discussões:

- Se analisarmos as idéias colocadas nesta unidade, associadas com as demais unidades, podemos observar uma forte ligação. Na resolução de problemas vamos desenvolver modelos (**Modelagem**) e necessitaremos da **compreensão de textos** no momento de retirar do enunciado do problema todos os dados necessários para a resolução. Por outro lado, os problemas mais interessantes são aqueles que nasceram no seio das necessidades de grupos sociais e culturais (**etnomatemática**).

- De forma bastante criativa, o professor pode utilizar **textos da literatura** para propor situações-problema contextualizadas e interessantes.

- A resolução de problemas está relacionada com **criatividade e jogos didáticos**. Numa análise mais detalhada podemos constatar que as estratégias de resolução de um problema estão "afinadas" com as etapas do processo criativo. Sabemos também, que ao jogar um jogo de estratégias, como, por exemplo, o xadrez, o indivíduo estabelece de forma sistemática estratégias de resolução de problemas.

- Na resolução de problemas vamos utilizar vários recursos e ferramentas matemáticas. As **representações gráficas** são usadas de forma sistemática e as funções elementares modelam um grande número de soluções.

- Na **geometria** vamos encontrar conceitos facilitadores para o entendimento de vários problemas do nosso dia-a-dia. Não podemos esquecer que o nosso mundo é essencialmente geométrico.

- A resolução de problemas conta atualmente com fabulosas ferramentas no contexto da **informática** e das novas tecnologias. Os recursos computacionais permitem resolver problemas que normalmente deixaríamos sem solução, tendo em vista os excessivos cálculos.

No contexto didático é importante lembrar que é urgente modificar a forma de trabalhar problemas em sala de aula. A maioria dos professores utiliza problemas ao final de conteúdos e muitas vezes os problemas apresentados são completamente desconectados dos interesses e das motivações dos alunos. É urgente trabalhar com problemas no momento de inserir e apresentar novos conteúdos.

É importante que os professores saibam resgatar as informações contidas em diferentes meios de comunicações e em livros didáticos e paradidáticos para proporcionar comparações, discussões e análises de idéias e conceitos. É preciso saber questionar, saber gerar situações problemas adequados para discutir temas atuais e emergentes.

Buscamos nestas últimas linhas aproveitar o nosso tema - resolução de problemas, para mostrar que é necessário desenvolvermos a aptidão para contextualizar e integrar os saberes, pois não podem ser excessivamente compartimentalizados.

Referências

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais.... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; BORBA, Marcelo de Carvalho. Uma perspectiva para a modelagem matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2000, Rio Claro. Anais.... Rio Claro: UNESP, 2000. p. 53-59.

BASSANEZI, Rodney C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 389 p.

BELLO, Samuel Edmundo López Bello. A pesquisa em Etnomatemática e a educação indígena. Zetetiké, Campinas, n. 06, 1996.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Ensino de matemática e educação matemática: algumas considerações sobre seus significados. Bolema, Rio Claro, n. 13, p. 1-11, 1999.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; VIANA, Claudia Coelho de Segadas; PENTEADO, Miriam Godoy. Considerações sobre o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP, Rio Claro). **Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 104-137, 2001.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática. Blumenau: FURB, 1999. 134 p.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2000. 127 p.

BOYER, C.B. História da matemática. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. 488 p.

BURAK, Dionísio. Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. Zetetiké, Campinas, n. 02, p. 47-60, 1994.

CAREY, Deborah A. The patchwork quilt: a context for problem solving. In: Arithmetic Teacher, n. 4, p. 199-203, Dec., 1992.

CARNEIRO, Vera Clotilde. Tendências atuais no contexto da educação matemática. In: CONGRESSO SUL-BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO - Áreas Exatas: Matemática, Física e Química, 2000, Florianópolis. Anais eletrônicos... Florianópolis: UNISUL, Mini-curso. 1 CD-ROM.

CARVALHO, João Pitombeira de. Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil. Em Aberto, Brasília, n. 62, p. 74-88, abr./jun., 1994.

CHARNAY, R. Aprendendo (com) a Resolução de Problemas. In: SAIZ, C.P. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

CONAWAY, Betty; MIDKIFF, Ruby Bostick. Connecting literature, language, and fractions. In: Arithmetic Teacher, n. 8, p. 430-434, Apr., 1994.

D´AMORE, Bruno. Problemas: Pedagogia y Psicologia da la Matemática en la actividad de resolución de problemas. Madrid: Sintesis, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A etnomatemática no processo de construção de uma escola indígena. Em Aberto, Brasília, n. 63, jul./set., 1994.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. 2. ed. Campinas: Papirus, 1997. 121p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 1., 2000, São Paulo. Palestra de encerramento. Disponível em: <http://sites.uol.com.br/vello/proposta.htm>. Acesso em: 18 nov. 2002.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações. v. 3, Ensino médio, São Paulo: Editora Ática, 2002, p. 124.

DAVIS, P. J. Applied mathematics as a social instrument. In: NISS, M.; BLUM, W., HUNTLEY, I. (Ed.). Teaching of mathematical modelling and applications. Chichester / Inglaterra: Ellis Horwood, 1991. p. 10-29.

DUVAL, R. Sémiosis et penseé humaine registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Paris: Peter Lang, 1995.

EDDY, Meghan. Children's literature in mathematics instruction. Disponível em: http://falcon.jmu.edu/~ramseyil/mathpict.htm. Acesso em: 16 out. 2000.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. Novo Dicionário da Língua Portuguesa. 2. ed., Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Zetetiké, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov., 1995.

FLEMMING, D. M., LUZ, E. F., WAGNER, R.Equações Diferenciais na Engenharia Civil: uma proposta didática In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 28., 2000, Ouro Preto. Anais eletrônicos... Brasília: ABENGE, 2000. 7p. 1CD-ROM.

GAILEY, Stavroula K. The mathematics - children's-literature connection. In: Arithmetic Teacher, n. 5, p. 258-261, Jan., 1993.

JAMA, Jama Mussi. The role of ethnomathematics in mathematics education: cases from the Horn of Africa. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Jahrgang, v. 31, n. 3, p. 92-95, jun. 1999. Disponível em: <http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm993a2.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2002.

KNIJNIK, Gelsa. Exclusão e resistência: Educação Matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LÉVY, Pierre. As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; BORBA, Marcelo de Carvalho. Tendências em educação matemática. Revista Roteiro, Chapecó, n. 32, p. 49-61, jul./dez., 1994.

MINISTÉRIO de Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - Matemática - Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Brasília, 1998.

NEHRING, C.M. Compreensão de texto: Enunciados de problemas multiplicativos elementares de combinatória. Florianópolis: UFSC, 2001.

OLIVERAS, María Luisa. Ethnomathematics and Mathematical Education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Jahrgang, v. 31, n. 3, p. 85-91, jun. 1999. Disponível em: <http://www.fiz-karlsruhe.de/fiz/publications/zdm/zdm993a1.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2002.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PIRES, Célia Carolino; CURI, Edda; PIETROPAOLO, Ruy. Educação Matemática, 5ª. série, São Paulo: Atual, 2002, p. 12.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

RÍOS, Oscar Pacheco. Primero ethnogeometría para seguir com etnomatemática. Disponível em: <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/docnopub/etnomatematica.html> Acesso em: 18 nov. 2002.

SCHOCKEY, Tod L. Etnomatemática de uma Classe Profissional: cirurgiões cardiovasculares. Bolema, Rio Claro, n. 17, p. 1-19, 2002.

SCHOENFELD, A. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P. LEAL, L.C. PONTE, J.P. Investigar para aprender matemática, p. 61-72. Lisboa: APM e Projecto MPT.

SILVA, Marco. Sala de aula interativa. Rio de Janeiro: Quartet, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. Educação matemática crítica: a questão da democracia.
Campinas: Papirus, 2001. 160 p.

SMOLE, Kátia C. Stocco; CÂNDIDO, Patrícia T.; STANCANELLI, Renata. Matemática e Literatura Infantil. 2. ed. Belo Horizonte: Ed. Lê, 1997.

SOUZA, Antonio Carlos et al. Diretrizes para a Licenciatura em Matemática. Bolema, Rio Claro, n. 7, p. 90-99, 1991.

TRABACHINI, Kátia C. Z. et al. A Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino-aprendizagem: o processo de fermentação do pão. In: ENCONTRO
NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1998, São Leopoldo. Anais... São Leopoldo: UNISINOS, 1998. p. 464-466.

WECHSLER, S.M. Criatividade: descobrindo e encorajando. Campinas: Editorial Psy, 1993.