



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICAS - PPGDOC**

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MATRIZES: UM CASO DE
USO DO WHATSAPP NA EJA DO ENSINO MÉDIO**

MICHEL SILVA DOS REIS

**BELÉM-PA
2016**

MICHEL SILVA DOS REIS

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MATRIZES: UM CASO DE
USO DO WHATSAPP NA EJA DO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, sob a orientação do Prof^o Dr. Osvaldo dos Santos Barros, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, área de concentração Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores de Ciências e Matemática. Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática para a Educação Cidadã.

**BELÉM-PA
2016**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Reis, Michel Silva dos, 1983-
Resolução de Problemas por Matrizes: Um Caso de
Uso do Whatsapp na EJA do Ensino Médio
/ Michel Silva dos Reis - 2016.

Orientador: Dr. Osvaldo dos Santos Barros
Dissertação (Mestrado)- Universidade Federal
Do Pará, Instituto de Educação Matemática e
Científica, Programa de Pós-Graduação em
Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2016.

1. Matemática. 2. Resolução de Problemas.
3. Ambiente Virtual. 4. Ensino e Aprendizagem. 5.
Whatsapp. I. Título.

CDD 22. ed. 000.00

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICAS - PPGDOC**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POR MATRIZES: UM CASO DE
USO DO WHATSAPP NA EJA DO ENSINO MÉDIO**

Autor: Michel Silva dos Reis

Orientador: Prof^o Dr. Osvaldo dos Santos Barros

Este exemplar corresponde à redação de qualificação da dissertação a ser defendida por Michel Silva dos Reis sob aprovação da Comissão Julgadora.

Data:

Banca Examinadora:

Prof.^a Dr.
IEMCI/UFPA –

Prof. Dr. Artur
IEMCI/UFPA - Membro Interno

Prof. Dr. Osvando
UEPA - Membro Externo

**BELÉM-PA
2016**

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Triângulo Educacional	32
Figura 2: Situação de Ação.....	33
Figura 3: Situação de Formulação	34
Figura 4: Situação de Validação.....	34
Figura 5: Situação de Institucionalização	35
Figura 6: Interação na Resolução de Problemas.....	38
Figura 7 e 8: Conversa no Grupo Virtual	40
Figura 9: Formação de Grupos Isolados Sem a Interação do Professor.....	51
Figura 10: Atividade de Perguntas e Respostas	51
Figura 11: Xadrez Pintado na Parede da Escola.....	55
Figura 12: Resolução dos Alunos da Questão1	55
Figura 13: Resolução dos Alunos da Questão2.....	56
Figura 14,15,16 e 17: Postagens dos Alunos no Grupo virtual.....	58
Figura 18: Postagem de “Dona Lúcia”	59
Figura 19: Comentário do professor.....	59
Figura 20 e 21: Resolução dos Alunos	63
Figura 22: Furos de Ventilação na Sala de Aula	64
Figura 23: Matriz 8 linhas e 24 colunas	64
Figura 24: Movimentação do Saquinho de Pipoca.....	65
Figura 25 e 26: Postagens dos Alunos.....	67
Figura 27: Postagem do Professor	68
Figura 28 e 29: Postagem dos Alunos	68
Figura 30 e 31: Resolução dos Alunos	71

Figura 32: Resolução dos Alunos.....	72
Figura 33: Postagem dos Alunos.....	73
Figura 34, 35: Postagem dos Alunos.....	74
Figura 36: Postagem dos Alunos.....	74
Figura 37: Postagem de Atividade.....	75
Figura 38 e 39: Postagem dos Alunos.....	76
Figura 40: Postagem de Atividade.....	77
Figura 41, 42 e 43: Postagem dos Alunos.....	78
Figura 44: Resolução dos Alunos.....	78
Figura 45: Resolução dos Alunos.....	79
Figura 46: Gráfico de Desempenho dos Grupos U e A, no 2º Semestre de 2016.....	85
Figura 47: Gráfico de Desempenho da Turma U em testes no ano de 2016.....	86

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Divisão por Aproximação.....	25
Quadro 2: Divisão por Agrupamentos.....	26
Quadro 3: Aula Mista.....	45
Quadro 4: Livros e Suas Abordagens.....	48
Quadro 5: Levantamento da Utilização de Livros Didáticos.....	49
Quadro 6: Desempenho dos Alunos no Teste de Questões Objetivas.....	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGDOC	Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas
PROUNI	Programa Universidade para Todos
SEDUC	Secretaria Estadual de Educação
SUSIPE	Superintendência do Sistema Penitenciário do Estado do Pará
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFPA	Universidade Federal do Pará

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1. Os Primeiros Anos de Docência	11
1.2. Ensaios do Professor Pesquisador da Própria Prática.....	14
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	22
3.1. Resolução de Problemas em Turmas de EJA:	22
3.2. Resolução de Problemas e o Surgimento do Grupo Virtual Whatsapp.....	28
3.3. O Método de Resolução de Problemas e Situações Didática	31
3.4. O Método de Resolução de Problemas e Vocabulários Matemáticos	37
4. TRAZENDO A TONA A PROBLEMATIZAÇÃO E REFLETINDO A PROPOSTA PEDAGÓGICA	41
5. O LOCUS DA PESQUISA	43
6. DESCRIÇÃO DO PRODUTO E ESTRATÉGIAS DE AÇÃO	52
6.1. Atividade Presencial 1: Introdução ao Estudo de Matrizes	53
6.2. Atividade Virtual 1: Representação de Matrizes	57
6.3. Atividade Presencial 2: Representação Genérica de Matrizes	60
6.4. Atividade Virtual 2: Elementos da Matriz Genérica	66
6.5. Atividade Presencial 3: Lei de Formação de Matrizes	69
6.6. Atividade Virtual 3: Matrizes Especiais	73
6.7. Atividade Presencial 4: Revisão e Operações com Matrizes	78
7. TRAZENDO A TONA ALGUNS DADOS DE TESTES DA PESQUISA	80
8. CONSIDERAÇÕES	88
9. REFERÊNCIAS (SEPARADA POR ÁREA)	90

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho trata da proposta de utilização do aplicativo Whatsapp¹ como ambiente de diálogos e estudos complementares dos conceitos e conteúdos matemáticos, com alunos da segunda etapa do ensino médio da EJA (Educação de Jovens e Adultos), visando buscar autonomia na resolução de problemas. Para tanto, apresento o estudo de caso dos alunos da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cidade de Emaús, localizada no Bairro do Benguí, em Belém do Pará, quando utilizamos o aplicativo para estudar as propriedades e aplicações das Matrizes.

Apresento, na forma de memorial, minha trajetória como professor e pesquisador da própria prática, além da grande afinidade que tenho com as turmas da EJA onde surgiram as inquietações com os processos de ensino e aprendizagem da matemática escolar, quando vejo recorrente a necessidade de adequar minha prática às necessidades de aprendizagem dos alunos: seja dando voz às suas experiências, na representação dos contextos onde estão inseridos ou nas soluções que encontram para alguns problemas.

Esta é uma pesquisa qualitativa, que utiliza o estudo de caso, trazendo comentários dos alunos pesquisados, analisando dois ambientes de maneira alternada: no primeiro a sala de aula, no qual trataremos do método de Polya (2006) para a resolução de problemas e no segundo, trataremos do ambiente virtual na plataforma whatsapp. Além disso, traremos para análise os resultados de testes aplicados em sala de aula e outros materiais produzidos pelos alunos.

A dissertação deverá responder à seguinte questão: como promover autonomia da aprendizagem a partir da utilização do aplicativo whatsapp, como ambiente de diálogos e interações, na construção dos conceitos de matrizes, suas propriedades e aplicações? Para tanto, exercitamos uma aula mista com avaliação dinâmica, na qual teremos: questões objetivas, questões subjetivas e uma atividade em grupo, quando os alunos apresentam resoluções de problemas.

O objetivo dessa proposta é fazer com que os alunos da segunda etapa da EJA trabalhem dialogicamente no grupo virtual whatsapp e em sala de aula, buscando a autonomia de

¹ É um aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz para smartphones. Além de mensagens de texto, os usuários podem enviar imagens, vídeos e documentos em PDF, além de fazer liga grátis por meio de uma conexão com a internet.

aprendizagem, aumentando seu repertório de conhecimento sobre a Matemática, com foco no estudo das Matrizes. Logo, nosso produto, resultante desse estudo são as orientações para o desenvolvimento de aulas dialogadas com o uso do aplicativo whatsapp.

A estrutura do trabalho é composta por cinco capítulos principais: 1) Introdução, 2) Capítulo de Fundamentação da Dissertação, 3) Capítulo do Lócus da pesquisa, 4) Descrição do Produto e 5) Bibliografia.

A introdução contará com recortes do memorial de formação trazendo um pouco de minha trajetória como professor da Educação Básica, nos meus primeiros anos de docência e relatos de experiência ao traçar caminhos para me tornar professor pesquisador, observando o espaço pedagógico na qual observo e analiso minha própria prática docente dentro da perspectiva do mestrado profissional.

No capítulo de fundamentação teórica serão tratados os autores que darão suporte para a pesquisa, onde se fará presente uma breve discussão a respeito da escolha dos mesmos e a importância de suas obras e seus fundamentos diante das atividades propostas dentro da dissertação, as citações que compõem a redação escrita são o ponto de vista teórico que adoto para execução de meu trabalho numa perspectiva tecnológica e na Resolução de Problemas Matemáticos.

O capítulo do lócus da pesquisa trará a seguinte descrição: a escola, a sala de aula, o ambiente virtual, a proposta de trabalho junto aos meus alunos, ou seja, traz a tona o conceito matemático escolhido, a pergunta de pesquisa, os livros didáticos tomados como referência e a perspectiva do que foi planejado para os dois ambientes sendo: aula presencial (dentro da escola) e aula à distância (no whatsapp).

A descrição do produto é o espaço onde busco trazer a referência de utilização do produto da pesquisa, mostrando o material utilizado para a pesquisa (o whatsapp), as postagens dos alunos nas atividades no grupo virtual, o tratar com os mesmos dentro do ambiente pedagógico da escola, seus comentários, o agir dentro dos dois ambientes de estudo propostos. Neste espaço é mostrado comentários dos alunos e posturas tomadas diante da resolução de problemas.

O último capítulo da dissertação está dividido em tópicos para justificar as citações do trabalho, agrupando os autores em áreas específicas, onde trago pequenos comentários sobre a contribuição de cada grupo nas discussões da pesquisa.

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo trago um pouco dos meus “primeiros anos de docência”, falando sobre minha experiência de sala de aula, o trajeto de aluno para professor de sala de aula, e de professor para pesquisador de minha própria prática docente adentrando no Mestrado Profissional, trazendo pequenos recortes de meu memorial ao longo dos tópicos desse capítulo, etapas de transições intensas que marcaram minha carreira docente, pois tratavam inicialmente de contextos geralmente desconhecidos, mas que foram momentos de grande importância para poder adquirir afinidade com o tema proposto nesta referida dissertação e para constituição de minha identidade profissional como professor de Matemática.

1.1. Os Primeiros anos de Docência

Apresentando um olhar de como me vejo diante dessa realidade de professor pesquisador, começo com as contribuições do curso de Licenciatura Plena em Matemática na UFPA, que como muitos desafios de minha carreira, o primeiro foi a elaboração do TCC, na qual busquei afinidade na área da computação, pois tinha o curso de Técnico em Processamento de Dados feito durante a Educação Básica no Ensino Médio em 1999. O tema do meu trabalho de conclusão do curso da Universidade foi: “A Influência dos Softwares Educacionais e Sua Importância Lúdica para o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática”, isso já por volta do ano de 2006. A partir daí busquei algumas escolas para ministrar aula, porém sentia a necessidade de aprender mais, de estudar a fundo a Matemática para poder estar preparado em minhas aulas; foi então no mesmo período fiz especialização em Educação Matemática também na UFPA.

O curso de especialização trouxe uma contribuição muito importante para minha formação, abriu minha mente para refletir sobre como poderia melhorar minhas aulas, pois envolto nas discussões sobre Educação não tinha como ficar passivo, falávamos muito sobre ensino e aprendizagem, relação entre professor e aluno, por este motivo meu trabalho de conclusão da primeira etapa de pós-graduação fugiu um pouco da Área da Tecnologia, o tema foi: “Educação no cárcere: atitudes, posturas, relatos e reflexões de um professor dentro da *cela de aula*” em 2008. Como trabalhei três anos no projeto “Educando para a Liberdade”

promovido pela SEDUC e SUSIPE, considerei necessário escrever sobre minha própria prática docente, compartilhando minhas experiências dentro da Educação Prisional.

Nos anos seguintes de docência trabalhei em escolas públicas de Belém no Estado do Pará, neste período procurei materiais diversos para pesquisa, na verdade nunca senti que estava verdadeiramente preparado para as dificuldades comuns às salas de aula, pois sempre tive diferentes alunos, com os mais variados rostos e atitudes, não senti que tinha estrutura suficiente para tanta heterogeneidade.

Com as muitas experiências em sala de aula acumulei muitos livros didáticos, apostilas, cadernos e textos “impecáveis” de resoluções lindas que, na época, dava vontade até de plastificar. Porém, com o passar dos anos vem à experiência e todos nós, professores preocupados com o aprendizado do aluno, sentimos a necessidade de melhorar, de explorar novos objetos de estudo, quando parte da matemática rígida, que outrora parecia linda, hoje já não faz muito sentido. Devemos nos especializar, procurar novas concepções, discutir as melhores propostas, visto que a pesquisa sozinha não dá conta da imprevisibilidade, heterogeneidade e o caos que se fazem presentes nas relações humanas (ESTEBAN, ZACCUR, 2002).

Nas situações que vivenciei como professor seja na escola privada como na escola pública, as dificuldades de aprendizagem dos alunos, em geral eram relacionadas ao comportamento em sala de aula. Uma possibilidade de superação desses episódios extremamente desgastantes, vieram através do diálogo e da persistência em firmar o contrato didático que garantisse o processo educativo. A esse respeito D’Amore (2007) diz que devemos tratar logo nas primeiras aulas, em linhas gerais, o que os alunos devem esperar do professor e o que o professor deveria esperar dos alunos durante o decorrer das aulas, para tentarmos manter um bom relacionamento durante todo o ano letivo. A flexibilidade deve ser considerada, porém, é sempre importante ter o cuidado para que os alunos não confundam o papel do professor para que se mantenha o respeito e o diálogo.

Aprendi a muito custo que o aluno deve ter ciência dos seus deveres e direitos, assim como o professor saber que seus movimentos e atitudes em sala de aula, refletem no seu trabalho. Deve prezar, antes de tudo, dar espaço e tempo para que o aluno possa manifestar opiniões e descobertas e assim, junto como o professor, criar um contexto didático adequado para se trabalhar a matemática escolar, pois segundo D’Amore (2007):

Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso dessa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático. (D'AMORE, 2007, p. 127).

Desta maneira, valorizando o contrato didático, fiz a minha prática docente, atuando em escolas privadas, cursos pré-vestibulares, educação para educandos privados de liberdade (educação no cárcere) e escolas públicas no ensino fundamental e médio. Nestes espaços sempre fui bem recebido e nunca tive problemas com meu trabalho docente, pois ao adentrar em uma determinada instituição de ensino, procuro observar as relações existentes no contexto educacional e refletir sobre o que posso fazer para contribuir neste processo educativo: a didática adotada e a proposta metodológica. Converso com outros colegas professores de matemática e fazemos então um plano de ação, para que ninguém trabalhe os conteúdos a serem apresentados no ano letivo, de maneira descoordenada.

Em alguns episódios de minha carreira docente pensei sim em desistir, parecia que meus problemas eram maiores que os dos outros, mas enfim, encontrei colegas que partilhavam dos mesmos problemas. Minha mãe é professora historiadora e atua nas series iniciais, além de outros membros da família como: tia pedagoga, tia professora de letras e de series iniciais, tio professor de educação física, esposa pedagoga e bióloga.

Trago, então, da convivência familiar, um aparato e experiência de uma vida toda, qualquer dificuldade e anseio poderiam ser compartilhados e amenizados através de diálogos construtivos entre meus próprios familiares.

Como professor, no primeiro contato com a escola pública, senti um impacto inicial muito forte, pois mesmo tendo concluído minha graduação, não me sentia preparado para atuar. A especialização ajudou bastante, para ter um olhar reflexivo sobre minha própria prática, busquei atualizar-me como profissional na área da matemática, busquei leituras sobre Educação Matemática, essas discussões na academia ajudaram-me a ter um olhar mais apurado para meus alunos e melhorar a minha prática educativa, pois pude trazer para prática: jogos educativos, a internet, a contextualização, de uma maneira geral, fiquei mais sensível ao aprendizado, melhorando o meu ensino.

Trabalhando em escolas da periferia onde moro, continuo no trabalho em salas de aulas lotadas, quentes e cheias de goteiras, mas não tenho interesse algum em desistir, não sei fazer

outra coisa, ensinar e ao mesmo tempo aprender com meus alunos é a coisa mais prazerosa que tenho em minha profissão. Gosto das primeiras aulas, daquele friozinho na barriga, adoro os jovens e seus problemas, que dentro de uma realidade social, em nossas comunidades, na maioria das vezes de periferia, estão sempre buscando sobreviver.

Considero uma alegria imensa, quando em minhas turmas da EJA (Educação de Jovens e Adultos) tenho alunos com idade pra ser meu pai, meu avô, minha mãe e posso colaborar de alguma forma para melhorar a vida destas pessoas. Tenho o dever de encontrar meios de proporcionar aulas diferenciadas, ao contrário das aulas tradicionais que os fizeram desistir da escola.

Pois recriar técnicas operatórias e tomar para si os conceitos matemáticos envolvidos necessita ser uma proposta pedagógica bem direcionada onde o professor possibilite “ao educando chegar ao domínio do conhecimento necessário dentro do tempo disponível” ou de outra forma: o professor deve em turmas de Educação de Jovens e Adultos, “programar condições concretas que viabilizem esse recriar”, possibilitando ao aluno participar de sua própria aprendizagem, (DUARTE, 2001, p. 80-81).

1.2. Ensaio do Professor Pesquisador da Própria Prática

Em 2014, pesquisando cursos de Pós-graduação, deparei-me com a proposta do PPGDOC, Curso de Mestrado Profissional, onde talvez pudesse suprir meus anseios por mais conhecimento na área de Matemática. Com o objetivo de formar profissionais pesquisadores de sua própria prática, o curso não deixou a desejar, pude aprofundar meus conhecimentos por meio das disciplinas, fórum pedagógico, oficinas e interação com meu orientador, pois acredito que, como professor de escola pública estadual, a educação deve crescer de dentro para fora, de dentro da escola para a comunidade, de dentro do professor para os alunos, ou seja, envolver todos os que estão diretamente e indiretamente relacionados com o processo educativo de ensino e aprendizagem.

Na leitura dos textos da disciplina: “Formação do Professor Pesquisador da Própria Prática”, durante as aulas do mestrado profissional, ficou evidente para mim que a função do professor da escola básica, como pesquisador, é a de disseminar uma postura investigativa, a partir de procedimentos de coleta e análise de dados. Porém, apesar de muitos trabalhos de pesquisadores brasileiros referentes a assuntos de pesquisa em Educação, as autoras Esteban e

Zaccur (2002) deixam claro que os efeitos destes trabalhos se refletem muito pouco no trabalho docente, no interior da escola básica. É como se eu como professor atuante de sala de aula, desconhecesse os resultados de trabalhos de pesquisas atuais na área da Educação, talvez por não acreditar que as teorias se adequassem com a realidade de minhas escolas, ou por me render às tradições historicamente construídas sobre educação, ou ainda por simples passividade minha e assim, ao mesmo tempo, pelo distanciamento com a teoria, não me considerava capaz de desenvolver pesquisa em sala de aula.

No caso de “passividade”, Esteban e Zaccur (2002) consideram que pode ser ocasionado pelo “conformismo” diante das atividades pedagógicas propostas, o que pode ser constatado hoje em dia, por não questionarem os planejamentos curriculares escolares.

Um exemplo disto é como a SEDUC (Secretaria Estadual de Educação) apresenta e de certa forma impõe um conteúdo programático para todo Estado do Pará, a partir do qual os conteúdos referentes ao Ensino Médio possuem suas diretrizes pautadas no ENEM, com os conteúdos do primeiro bimestre centrados no estudo de Funções Matemáticas. Nesse contexto, muitas discussões têm sido feitas nas escolas, professores reclamam e dizem que para algumas séries o conteúdo ficou bastante extenso e as provas bimestrais do Estado servem apenas para “testar” o professor de forma negativa, saber se cumpre o conteúdo previsto, escondendo a realidade das escolas onde as condições são precárias. Na maioria das escolas não se encontram laboratórios de informática que funcionem, seja para a pesquisa dos alunos, ou dos professores.

Por outro lado, outros professores consideram positiva a organização do conteúdo, pois o trabalho fica mais bem direcionado e os alunos de baixa renda terão um planejamento adequado para o ingresso nas várias oportunidades que o ENEM oferece – Fies, PROUNI, Ciências sem fronteiras e certificado de cumprimento do Ensino Médio. No fervilhar destas discussões, pude notar a mudança dos alunos e o desespero dos professores, pois os estudantes queriam direcionar todo conteúdo para o ENEM e nós professores ainda estávamos nos acostumando com esta ideia, neste momento pude notar um diferencial nos alunos mais velhos, meus alunos da EJA, com toda experiência que tinham, não estavam interessados em fazer esforços para realizar o teste do ensino médio, e sim estavam querendo viver o agora, aprender a Matemática que vivenciavam naquele momento, e talvez depois pensariam no futuro. Foi então que entendi que o ensino da EJA tem que ser diferenciado, pois não deve e não pode ser igual ao ensino regular, passei muito tempo refletindo sobre isso, o que me deixou mais interessado na Educação de Adultos.

Quanto à teoria, encontrei um amparo enorme a respeito de minhas expectativas nas aulas do Mestrado, pois houve várias oportunidades de diálogo, por meio de seminários, que a meu ver foram importantíssimos para interação social entre os mestrandos e para reflexão sobre minha formação docente, norteadas ações e reflexões sobre a didática, metodologia, postura profissional, diálogo, teóricos e materiais de estudo. Todas essas experiências puderam me dar um olhar mais incisivo diante da prática docente, o ato de escrever e dialogar bastante sobre minha prática, o registro e o repensar das aulas puderam fazer com que eu acreditasse que poderia me tornar pesquisador, pois sabia que muito ainda tinha que ser feito para me libertar de práticas tradicionalistas.

Segundo Alves (2006), a educação enraizada aos princípios capitalistas fica amarrada a incessantes técnicas e métodos de ensinar; o que nos remete a uma “educação manufatureira”, como se a escola fosse organizada por técnicas artesanais de trabalho com o intuito de dinamizar resultados no menor tempo possível, um maior exemplo disso é uso do livro didático como uma “bengala” onde o professor se apoia e reproduz fielmente o que está escrito, sem nenhuma contextualização. Nessa perspectiva, há dificuldade da superação da divisão entre o fazer e o pensar, onde há uma hierarquização do trabalho educativo: “uns fazem”, “outros pensam”, “uns dominam a teoria”, outros “limitam-se a prática mecanizada”

Compreendo que quando o professor se posiciona como pesquisador deve agir em colaboração com o pesquisador acadêmico para um “fazer pensado”; onde o primeiro trata de situações reais do processo ensino-aprendizagem, numa ótica do ambiente de sala de aula e o segundo tem a oportunidade de aprimorar o objeto investigado. Neste contexto, pesquisar significa “indagar”, “questionar”, com aprofundamento teórico e uma pesquisa analítica através de procedimentos rigorosos e sistemáticos para produzir conhecimento; cabendo ao professor pesquisador rever sua própria prática, com um olhar avaliativo, fugindo do senso comum, trazendo à tona algo próximo dos alunos pesquisados para que possam ser ativos em sua própria aprendizagem tendo mais autonomia.

Entendo agora no final do curso do Mestrado Profissional, que ao me posicionar como professor pesquisador devo rever a minha formação e tudo que ela reflete na prática, pois inicialmente a docência se caracterizava pela aplicação de metodologias emergenciais e a sala de aula seria somente um objeto da ação para testar o que funcionava ou não. Segundo Alves (2006), a formação do professor vem geralmente caracterizada por três situações nas disciplinas aplicadas: 1 - Disciplinas ligadas ao “saber” – referentes à base de formação do professor; 2-

Disciplinas ligadas ao “saber fazer” – referentes a pratica educativa do professor e 3- Momento de treinamento para a efetivação docente.

Na minha formação como professor de Matemática, notei um distanciamento entre o que foi orientado no curso acadêmico e a realidade vivenciada no ensino e aprendizagem da educação básica, pois as teorias, quando utilizadas por um professor mal orientado, se mostraram insuficientes e até mesmo inúteis, é como se existisse naquele momento outra realidade, totalmente descontextualizada do preparo acadêmico de outrora. É no chão da sala de aula que o professor se descobre ou se decepciona, daí a importância do diálogo professor-aluno e entre os próprios alunos, para buscar caminhos positivos para uma boa aula com instrumentos do cotidiano, tornando assim a aula mais atrativa com: internet, vídeos, blogs, salas de interação virtual, ou seja, locais onde o aluno possa falar e ser ouvido.

Acredito que somente com um mínimo de condições, podemos esperar um trabalho científico de qualidade. A pesquisa como organização curricular, pode ser mediadora no olhar para o cotidiano escolar, podendo refazer procedimentos de pesquisa e discutir novas metodologias e seus resultados. Pensando em fazer pesquisa baseada na minha própria prática e experiência profissional como professor de Matemática da escola pública, tento compor o meu material empírico por meio de algumas narrativas.

As experiências formativas e as intervenções educacionais bem sucedidas acarretaram, para minha formação docente, um ótimo relacionamento com os alunos, corpo técnico pedagógico e todos os que estão direta ou indiretamente ligados ao processo de educação escolar, ou seja, do ambiente a que se pretende investigar. Não podia parar por aí, busquei estudar aprofundar meus conhecimentos, comprei livros sobre Educação, Matemática, Resolução de Problemas, conheci autores como Polya (2006), com ele acreditei em seu método, seus cinco passos e sua forma de resolução, daí em 2014 surgiu à oportunidade de me inscrever no mestrado profissional, com uma proposta de valorização do professor pesquisador, consegui uma vaga, vislumbrei ali mais uma oportunidade em melhorar o trabalho pedagógico por mim desenvolvido.

Os debates sobre o ensino e aprendizagem no decorrer das aulas no mestrado fomentavam discussões e reflexões sobre as relações entre professor e aluno, minhas experiências em sala de aula finalmente puderam contribuir para algo, a troca de experiências entre os vinte mestrados em fóruns, disciplinas, oficinas e palestras foram de fundamental importância para uma sensibilidade com o tratar dos alunos, saber onde olhar, observar os

estudantes, aplicar a teoria na prática e sair do discurso acadêmico foram essenciais para poder imaginar-me professor pesquisador.

Acreditando que o professor deve ser mediador entre o seu saber e o saber do aluno, senti a necessidade de recorrer a posturas e métodos diferenciados, para dar mais voz aos alunos, para que eles busquem sempre maior autonomia em seus estudos, para que de alguma forma tornem-se mais ativos positivamente, participando de sua própria aprendizagem. Lembro-me nos primeiros anos de carreira, de contar histórias engraçadas em todas as aulas, quando utilizava a velha técnica de “encher o quadro” eu tinha um tempinho extra para descontraír as aulas, aproveitava esse tempo para orientar meus alunos a respeito da importância de buscar discutir o conteúdo, de compartilhar seus anseios com os colegas e com os professores, ou seja buscava uma forma para que eles se expressassem e pudessem contribuir para a aula.

As mais variadas trocas de experiências e diálogo em situações de ensino, fizeram chegar a diferentes conclusões e diferentes resultados de aprendizagem, com alguns muito satisfatórios; testes de sondagem realizados no final de cada semestre mostraram resultados e opiniões dos alunos em relação ao ambiente criado nas aulas de matemática, o que poderia ser melhorado, os que eles não gostavam, em fim serviram de base para o bom andamento das atividades em sala, daí a importância do registro destas falas.

Hoje (2016) não se pode fazer como outrora, os diálogos são outros, os tempos são outros, jogos virtuais, plataformas de interação, vídeos, fotografias, gravação de voz, tudo isto está, ao meu ver, tomando conta da realidade de nossos alunos e acredito que o professor pesquisador deve mergulhar em propostas que se atenham as novas tendências tecnológicas, pois os alunos de hoje se não estão copiando algo da lousa, estão mexendo no celular, o que para eles parece muito mais interessante que os meus longos diálogos. Acreditando que a Educação Matemática se pratica com um objetivo geral bem específico, o de transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas, por meio de sistemas educativos: formal, não formal e informal, (D’AMBRÓSIO, 1986, p.35). Logo o informal aqui presente seria o uso do celular, pois a interação descrita entre os alunos acontecia por meio deste, era lá que eles conversavam, trocavam ideias e suas angústias, e era lá que de alguma forma eu como professor estaria me envolvendo.

Acredito que as narrativas dos alunos neste ambiente virtual poderiam possibilitar inicialmente uma melhor aproximação entre professor aluno e entre os próprios alunos, para que todos pudessem fazer uma reflexão sobre nossas ações e melhorar nossas práticas, pois

segundo Hartman (2015), o aprendizado reflexivo se concentra em “pensar sobre o fazer” antes, durante e depois de uma atividade de aprendizagem.

Assim, foi no envolvimento dessas ideias que surgiu a possibilidade de se trabalhar o uso de celular, não na própria sala de aula, mas fora dela, como um segundo tempo de aula, como apoio as atividades que ainda tinham por vir ou para discutir as dúvidas que ainda ficaram, ou seja, apareceu ali a oportunidade de dar voz a esses alunos, propiciar a interação e a busca de autonomia em seu aprendizado, dentro de um tempo plausível, sem atrapalhar suas atividades diárias, pois já faziam postagens em grupos sociais falavam da vida, dos colegas, de seus filhos, porém agora tentaria orientá-los a falar de Matemática.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao tratar do uso de tecnologias digitais, onde o aluno encontra-se mergulhado culturalmente no contexto informatizado, que no caso da referida dissertação seria o uso do whatsapp, traremos como primeiro autor Pierre Lévy, com sua obra: “As tecnologias da Inteligência”, pois este autor trata com maestria a relação entre o ser humano e a era informatizada, explorando o que o autor chama de “cibercultura” em seu livro “cyberculture”, traz a discussão sobre o uso de elementos informatizados e seu papel no desenvolvimento intelectual do ser humano frente às novas tecnologias, pois se educar quer dizer, cada vez mais, aprender, transmitir saberes e produzir conhecimentos, dentro do ciberespaço temos tecnologias intelectuais que amplificam, exteriorizam e modificam numerosas funções cognitivas humanas como: memória, imaginação, percepção e raciocínios (LÉVY, p.157, 1999).

As inquietações apareceram devido às muitas reclamações de colegas professores da rede estadual de educação básica, a respeito do uso do celular por parte dos alunos, tanto dentro da sala de aula quanto fora dela. O que mais se vê, sem exceção, é celular escondido embaixo do caderno, é troca de mensagens de texto através de *wifi* (conexão de internet sem a necessidade de cabos), conversas em redes sociais, dentre outras. Logo a impressão que se tem, é que os jovens estão mais conectados e interligados do que nunca, mesmo estando a distâncias quilométricas. Aos educadores que deparam-se com estes tipos de diversidades culturais, o ensino qualitativo requer uma visão da necessidade de novas experiências tecnológicas educativas que tenham por base os componentes sociais e integradores para situar o professor dentro do espaço tecnológico vivenciado pela maioria de nossos jovens na escola.

A LDB (2010), diz respeito ao uso de tecnologias nos artigos: 32, inciso II, onde trata da tecnologia como um dos meios que se possa utilizar para formação básica do cidadão. E, no artigo 36 (inciso I), tratando do currículo do ensino médio que deverá destacar em seu corpo a educação tecnológica básica. Logo, torna-se necessário que os educadores entendam a importância da tecnologia para o desenvolvimento intelectual do aluno, cabendo ao professor proporcionar momentos de interação da atividade pedagógica desenvolvida em sala de aula com a cultura digital que os alunos possuem por meio de celular, computadores, tablets, televisão, internet, etc.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997, p.21) trata da necessidade de orientar nossos alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia para a educação, assim como o acompanhamento de sua renovação nas práticas educativas que contribuam para o ensino e aprendizagem. Neste sentido, os celulares, a internet e as redes sociais (em especial o whatsapp) podem servir como uma estratégia de interação social em situações diversas para a promoção de aprendizagens orientadas pelo professor garantindo a troca de informações entre os alunos e os professores, demonstrando seus modos de agir, de pensar e de sentir, em um ambiente virtual onde as pessoas, mesmo não se expondo diretamente, possam comunicar-se e expressar-se naturalmente.

O método da Resolução de Problemas se faz presente, nesta discussão sobre tecnologia, pelo fato de poder proporcionar ao aluno o despertar pelo interesse do objeto matemático estudado no decorrer de suas aulas. O professor de matemática pode direcionar nos ambientes virtuais momentos de discussões para que os alunos possam criar suas próprias estratégias e não esperar que o professor o faça.

A curiosidade deve ser presente na didática do ambiente escolar, pois as situações cotidianas não são passos definidos para se obter soluções frente a problemas, pode-se até obter por meio de pesquisa os meios necessários para se chegar ao caminho desejado, porém a execução leva em consideração minúcias próprias do sujeito, pensamentos, atitudes que fazem aquele caminho tomado sendo próprio do solucionador. E esta prática, auxiliar para adquirir experiência, deve fazer parte das aulas de todo professor de matemática para dar suporte ao progresso acadêmico do aluno, pois “o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível” (POLYA, 2006, p.1).

O segundo autor que dá suporte para a dissertação é o teórico George Polya, que foi escolhido para fundamentar a pesquisa por dar apoio à questão da resolução de problemas

matemáticos, trazendo em seu livro “How to Solve It” (A Arte de Resolver Problemas) os quatro passos de seu método: (1) Compreender o Problema, (2) Planejar sua Resolução, (3) Executar o Plano e (4) Examinar a Solução.

Além de Polya (2006), pesquisas como de Schoenfeld (1985), Pozo (1998), Pais (2001), Smole e Diniz (2001), Onuchic e Allevato (2011), Dante (2003) e Mendes (2009), recomendam a abordagem dos conceitos de Matemática a partir da Resolução de Problemas, relacionado ao conhecimento do conteúdo anteriormente adquirido, de modo a permitir a troca de pontos de vista por meio do cálculo experimental, onde o aluno adquire conhecimento matemático com o auxílio discreto do professor que indaga para sugerir atitudes positivas, de modo que este adquira independência para realizar operações mentais sem a necessidade da presença de um instrutor. É importante desenvolver a capacidade de raciocinar frente a uma determinada situação em vez de somente trabalhar técnicas de resolução, o professor deve propiciar momentos de diálogo para melhor entender os seus próprios alunos, visando atribuir repertórios matemáticos suficientes para o bom entendimento de vocabulários próprios da área de Matemática. Pois, o estudante deve refletir, analisar e adquirir experiência objetivando autonomia no seu modo de pensar ao realizar operações matemáticas mais complexas, relacionando com problemas mais simples ou correlatos. Pois, a este respeito, o próprio autor diz que:

É difícil imaginar um problema absolutamente novo, sem qualquer semelhança ou relação com qualquer outro que já haja sido resolvido; se um tal problema pudesse existir, ele seria insolúvel. De fato, ao resolver um problema, sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando o seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo. Além do que, naturalmente, o problema de que nós aproveitamos deve ser, de alguma maneira, relacionado com o nosso problema atual. (POLYA, 2006, p. 41).

Com a escolha do conteúdo de Matrizes pelos próprios alunos, dentro do contexto descrito, temos três bases para o desenvolvimento da dissertação: o conceito matemático a ser trabalhado com os alunos: o conteúdo de Matrizes; o material didático informatizado virtual utilizado para dar apoio às aulas e gerar autonomia nos alunos: o whatsapp; e a teoria de aprendizagem que rege a aula presencial de matemática na sala de aula: A Resolução de Problemas.

3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Acreditando que na Área da Educação Matemática a Resolução de Problemas seria uma forma de atividade diferenciada para tratar das aulas em turmas da EJA, este capítulo trata de uma breve discussão relacionando este método de ensino com as experiências de minha prática de sala de aula com turmas as quais pretendia pesquisar, pelo interesse nesta modalidade de ensino em acreditar que suas experiências de vida poderiam contribuir para minha pesquisa na busca de um objeto de estudo, até o surgimento dos grupos no whatsapp. Já a terceira parte deste capítulo trata das Situações Didáticas, que foi trazida para esta discussão por causa das muitas leituras feitas em relação à Resolução de Problemas, leituras como a de Pais (2001), Brousseau (2008) e D'Amore (2007) tratam deste método de ensino relacionado com as Situações Didáticas dentro das discussões referentes a Didática da Matemática Francesa, logo por conveniência considerei importante trazer neste capítulo estas discussões e sua relevância dentro do trabalho proposto.

3.1. Resolução de Problemas em turmas de EJA

No decorrer das aulas de matemática, notei que muitos alunos ficavam dispersos durante as explicações ou atividades propostas, é como se esperassem encontrar algo que lhes fosse familiar, porém em turmas de EJA, o mais comum é deparar-se com questões em que os alunos não conhecem ou não lembram, já que temos muitos destes que estavam anos distantes da escola, por motivos diversos.

Muitas vezes, recorremos ao que chamamos aqui de “microaulas”, reservamos um espaço em branco do quadro magnético (lousa onde o professor escreve) para lembrar os conteúdos referentes à aula vigente, onde o aluno possa recordar conteúdos de anos anteriores. Na maioria das vezes, esta abordagem parece útil, porém mesmo assim alguns alunos não interagem com o professor ou com seus colegas, o que parece demonstrar algum tipo de bloqueio em relação ao estudo do objeto matemático.

Como exemplo disso, temos o estudo de gráficos de funções, volume e área de sólidos geométricos espaciais, levantamentos estatísticos, frequência relativa. todos estes conteúdos requerem do estudante certo grau de conhecimento prévio em relação ao cálculo matemático de anos anteriores, porém há poucos alunos com habilidades de realizar as operações de multiplicação, divisão, exponenciação ou radiciação dentro destes conteúdos. O que nos leva a

recordar tais conceitos durante o desenvolvimento pedagógico no decorrer das aulas ministradas.

Um das dificuldades de se abordar os conteúdos citados, decorre do fato de que alguns destes assuntos não possuem representação concreta no nosso cotidiano e sim uma representação ideológica, como é o caso das figuras geométricas planas, pois superfície plana, segundo Euclides (2009, p.97) “é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma”. Logo em nossa realidade isto não é algo possível, porém podemos imaginar e representar tais superfícies, além de poder calcular suas áreas e perímetros, daí a importância de se criar esquemas internos para poder melhor trabalhar os conceitos matemáticos envolvidos durante as aulas. Não devemos jamais confundir um objeto e sua representação, pois na matemática, os objetos matemáticos não são acessíveis “perceptivamente” ou “instrumentalmente”, (MACHADO, 2003, p. 21).

O conhecimento matemático de cada indivíduo diante de uma determinada situação problema é acionado por meio de representações, onde segundo Mendes (2009, p. 76), tal representação ocorre a partir de esquemas internos de cada um e geralmente é fruto da experiência matemática vivenciada pelos indivíduos. Porém se esses esquemas não forem internalizados, cabe ao professor orientar seus alunos a estimular essas experiências, de tal forma que o indivíduo possa configurar e resolver problemas matemáticos diversos.

Uma possível abordagem, na tentativa de superar bloqueios cognitivos relacionados à aprendizagem de matemática, seria a de os alunos entrarem em contato com problemas resolvidos, pois estes contribuem de forma positiva no momento em que os alunos utilizem a resolução para investigar e compreender o conteúdo matemático propostos em sala de aula. Para tanto, Mendes (2009, p. 78), afirma que o professor deve oferecer ao aluno todo tipo de problemas possíveis durante as suas atividades docentes, pois é da diversidade de experiências que os processos cognitivos de generalização e síntese se efetivarão.

Na concepção de Smole e Diniz (2001, p.89), o termo resolução de problemas é denominado de perspectiva metodológica, pois seria um modo de organizar o ensino, onde se deve ter o enfrentamento de uma determinada situação problema que não possui solução evidente, necessitando de um repertório de conhecimento do aluno para solucionar o problema. Sendo assim, nesta concepção, teríamos algo maior que os propostos nos problemas convencionais que encontramos em muitos livros didáticos, pois não teríamos algo mecanizado e sim a construção de conhecimentos matemáticos, diferentemente das questões diretas como,

por exemplo: O diâmetro de uma circunferência vale 10cm, qual o valor do seu Raio? Ou ainda, faça o gráfico da função $f(X) = 2.X - 1$. Perceba que nestas questões, as resoluções são diretas, não tendo uma reflexão a respeito dos conceitos e conteúdos abordados, logo se o professor abordar uma questão um pouco diferente o aluno teria certa dificuldade de respondê-la, sendo assim faz-se necessário um comprometimento sério por parte do educador para se formular e trabalhar as questões de matemáticas a serem abordadas em suas aulas.

No que se referem, ao repertório de conhecimento matemático envolto no nosso cotidiano, os Parâmetros Curriculares Nacionais, diz que a concepção da matemática no Ensino Médio:

[...] se junta a idéia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (BRASIL, 2000, p.41).

Logo, devemos explorar ao máximo o repertório dos alunos, assim como estimular a investigação, a resolução de problemas, para seu desenvolvimento intelectual, seja como estratégia didática ou para aplicação em situações do cotidiano como: leitura e interpretação de gráficos, levantamento estatístico, problemas de probabilidade; sendo assim, temos uma responsabilidade enorme com o trabalho pedagógico desenvolvido com nossos estudantes para sua formação educacional.

As questões matemáticas discutidas em sala de aula devem ir além de mera repetição de procedimentos padronizados ou situações rotineiras desinteressantes para os alunos, em vez disso, devemos estimular a autonomia, a criatividade, fazendo com que os problemas propostos tenham significado para os indivíduos proporcionando ao estudante encontrar soluções a partir de questionamentos, envolvendo seu repertório de conhecimentos prévios e atividades realizadas com os colegas em sala de aula.

Algumas situações na resolução de questões envolvendo cálculos matemáticos remetem o aluno a cálculos básicos de divisão ou multiplicação, porém mesmo alunos do ensino médio encontram dificuldade em solucioná-las, talvez por terem contato com resoluções padrões sem outras possibilidades de resposta ou por estarem muito tempo sem contato com tais operações, visto que, alguns alunos estão muito tempo fora do ambiente escolar e necessitam rever algumas técnicas de resolução de *exercícios matemáticos*.

O termo “*exercício*” foi utilizado aqui no sentido de demonstrar procedimentos de resolução usuais, como o abordado por D’Amore (2007, p. 310), referindo-se a um procedimento de rotina, tendo um fim a si mesmo, não tendo uma conotação com a realidade. Porém esta prática torna-se indissolúvel nas práticas pedagógicas de sala de aula, uma vez que é necessário conhecer técnicas de resolução matemáticas básicas para poderem adquirir habilidades nos testes escritos abordados usualmente. A isto, deve-se sempre demonstrar várias formas de resolução, cabendo ao aluno escolher a melhor maneira de se apropriar do conhecimento matemático abordado.

No início das atividades escolares, no primeiro semestre, em turmas de EJA é comum encontrar alunos com dificuldade na operação envolvendo divisão matemática, como já foi dito, por motivos diversos, porém a abordagem por parte do professor deve se dar por exemplos diferentes, pois mesmo estando no ensino médio, jamais devemos impor estratégia alguma, mesmo porque o estudante já deve ter alguma carga de conhecimento (um repertório adquirido) de tais técnicas, logo devemos recordar algumas delas.

Consideremos uma situação onde o aluno se depara com a necessidade de dividir 3,2 por 4. Geralmente o algoritmo utilizado é sempre o mesmo:

Multiplicar valores no quociente para encontrar aproximações no dividendo:

Quadro 1- Divisão por Aproximação.

3,2	4	I	320	40	III
				0,	
32	40	II	3,18	40	IV
			- 0 -	0,8	

Fonte: Próprio autor.

Porém poderíamos realizar a mesma operação de outras formas, como por exemplo, realizar subtrações sucessivas, ou seja, agrupamentos com o valor do divisor:

Quadro 2 - Divisão por Agrupamentos.

3,2	4	I	320	40	V
			- 40		
			280	0,	
			- 40		
			240		
			- 40		
			200		
			- 40		
32	40	II	160		
			- 40		
			120		
			- 40		
			80		
			- 40		
			40		
			- 40		
			0		

Como subtraímos oito vezes o dividendo pelo divisor, teremos como solução o valor oito

Fonte: Próprio autor.

Note que não se trata de resolução de problemas, mas considero interessante buscar novas técnicas de solução de exercícios, como forma de aprimorar conhecimentos e habilidades referentes a cálculos matemáticos, pois os próprios alunos deixam evidente a dificuldade encontrada em trabalhar conceitos matemáticos do ensino fundamental, mesmo estando cursando o ensino médio, cabe ao educador identificar tais dificuldades e esclarecer dúvidas e buscar a melhor didática ou técnica para conseguir dar prosseguimento nas atividades pedagógicas de seus educandos.

O professor deve propiciar ao aluno momentos de reflexão sobre as questões e técnicas de resolução, porém não deve confundir problema de exercício, pois segundo D'Amore (2007, p.300), Problema seria instrumento de aquisição de conhecimento, sendo objeto de ensino, o professor escolhe problemas seguindo processos didáticos, fazendo do aluno sujeito produtivo desses processos. Enquanto que exercício serviria para consolidar conhecimentos e habilidades, o professor escolhe os exercícios, corrigindo e avaliando as respostas, cabendo ao aluno o papel somente de executor das propostas.

Abordar conceitos básicos de matemática, no que se refere à multiplicação e divisão, é algo a ser debatido com cautela, pois segundo Duarte (2001, p.80-85), podemos fazer relações

entre uma operação e outra, para que o aluno possa dominar técnicas operatórias, com o objetivo de ir além de concepções usualmente difundidas. A vantagem de se abordar tais operações com alunos de EJA decorre do fato deles trazerem em sua experiência cotidiana certo conhecimento, o que amplia ainda mais o seu repertório, em relação às operações matemáticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Logo tais experiências podem auxiliar o professor em suas aulas, podendo começar por apresentar situações das mais simples para poder posteriormente apresentar a seus alunos situações mais complexas de abstração.

Alunos adultos, mesmo sem saber formalizar conceitos operatórios matemáticos, podem resolver algumas operações por experiência de situações usuais, e a relação entre operações, como no caso mostrado anteriormente realizada no quadro 2 (divisão e subtração), é necessário seu estudo para que o educando adquira domínios de técnicas operatórias, pois posteriormente ao deparar-se com situações problema, poderá solucioná-las com algoritmos mais complexos, ou seja, devemos fornecer condições prévias para que os pressupostos sejam trabalhados de maneira clara e objetiva.

Para tanto, devemos recorrer à didática para conhecer estratégias de aprendizagem, o professor deve analisar e explorar aspectos de todos os tipos, tanto no campo científico quanto no campo real vivenciado no dia a dia dos envolvidos, apropriando-se de tal forma que possa direcionar suas aulas a um panorama qualitativo e não somente quantitativo. Neste sentido, em relação à didática aplicada pelo professor, alerta que:

[...] é preciso destacar que os saberes são concebidos, validados e comunicados por diferentes maneiras que condicionam o funcionamento do sistema didático. Para melhor fundamentar as estratégias de aprendizagem, compete à didática analisar as variações associadas a esses três aspectos, decorrentes da natureza de cada disciplina. Quer seja em nível dos saberes científicos, escolares ou do cotidiano, o trabalho pedagógico exige uma análise dessas variações que revelam aspectos intuitivos e experimentais, voltado para uma aproximação do aspecto teórico do saber científico. (PAIS, 2001, p.65).

Em uma situação didática, na concepção de Pais (2001), o envolvimento das relações entre o educador e o educando é de suma importância para o desenvolvimento das atividades pedagógicas realizadas na sala de aula, porém não é fator predominante para se considerar as situações cognitivas que poderão ser implicadas, logo devemos realizar a junção do que fazemos entre tais situações e outros elementos do sistema didático como: objetivos, métodos, posições teóricas, recursos didáticos, etc. Além disso, devemos ter cuidado ao apresentar o conteúdo durante as aulas, pois este deve ter um contexto significativo para o estudante, caso o

contrário, “se o contexto priorizado, pelo professor, for exclusivamente os limites do saber matemático puro, o que ocorre é uma confusão entre o saber científico e o saber escolar”. (PAIS, 2001, p.66).

O professor deve se manter em alerta para perceber as pequenas situações nas relações existentes no ambiente educacional do seu espaço de trabalho, porém deve entender que o tempo investido por ele dentro da sala de aula constitui apenas uma parte da aprendizagem do aluno e que existe outros saberes que não podem ser “controlados” pelo professor, porém, esses saberes, podem de alguma forma ser incorporadas ao trabalho pedagógico desenvolvido pelo professor de matemática, cabendo a ele pesquisar aquilo que o aluno sabe para tentar adaptar em suas aulas.

Esta adaptação é um ponto de partida para que o aluno possa solucionar problemas matemáticos, aguçando a criatividade para que ele expresse suas habilidades ao realizar cálculos permeados por conhecimentos anteriormente adquiridos, como professor comprometido com a educação de nossos jovens, devemos acreditar nesta “expansão” do domínio cognitivo de nossos alunos, uma vez que ele poderá ser motivado a estruturar suas próprias situações problemas envolvendo a matemática de seu cotidiano e os conhecimentos passados durante suas aulas em contato direto ou indireto com o professor. Assim, “neste sentido, a adaptação pode ser entendida como a habilidade que o aluno manifesta em utilizar seus conhecimentos anteriores para produzir a solução de um problema”. (PAIS, 2001, p.69).

3.2. Resolução de Problemas e o Surgimento do Grupo Virtual Whatsapp

Ao introduzirmos o repertório do aluno às aulas de matemática, acabamos por abarcar também, os conhecimentos relacionados à informática, pois os alunos estão mais interessados com tal questão do que podemos imaginar, cabe ao professor de matemática redirecionar a atenção do aluno para questões mais construtivas, tendo como direcionamento a educação, já que muitos alunos e professores possuem contato direto com a internet, computadores, celulares conectados, tablets, wifi, dentre outros, que oferecem uma gama de informações que podem contribuir para que o aluno tenha um acervo de conhecimentos para poder introduzir em suas explicações a respeito da resolução de problemas matemáticos. Cabendo aqui, a indagação de justificativa a respeito da utilização do aplicativo whatsapp como ferramenta de apoio às aulas de matemática, pois este aplicativo serve muito bem para comunicação e interação do professor

e do aluno dentro ou fora do ambiente escolar, tratando de situações a nível pedagógico e de interesse educacional.

O conhecimento exigido e adquirido na era tecnológica em que vivemos é muito mais do que apenas fazer coleções de informações navegando pela internet, com as inovações tecnológicas sempre presentes em nosso cotidiano, o professor deve incorporar tais práticas em suas atividades pedagógicas, oferecendo ao aluno informações importantes a respeito da matemática, onde a função do aluno nesse panorama tecnológico é muito mais do que apenas “coleccionar informações”, este passa a “processar informações”, no sentido de realizar “tratamento de informações para transformá-las em conhecimento”. (PAIS, 2001, p.70).

A utilização da internet como via de comunicação entre professor e aluno torna-se interessante no momento em que os envolvidos possam trocar informações relevantes ao ensino de matemática, além de poder relacionar-se com outros colegas de sala de aula, o aluno tem em mãos um poderoso meio de tirar suas dúvidas, pedir orientações e partilhar conhecimentos com outros colegas, realizando conferências em grupos virtuais, ainda no whatsapp, enviando mensagens de texto ou de áudio, compartilhando ideias, angustias e socializando experiências em contato com o objeto matemático em estudo proposto pelo professor.

O professor como orientador em uma conversação, estando num ambiente virtual via whatsapp, deve mover as discussões para um direcionamento didático, tendo o devido cuidado ao lidar com os participantes do grupo, evitando chateações e melindres. Peters (2001, p.51), tratando de modelos de conversação, comenta como o professor deveria empenhar-se em manter, nestes casos, uma “linguagem clara”, escrevendo de modo pessoal, envolvendo os participantes emocionalmente, não realizar digitações extensas de leitura rebuscada e cansativa, direcionar os estudos no ambiente virtual para pontos importantes, mantendo sempre a animação ao fazer perguntas, manifestar opiniões e na emissão de juízo.

Neste sentido, a relação professor e aluno, é propícia a uma conversa longa e duradoura, dando oportunidade para que o educador pesquisador possa explorar os diálogos dos alunos acerca da resolução de problemas matemáticos, criando novas estratégias para redirecionar a didática aplicada em aulas presenciais posteriores. Os celulares hoje são verdadeiros computadores de mão capazes de trocar email, repassar vídeos, fotos dentre outras atividades em instantes, e ainda, com a expansão da conexão via wifi (internet sem fio), temos a navegação na internet muito mais veloz e com possibilidades imensas para a educação, pois a distância entre o aluno pesquisador e o material didático ficou ainda menor, facilitando ao educador

propor uma estratégia de educação a distância de qualidade priorizando a construção do conhecimento pelo próprio educando. Neste contexto:

As novas tecnologias, portanto, ampliam o espectro das formas do ensino e da aprendizagem no ensino a distância, numa dimensão quase inimaginável. Possibilitam aos estudantes formas de ativação jamais conhecidas antes, o que pode tornar a aprendizagem mais atraente e eficiente. E para os docentes amplia-se o espaço para decisões didáticas. (PETERS, 2001, p.230).

Explorar o ambiente virtual introduzindo conversas produtivas é interessante, uma vez que conduz o estudante a práticas autônomas, pois sem o professor presente, o aluno terá de estruturar respostas à resolução de problemas levantados sem estar em contato direto, logo devemos instigar os envolvidos a procurar estratégias por meios adquiridos em sala de aula ou por conhecimentos anteriores adquiridos em contato com as questões levantadas pelo orientador, cabendo ao aluno buscar melhores estratégias, exemplificando suas ideias por meio de vídeo, texto escrito ou por gravação de voz, ampliando cada vez mais o seu repertório matemático apropriando-se do vocabulário utilizado pelo professor no ambiente virtual.

A resolução de problemas é necessária aos alunos de EJA, pois acredito que estudar a compreensão e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos ajuda os alunos na análise e resolução dos procedimentos mobilizados por eles, além de que devemos oferecer ao aluno condições para realizar atividades sem a interferência do professor, para que obtenha conhecimentos por esforço próprio, na busca por resolução de problemas. Acredito que na resolução de problemas em matemática:

Há uma interpretação teórica das situações que não estão diretamente sobre o controle pedagógico, mas essa impossibilidade de controle não impede o reconhecimento de sua importância para aprendizagem, por certo, quando o aluno encontra-se em uma situação de pesquisa de solução de um problema, diversos procedimentos de raciocínio ocorrem sem o controle do professor. A riqueza das ideias provenientes do imaginário do aluno resume a busca de solução do problema. (PAIS, 2001, p.71).

O professor de matemática ao implementar o método da Resolução de Problemas em suas aulas, deve ter em mente o nível de problema a ser escolhido, pois este não pode estar em um nível intelectual descontinuo a do aluno, pois devemos ser precisos acerca do que esperar de nossos alunos e o que eles podem exigir de nós, para assim, podermos explorar as potencialidades dos envolvidos em suas particularidades em relação ao saber matemático

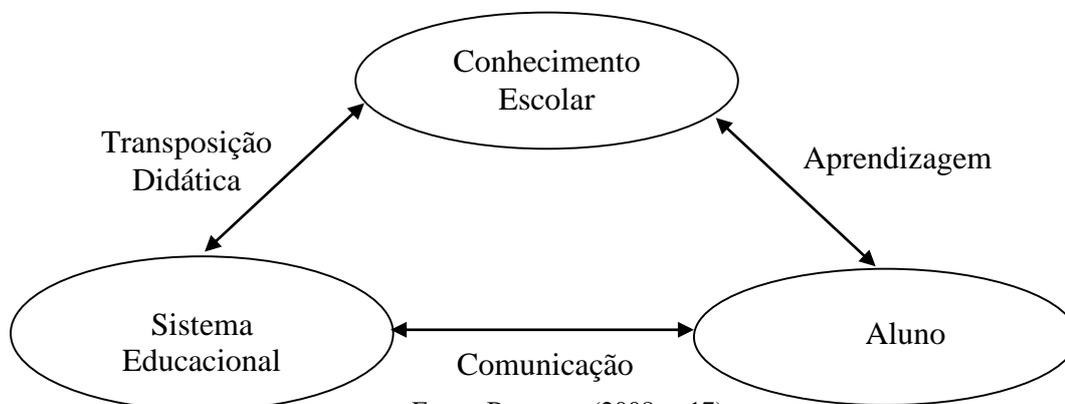
desenvolvido. Daí, podemos observar as habilidades desenvolvidas pelo aluno em relação a situações didáticas impostas.

3.3. O Método de Resolução de Problemas e Situações Didáticas

Observando as interações presentes entre as atividades pedagógicas de ensino com as diversas possibilidades de intervenção do professor em contato com o saber matemático, com alunos jovens e adultos, devemos analisar as situações didáticas envolvidas para melhor orientação das propostas feitas e acordadas entre educador e educando. Logo podemos citar algumas tipologias de situações que poderão ser empregadas com nossos estudantes, para tanto recorreremos às ideias de Brousseau (2008), pois este estudioso traz acervos interessantes acerca da discussão sobre estas situações didáticas que podem favorecer o ensino e a aprendizagem nas aulas de matemática.

O professor ao organizar suas aulas pedagogicamente, o conhecimento matemático envolvido é repassado ao aluno por falas, mensagens, e o aluno as utiliza como referência para as atividades a serem desenvolvidas posteriormente, ou seja, ele ativa o seu repertório. Para isto, Brousseau (2008, p.17), traz o seguinte esquema, a fim de facilitar o entendimento do que ocorre no processo de ensino e aprendizagem, tendo como base para estudo as relações didáticas entendidas como comunicação de informações:

Figura 1- Triângulo Educacional.



Fonte: Brousseau (2008, p.17).

Nesta situação, temos a representação do que podemos observar nas didáticas aplicadas por professores que organizam o conhecimento a ser trabalhado em suas aulas por meio de troca de mensagens, na divisão da didática enquanto troca de informações, temos que “esse esquema facilita a determinação dos objetos a serem estudados, o papel dos agentes do processo e a atribuição do estudo do ensino a diferentes disciplinas. A matemática, por exemplo, tem a função de legitimar o saber escolar.” (BROUSSEAU, p. 17, 2008).

No intuito de examinar a didática para o estudo da matemática, é dever do professor explorar as habilidades que o aluno apresenta no decorrer de suas aulas, além de escolher a melhor estratégia didática, pois em contato com várias situações no processo pedagógico, devemos nos preocupar com as interações existentes entre aluno e objeto matemático, assim como prepará-lo para futuras projeções de propostas de resolução de problemas.

Em turmas da EJA, temos um leque de possibilidades de conhecimentos a serem explorados, pois temos alunos com anos de experiência em atividades diversas cuja matemática escolar poderá ser incorporada, na tentativa de encurtar a distância entre a realidade vivida pelo estudante e a matemática compartilhada no ambiente de sala de aula. A estes conhecimentos, tanto de experiência cotidiana quanto de contato com conteúdos escolarizados acadêmicos, estará contemplado em discussões posteriores como: *repertório do aluno*.

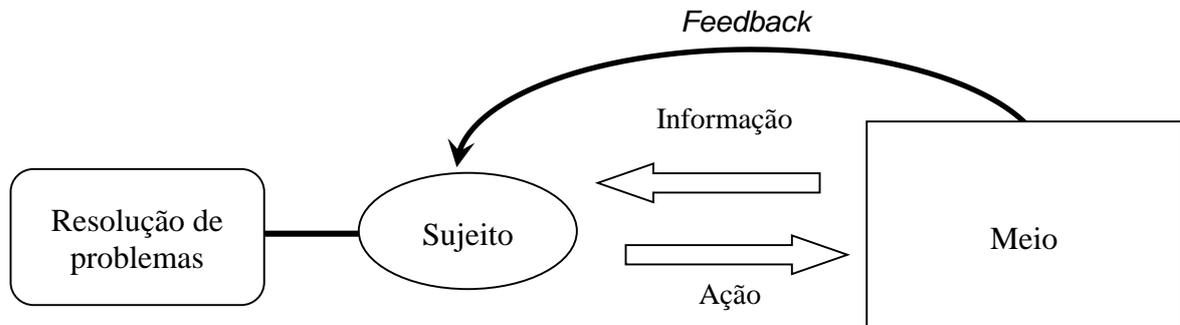
As interações decorrentes entre o diálogo do professor e do aluno podem ser analisadas observando algumas *situações* vivenciadas, como por exemplo, aquelas onde o aluno recorre a conhecimentos e esquemas que o indivíduo teve contato em atividades anteriores (repertório). Em outras, podemos ter a possibilidade de construir sozinho um novo processo, atingindo objetivos específicos em relação à matemática trabalhada pelo professor.

Para Brousseau (2008), denominamos de *situação*, o modelo interacional do sujeito para com o meio, onde procuramos alcançar ou conservar um estado favorável em contato com o objeto de estudo. Neste estudo temos quatro situações de abordagem didática, situação de: ação, formulação, validação e institucionalização.

Na situação de ação, o aluno intuitivamente e experimentalmente, realiza processos para solucionar um determinado problema, o aluno toma determinadas decisões no decorrer de sua resolução sem necessidade de argumentos advindos da teoria e sim da prática que o aluno tem com o objeto em questão, tendo um *feedback* (retorno) do meio. Para a matemática, torna-se importantíssimo tais conhecimentos, pois quando se trata de alunos adultos, temos experiências

de vida aumentando ainda mais o repertório, que trazem muita matemática, mesmo que não seja aquela usual de característica institucional acadêmica, mas tais conhecimentos devem ser trabalhados e aproveitados pelo professor.

Figura 2 - Situação de Ação.



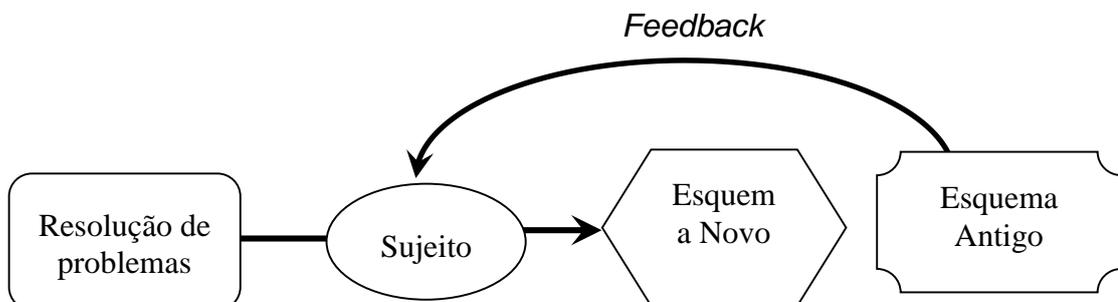
Fonte: Adaptado de Brosseau (2008, p.28).

Note que neste tipo de situação, o sujeito ao realizar ações, recebe do meio certas informações, que ao entrar em contato com determinado problema, o sujeito relaciona as informações obtidas no meio com a resolução do problema em questão.

A situação de formulação, também não necessita de explicação ou justificativa teórica, o que difere é que em contato com um problema, o aluno utiliza algum esquema anterior, raciocinando em cima deste e elaborando outros procedimentos experimentais aplicando informações adquiridas anteriormente.

Logo teríamos na situação de formulação, metodologias mais elaboradas por parte dos alunos, além da aplicação de novos conhecimentos e sem a necessidade de validar suas resoluções.

Figura 3 - Situação de Formulação.



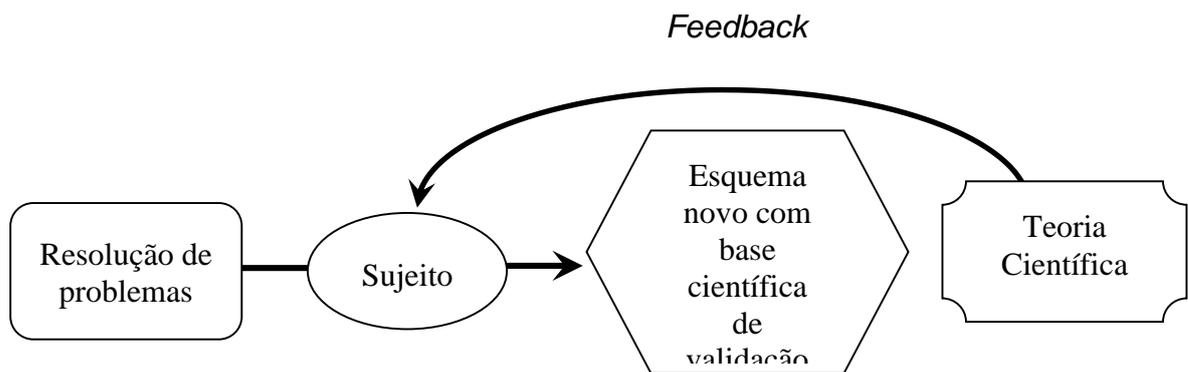
Fonte: Próprio autor.

Perceba que frente à resolução de problemas, especificamente de matemática, o aluno recorre a um esquema conhecido de solução, porém adapta novas estratégias, incrementando o esquema antigo e criando um novo.

A terceira situação, a situação de validação, nela o sujeito, frente à resolução de um problema, utiliza-se de demonstrações e estratégias que validem suas soluções, traçando caminhos encontrados com esquemas elaborados perpassando pela teoria vigente. Temos aqui, a racionalidade, onde há a verificação do que é conhecido pelo sujeito argumentativo.

Ressalto que o pensamento racional implicado na resolução de um determinado problema estará intimamente ligado ao contrato pedagógico firmado pelos conhecimentos teóricos acadêmicos históricos ligados intimamente a questão levantada pelo professor.

Figura 4 - Situação de Validação.



Fonte: Próprio autor.

Neste esquema, o aluno ao resolver um determinado problema, prova seus argumentos de modo que deve haver um convencimento sem contradições com a lógica da teoria relacionada com o assunto em questão.

O professor, neste tipo de situação, deve aprimorar o conhecimento do aluno mediante as argumentações realizadas, proporcionando ao estudante a conscientização de suas contradições sobre a teoria envolvida para impulsioná-lo a raciocínios cognitivos mais elevados, preparando-o para problemas posteriores. Vale ressaltar que o conhecimento aqui abordado pode ser determinado por aquele referente à educação básica de ensino.

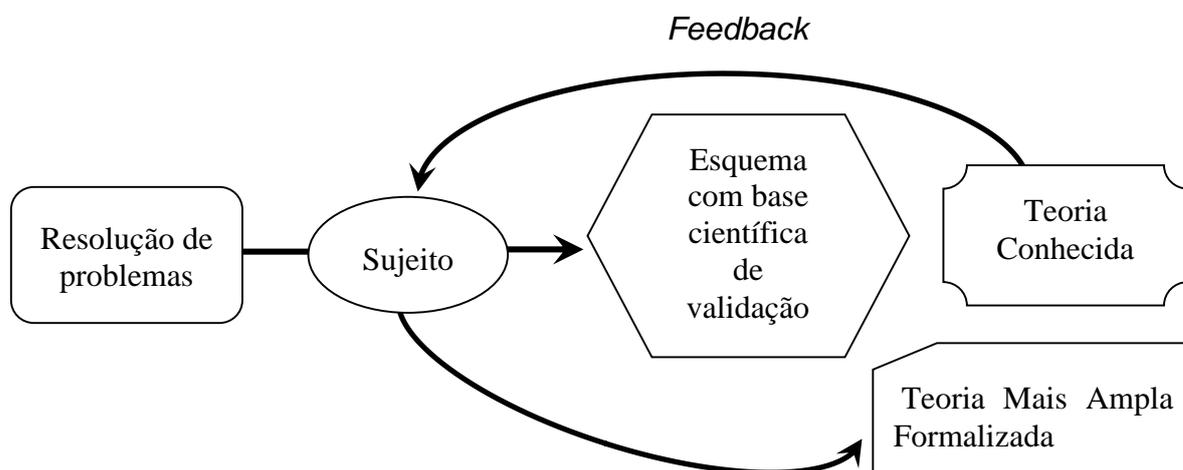
Por último, temos a situação de institucionalização, que é necessária para que o aluno tenha a compreensão do conteúdo envolvido na resolução de um determinado problema e o

domínio argumentativo teórico acadêmico, porém sente ainda a necessidade de aprimorar seu conhecimento interagindo a uma teoria maior do que aquela conhecida por ele.

Neste sentido, cabe ao professor proporcionar a este aluno um conteúdo formalizado de acordo com o anseio do estudante por ideias que posteriormente farão parte de seu acervo cultural acadêmico para resolver problemas considerados mais difíceis.

Observe que neste esquema, o professor faz uma formalização do conteúdo a ser trabalhado, levando em consideração o conhecimento teórico adquirido pelo aluno, assim o estudante entrará em contato com aspectos formais do conteúdo que será incorporado a seu saber teórico anterior, valorizando o que já sabe e proporcionando a construção de um novo conhecimento.

Figura 5 - Situação de Institucionalização.



Fonte: Próprio autor.

A esta última situação didática, Brousseau diz que é necessária tal institucionalização das situações para podermos ter avanços na teoria conhecida, pois:

“[...] os conhecimentos particulares, e até mesmo os públicos, continuariam contextualizados e tenderiam a desaparecer na maré das lembranças cotidianas, caso não fossem recolocados em um repertório especial, cuja importância e uso não foram confirmados pela cultura e pela sociedade.” (BROUSSEAU, 2008, p.32)

Além disso, as situações de institucionalização passam a ser um referencial para o estudante, pois “têm a finalidade de buscar o caráter objetivo e universal do conhecimento estudado pelo aluno. Sob o controle do professor, é o momento de proceder a passagem do

conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico.” (PAIS, 2001, p.73).

Neste contexto, o reconhecimento científico gerado é imprescindível para a validação do problema a ser resolvido, aumentando o acervo do conhecimento cultural do aluno a respeito do objeto em estudo, mesmo que seja um reconhecimento a nível somente de sala de aula.

Além das situações enumeradas acima, não podemos deixar de ressaltar a situação adidática, que para Brosseau, trata-se de o aluno recorrer a seu repertório de conhecimento que ele mesmo está construindo, sem relação alguma com qualquer situação prevista em algum contexto de ensino. E para Pais (2001, p. 68), a situação adidática é caracterizada pela presença de algum fenômeno de aprendizagem sem intencionalidade pedagógica direta ou indireta do professor, onde dentro de uma determinada situação didática, já descrita, poderemos ter uma diversidade de situações adidáticas.

O estudo teórico das situações didáticas, aqui propostas, é imprescindível para que o profissional em sala de aula possa orientar suas metodologias e propostas pedagógicas, produzindo conhecimento e adequando sua forma de trabalhar com a realidade vivenciada pelos envolvidos, formalizando ideias e estruturas para conceitos bem elaborados e de reconhecimento no campo da Educação Matemática, pois o professor em orientação com seus alunos pode adequar suas propostas pedagógicas a situações didáticas que favoreçam uma educação de qualidade.

3.4. O Método de Resolução de Problemas e Vocabulários Matemáticos

Dedicar tempo ao método apresentado por George Polya é imprescindível para tratar de resolução de problemas envolvendo matemática, pois como professor de matemática, o autor realizou grandes pesquisas em relação ao assunto em questão, até mesmo pesquisas de artigos constatam tão grande importância e relevância para temas atuais em discussão em relação ao ensino e aprendizagem envolvendo o estudo do objeto matemático, e ainda ao ato de pensar e repensar a solução para uma determinada situação matemática.

Neste sentido, considerar a reflexão diante de um problema matemático como uma forma de ensinar, torna-se evidente a busca por uma base histórica segura, pois foi a partir das ideias de Polya em 1944 que o método de Resolução de Problemas teve um panorama

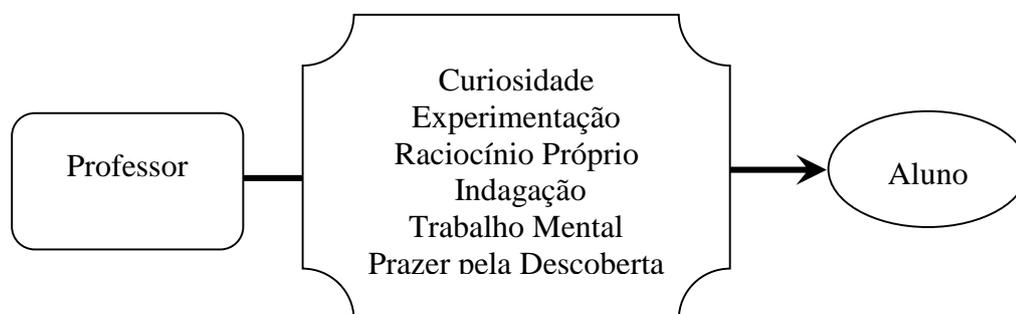
acadêmico abrangente para direcionamento de pesquisas de ensino e aprendizagens em sala de aula, o autor é considerado o “pai da resolução de problemas”, sendo assim:

Devemos acreditar que a matemática trabalhada em nossas salas de aula vai além de exercícios usuais com mera repetição de técnicas de resolução, poderemos ir além fazendo com que o conteúdo matemático trabalhado faça nossos alunos refletirem a respeito das questões levantadas, além de uma participação mais ativa entre professor e estudante, podemos dizer que instigar os educandos a descobrir seus próprios meios para se chegar a uma solução é dar liberdade intelectual para se ter indivíduos adultos criativos, que possam raciocinar independentemente de seus orientadores estudantis, tomando gosto pela matemática e sua prática para vida cotidiana ou acadêmica. (ONUChic, ALLEVATO,2011, p.77).

O professor de matemática deve proporcionar momentos para que os alunos possam criar suas próprias estratégias e não esperar que o professor o faça, a curiosidade deve ser presente na didática do ambiente escolar, pois as situações cotidianas não são passos definidos para obter soluções frente a problemas, podemos até obter por meio de pesquisa meios necessários para chegar ao caminho desejado, porém a execução leva em consideração minúcias próprias do sujeito, pensamentos, atitudes que fazem aquele caminho tomado sendo próprio do solucionador. E esta prática deve fazer parte das aulas de todo professor de matemática para dar suporte ao progresso acadêmico do aluno, pois “o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível” (POLYA, 2006, p.1).

Falar da atitude do aluno, do indivíduo reflexivo e do desenvolvimento de sua capacidade de invenção, podemos enumerar algumas atitudes que o professor pode assegurar a seus alunos ao direcioná-los a metodologia da resolução de problemas, pois segundo Polya, o professor possui inúmeras vantagens em utilizar em suas aulas o método da Resolução de Problemas:

Figura 6 - Interação na Resolução de Problemas.



Fonte: Próprio autor.

O estímulo cognitivo do aluno é potencializado frente ao método proposto, pois estimular o pensamento criativo, instigar a descoberta, a invenção, mesmo que seja algo correlato, que tenha relação com algo trabalhado ou conhecido anteriormente. Devemos revisitar conhecimentos para incentivar uma prática educativa que faça com que nossos estudantes tenham um acervo de *vocabulários matemáticos* a serem empregados diante de qualquer necessidade que venham a enfrentar.

Utilizo a expressão “*vocabulários*” no intuito de representar um acervo de linguagens matemáticas necessárias para o bom entendimento de questões relacionadas à resolução de problemas. Pois o diálogo a respeito de objetos matemáticos requer um conhecimento adequado com o assunto abordado, assim como o próprio ato de falar, neste sentido um indivíduo não poderia dialogar a respeito de figuras geométricas espaciais se conhecesse somente as planas. Do mesmo modo um indivíduo não poderia falar de futebol se conhece somente as regras do vôlei. A comparação da Matemática com a fala decorre de um ponto fundamental: “o fato de Matemática ser uma linguagem” (D'AMBROSIO, 1986, P.35).

Outro exemplo de vocabulários seria um indivíduo ler ou dialogar sobre heurística na abordagem de Polya (2006, p.99), sem conhecer o termo ou a forma como é empregada frente ao método de resolução de problemas. Pois, neste contexto, heurística teria o objetivo de estudar métodos e regras da descoberta e da invenção e quando utilizado como adjetivo (heurístico) significa algo que serve para descobrir. Logo deveríamos criar formas de abordar conceitos que favorecerão os nossos alunos a dialogar sobre o conhecimento matemático a ser discutido em sala de aula, tais informações ajudarão o bom entendimento das atividades pedagógicas desenvolvidas em sala de aula do professor de matemática.

Falamos de incógnitas, condicionantes, vértices, medianas, baricentros, ortocentros, dentre outros conceitos técnicos científicos acadêmicos tratados pelo professor em ambiente escolar como se fossem conceitos triviais, e na verdade tais conceitos só terão veracidade para os indivíduos que possuem um vocabulário matemático para o ano em que o aluno se encontra, pois não haveria sentido o professor do sexto ano do fundamental menor tratar de conceitos referentes a conteúdos voltados ao primeiro ano do ensino médio, o vocabulário deve estar adequado ao conhecimento formal que requer o ano de estudo vigente.

O bom entendimento da mensagem, envolvendo elementos próprios da área de Matemática, podem causar estranhezas durante a explicação, portanto cabe ao professor criar

estratégias para observar os repertórios dos alunos a respeito dos conhecimentos prévios que eles possuem do objeto em estudo apresentado durante suas aulas. No ambiente virtual temos a possibilidade de trabalhar alguns vocabulários os quais os alunos possuem alguma dificuldade de compreensão, como por exemplo: confundir os conceitos de Reta, Semi-reta, Segmento de reta; ou quando temos um problema envolvendo geometria espacial na qual temos uma Pirâmide e o aluno não consegue compreender os conceitos básicos do objeto apresentado, como Aresta, Vértice, Face.

Considero que o professor deve antes de adentrar na sala de aula com a proposta de resolução de problemas, demonstrada por Polya (2006), ter momentos de diálogo para com os alunos, favorecendo discussões destes vocabulários, trazendo posteriormente problemas tratando destes vocabulários discutidos, proporcionando ao estudante familiaridade com os problemas propostos. Creio que estas discussões podem ocorrer no ambiente virtual, aumentando o repertório do aluno para problemas que posteriormente serão apresentados pelo professor.

Acredito que o professor deve propiciar ao aluno momentos de reflexão sobre as questões e técnicas de resolução, porém não se deve confundir Problema com Exercício, pois segundo D'Amore (2007, p.300), Problema seria instrumento de aquisição de conhecimento, sendo objeto de ensino, o professor escolhe problemas seguindo processos didáticos, fazendo do aluno sujeito produtivo desses processos. Enquanto o exercício serviria para consolidar conhecimentos e habilidades, o professor escolhe as atividades, corrigindo e avaliando as respostas, cabendo ao aluno o papel somente de executor das propostas.

Os diálogos e orientações realizadas no grupo virtual foram bem recebidas pelos alunos, pois estes ficavam empolgados com os comentários e soluções apresentadas.

Nos grupos virtuais, os alunos dialogam a respeito de questões deixadas pelo professor no dia anterior, discutem conceitos matemáticos entre si e com o professor, este procura explicar os questionamentos dos alunos por meio de pequenos vídeos de no máximo 60 segundos de gravação. O importante de ressaltar nestas situações é o interesse do aluno por querer resolver o problema proposto no grupo virtual, querendo se envolver em interações positivas, aproveitando a facilidade de mandar vídeos e, mesmo não estando no horário de aula (noturno), o professor pode de alguma forma amenizar os anseios e angústias de seus alunos.

Em certa ocasião, surgiu um problema proposto do ENEM do ano de 2015, por pedido dos próprios alunos, veja que para manter o interesse dos alunos não podemos eleger qualquer

problema, porém se por solicitação dos mesmos, foi necessário abordar tais problemas, não há motivos para não atendê-los, visto que acredito em problemas correlatos para que os alunos tenham maior interesse nas discussões frente a resolução de problemas.

As imagens a seguir mostram o momento da postagem e as postagens de consideração de alguns alunos. Note, que na figura 4, mesmo estando num horário inapropriado para discussão (23:28), os alunos continuam postando mensagens e tecendo comentários.

Figura 7- Conversa Grupo Virtual

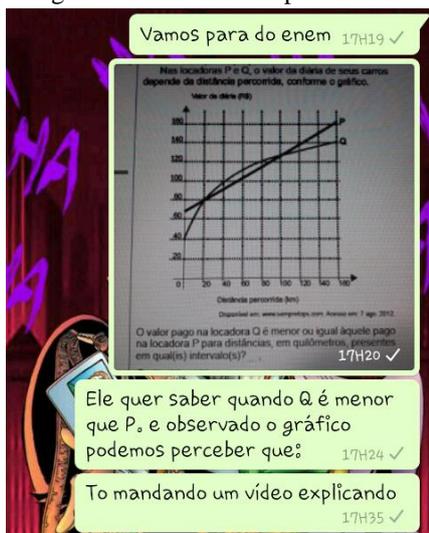
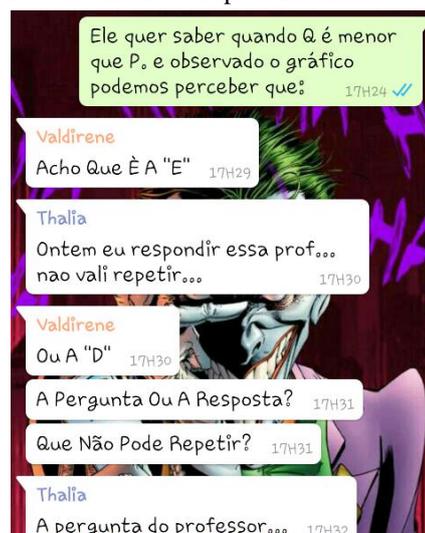


Figura 8 - Conversa Grupo Virtual



Trazer problemas propostos pelos próprios alunos é interessante para motivá-los. Na resolução de problemas em matemática proposta com apoio do whatsapp, temos que envolver os alunos nas interações ocorridas, pois daí surge ideias que podem ser aproveitadas para entender e solucionar o problema, mesmo que este pensamento não seja germinado pelo professor e decorra da experiência e atitudes do próprio aluno, pois podemos entender que no decorrer de muitas discussões e interações entre os envolvidos:

Há uma interpretação teórica das situações que não estão diretamente sobre o controle pedagógico, mas essa impossibilidade de controle não impede o reconhecimento de sua importância para aprendizagem, por certo, quando o aluno encontra-se em uma situação de pesquisa de solução de um problema, diversos procedimentos de raciocínio ocorrem sem o controle do professor. A riqueza das ideias provenientes do imaginário do aluno resume a busca de solução do problema. (PAIS, 2001, p.71).

Os debates sobre o ensino e aprendizagem fomentam discussões e reflexões sobre a didática, metodologia de ensino e interações entre professor e aluno no ambiente de sala de aula ou fora dela. Para tanto, o professor deve atuar como suporte de interação e integração entre os alunos utilizando os conhecimentos de redes sociais que possuem, em especial do Whatsapp,

para a socialização do saber matemático dentro ou fora do ambiente escolar, tudo a nível pedagógico e de interesse educacional.

4. TRAZENDO A TONA A PROBLEMATIZAÇÃO E REFLETINDO A PROPOSTA PEDAGÓGICA

Todo professor, comprometido com a educação, busca recursos necessários para manter a disciplina, o respeito, a interação, todavia por vezes nos deparamos com situações que nos fazem refletir sobre nossas atitudes profissionais, principalmente no que diz respeito às crianças e jovens estudantes.

Como atuante na área de educação em escola pública da rede estadual, necessito adotar certas posturas que nem sempre são aquelas próprias de minha personalidade. A esse respeito, como professor de matemática, sinto a necessidade e a preocupação de rever certos conceitos, no sentido de proceder diante dos alunos; cada palavra, cada gesto e ação de um modo geral tornam-se fator importante dentro do ambiente de sala de aula, pois noto que na maioria dos casos os alunos prestam, e muito, atenção no modo de interagir do professor em sala de aula.

O problema de socialização entre professor e aluno nas redes da escola pública reflete-se na diversidade cultural, fazendo com que o trabalho pedagógico do professor se torne ainda mais difícil quando seus alunos são praticamente “dominados pelas novas tendências tecnológicas”, é como se cada aluno fosse dependente do uso do celular, dos tablets, computadores de mão.

Em todas as aulas em escolas onde atuo o que mais observo, sem exceção, é celular escondido embaixo do caderno, é troca de mensagens através de "*Bluetooth*" (que faz a ligação usando ondas de rádio e corta a possibilidade de utilização de cabos), mensagens de texto, conversas em redes sociais dentre outras. Logo a impressão que dá é que os jovens estão mais conectados e interligados do que nunca, mesmo estando a distâncias quilométricas. Aos educadores que deparam-se com estes tipos de diversidades culturais, o ensino qualitativo requer uma visão da necessidade de novas experiências tecnológicas educativas que tenham por base os componentes sociais e integradores para situar o professor dentro do espaço tecnológico vivenciado pela maioria de nossos jovens.

Neste sentido, os computadores, a calculadora e as redes sociais podem servir como uma estratégia de interação social em situações diversas para a promoção de aprendizagens

orientadas pelo professor garantindo a troca de informações entre os alunos e os professores, demonstrando seus modos de agir, de pensar e de sentir, em um ambiente onde as pessoas, mesmo não se expondo diretamente, possam comunicar-se e expressar-se naturalmente.

Discutir e refletir sobre a inserção do uso de tecnologias em sala de aula e identificar as formas de inserção dos conteúdos curriculares da disciplina de matemática por meio de problemas feitos pelos próprios alunos ou pelo professor é imprescindível para o panorama atual de sala de aula observado, a utilização de redes sociais, em especial o whatsapp, como forma de interação social entre os envolvidos no processo de aprendizagem e escolarização, auxilia de modo a potencializar as aprendizagens em Matemática, tornando os alunos mais autônomos e atuantes de sua própria aprendizagem, e conseqüentemente o professor propicia momentos de aula no ambiente virtual ou fora dele, com experiências dinâmicas e atrativas.

Construir um plano de ensino com apoio pedagógico de pesquisa no celular, que possa contribuir para os processos de raciocínio na formulação das relações entre conteúdo teórico e prática educativa nas etapas de produção do conhecimento matemático é de fato algo a se refletir de modo a ter uma organização favorável a tal prática de ensino. Atentar para postagens de conteúdos pedagógicos e discussão dos mesmos, tendo ainda como opção conversas particulares entre os próprios alunos divididos em pequenos grupos virtuais gera mais independência entre os envolvidos e melhora a relação de dentro de sala de aula.

A reflexão que surge em meio a tanta discussão é a de que mudanças de comportamento poderiam ser observadas? Quais bloqueios cognitivos poderiam ser superados com a proposta pedagógica com o uso do whatsapp na EJA? Quais seriam as posturas adotadas pelos envolvidos na aplicação do referido projeto de ensino? Quais benefícios de se trabalhar com esta prática de apoio as aulas? São indagações que permeiam o pesquisador no envolvimento de se propor a realizar a pesquisa, porém ainda outras indagações virão a surgir durante todo o processo de trabalho de campo.

O projeto proposto, da forma como foi idealizado, demonstra alternativas de desvinculação com aulas centradas em formulas mecanicistas e memorísticas, sugere-se um planejamento bem elaborado de ações e intenções, abordando propostas educacionais voltadas a uma educação de fato, visando uma melhoria da qualidade de ensino não somente da matemática, mas também em outras disciplinas (caso alguém queira adequar para sua área de ensino), além de incentivar os alunos a interagirem com os colegas e professores, seguindo uma tendência que já é real em seus cotidianos (que é o caso do uso de tecnologias nas interações

sociais), pois acredito enquanto ferramenta ser capaz de estimular não apenas o raciocínio lógico-matemático, mas também a busca de melhorar a qualidade das decisões através da reflexão, uma vez que no grupo virtual criado pelo professor o aluno expõem suas ideias de modo a proporcionar a interação entre todos os participantes do grupo.

Agregar ao ensino da Matemática atuações coletivas e individuais, globalizada e particular que tornam as redes sociais um ambiente propício para as práticas pedagógicas, permitindo modificar o fazer pedagógico na busca por despertar o interesse do aluno pelo aprendizado.

6. O LOCUS DA PESQUISA

A pesquisa faz referência a 25 alunos do ensino da modalidade da Educação de Jovens e Adultos, da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cidade de Emaús localizada no Bairro do Benguí, na turma da 2º Etapa do ensino médio (2º ano e 3º ano condensados). Trabalhando em uma modalidade de aceleração, acredito que a organização pedagógica não pode ter característica de aula comum, pois o aluno que retorna para sala de aula depois de muito tempo, com idade avançada (alunos entre 22 e 52 anos), com filhos e trabalhando nos turnos alternativos aos da escola, não sentirá entusiasmo algum com metodologias tradicionais, é necessário sondar junto aos alunos o que seria mais interessante de trabalhar dentro do conteúdo programático de matemática proposto pela Secretaria Estadual de Educação e qual a melhor forma de apresenta-los.

Em relação ao que proponho a ser trabalhado no decorrer da pesquisa, não houve dificuldades na escolha do objeto matemático, pois os próprios alunos o elegeram para estudo, o conteúdo matemático sobre o estudo de Matrizes foi selecionado no momento em que os alunos observaram uma aula realizada no contraturno da referida escola, consideraram interessante e optaram por assim mostrar para os outros alunos da turma em questão, todos acharam relevante o estudo e encontraram de imediato algum tipo de relação com questões cotidianas, no que diz respeito ao numero de linhas e colunas do conceito de matrizes: a arrumação das carteiras da sala de aula, furos de ventilação da parede, a organização da caixa postal dos correios, o formato do tabuleiro de xadrez. Não faltaram opiniões empolgadas dos alunos acerca do que seria uma representação de uma matriz, logo pareceu produtivo definir ali o objeto matemático para referida pesquisa.

A pergunta de pesquisa, “como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção autônoma do conceito e a interação do aluno direto com o conceito matemático a partir da mídia?” surgiu pela problemática de muitos professores reclamarem do uso inadequado do celular durante as aulas, expressões do tipo: “esses alunos só pensam em redes sociais, não querem nada sobre estudo!”, “deveria ser proibido celular na escola!”.

Acredito que os professores devem utilizar a tecnologia para a aprendizagem dos seus alunos, demonstrando interesse naquilo que os alunos consideram interessante (no caso o que está na moda é o whatsapp, opinião dos próprios alunos), fazendo com que o estudante busque conhecimento de interações com a tecnologia: vídeos, pesquisas, imagens, mapas, etc. logo neste sentido o professor deve promover autonomia de aprendizagem nos alunos por meio da motivação.

O professor deve ser cauteloso, pois assim como um aluno de 8º ano do fundamental que demonstra estranhamento no estudo de equações algébricas, cálculos envolvendo letras, na qual o aluno sai do ambiente da aritmética para o ambiente da álgebra; o professor deve ter o cuidado em se trabalhar o conteúdo matemático proposto e explorar o ambiente envolvido, pois será o primeiro contato dos alunos com o assunto de matriz, como este conteúdo só é explorado geralmente no segundo ano do ensino médio, o aluno pode sentir dificuldade se o professor não apresentar clareza no conceito matemático abordado durante suas aulas.

Neste sentido, já realizado um contrato pedagógico com os envolvidos, propõe-se uma aula mista, dividida em dois momentos: presencial e formal:

Quadro 3 - Aula Mista.

<p>(1) Aula Presencial:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realizada dentro do ambiente de sala de aula; • Intencionalidade de trabalhar o conteúdo proposto; • Tempo escola, presencial; • Professor, quadro magnético, aluno, característica de aula formal; • Resolução de Problemas; 	<p>(2) Aula à Distância:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realizada dentro do ambiente virtual (plataforma <i>Whatsapp</i>); Intencionalidade de discutir conceitos matemáticos; • Tempo comunidade, aula à distância orientada; • Professor, imagens, diálogo (mensagens escritas ou voz), vídeos, aluno, aula criativa;
--	---

Fonte: Próprio autor.

Em relação à questão temporal teremos: quatro aulas presenciais durante a semana para tratar do conceito de matrizes e três encontros semanais no whatsapp (fórum de discussões) para discutir conceitos sobre a propriedade do conteúdo trabalhado. Na sala de aula temos o método de Polya (2006), buscando uma maneira de pensar o problema de modo a descobrir a solução, onde se aplicam os quatro passos do autor para poder resolver um problema. Considerado método heurístico (heurística moderna), parte da filosofia que se dedica a inventar maneiras de resolver problemas, procurando compreender o processo solucionador desses problemas (POLYA, 2006, p.100). Nesta ordem, temos os passos:

(1) Compreensão do Problema: é preciso compreender o problema, ter uma leitura atenta;

Algumas heurísticas: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?

(2) Estabelecimento de um Plano: é necessário encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Caso necessário, procurar problemas correlatos, buscando em seu repertório algo que faça uma conexão para chegar a um plano para resolução.

Algumas heurísticas: Já viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece algum problema correlato? (é possível utilizá-lo? Ou o seu método?). Conhece um problema que lhe poderia ser útil? É possível resolver parte do problema? (até onde consegue resolver), considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Caso não consiga resolver o problema proposto, procure antes resolver um problema correlato. É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?

(3) Execução do Plano: Execute o plano traçado (ação). Verifique cada passo.

Algumas heurísticas: É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?

(4) Retrospecto: Examinar a solução obtida, assim como correlacionar com outras soluções ou verificar se sua solução se adequa a outro problema.

Algumas heurísticas: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou método, em algum outro problema?

O segundo momento, aula à distância, tem como um dos objetivos, fazer com que os alunos da EJA trabalhem dialogicamente no grupo virtual whatsapp, buscando a autonomia dos envolvidos, pois assim como um trabalho ou um “dever de casa” que o professor propõe para os alunos levar em um dia da semana para entregar em outra, o ambiente virtual fora da sala de aula funcionará como um fórum de discussão, orientado pelo professor, com os alunos interagindo, trocando mensagens, enviando respostas, pesquisando, dialogando, ou seja, trocando informações entre si, provocando assim a autonomia dos mesmos.

Dentro do ambiente virtual, o objeto matemático em estudo, seu conceito é estruturado de forma que as informações sejam divididas em telas, o aluno no fórum de discussões deve olhar cada tela e analisar a informação contida, que sempre será algo objetivo e pontual, pois a plataforma do whatsapp possui a característica de uma leitura imediata, sendo assim o professor deve postar imagens que caibam em uma tela de celular, seguido de textos curtos, para os alunos observarem a imagem, refletirem sobre o conceito matemático no estudo de matrizes que esta sendo envolvido, e assim responderem a mensagem. Neste sentido, trabalha-se o princípio da síntese matemática em poucas palavras, telas ou em vídeos curtos.

No grupo do whatsapp, tendo como identidade a turma do 2º EJA médio, os sujeitos envolvidos terão um espaço para que possam ter um diálogo que será tematizado por meio do conceito matemático estudado anteriormente na sala de aula, que no caso da referente pesquisa seria o estudo de matrizes, ou em alguns casos se discute algo que por algum motivo os alunos tenham necessidade de expor, contanto que não fuja do objeto matemático proposto, pois a flexibilidade é importante para ter a confiança dos alunos e ter um bom andamento das atividades, porém temos que priorizar o estudo para não se perder o foco da pesquisa.

A conversa em um ambiente virtual pode ser facilmente direcionada para outro momento que não seja educacional, logo o professor deve ter o cuidado para que os

participantes do grupo no whatsapp não percam o foco das discussões (que é o de tratar dos conceitos matemáticos envolvendo o estudo de matrizes), melhorando os vocabulários em sala de aula e aumentando o repertório dos alunos a cerca do conhecimento matemático na resolução de problemas.

No whatsapp envolto por discussões o professor propõe, geralmente no encontro de final de semana, problemas para que os alunos possam construir e estruturar seus próprios problemas, para que os mesmos se apropriem dos elementos matemáticos envolvidos e tenham mais facilidade no entendimento em contato com problemas correlatos.

Para construir um parâmetro de como vem sendo apresentado o conteúdo de matrizes no ensino médio, mostrou-se necessário apresentar um pequeno levantamento de livros e suas abordagens:

Quadro 4 - Livros e Suas Abordagens.

Matemática Paiva, volume 2, São Paulo, Ed. Moderna, 2013.	Matemática: ciências e aplicações, volume 2, São Paulo, Ed. saraiva, 2010.	Matemática Dante, volume único, São Paulo, Ed. Ática, 2005.	Álgebra II: Matrizes, Determinantes, probabilidades, sistemas lineares, análise combinatória. São Paulo, Ed. Moderna, 1975.
---	--	---	---

<ul style="list-style-type: none"> - Um pouco de história, conceito, definição, representação genérica; - Matrizes especiais: quadrada, identidade, nula e transposta; - Igualdade de Matrizes; - Adição de Matrizes; - Matrizes Opostas; - Subtração de Matrizes; - Multiplicação de um número real por uma Matriz; - Multiplicação de Matrizes; 	<ul style="list-style-type: none"> - Introdução, um pouco de história, definição e representação; - Matriz Transposta - Igualdade de Matrizes; - Adição de Matrizes; - Matriz Oposta; - subtração de Matrizes; - Multiplicação de um número real por uma Matriz; - Multiplicação de Matrizes; - Matriz Identidade; - Matriz Inversa; 	<ul style="list-style-type: none"> - Introdução, definição e representação genérica; - Matriz Quadrada; Triangular; Diagonal; identidade; Nula; - Igualdade de Matrizes; - Adição de Matrizes; - Subtração de Matrizes; - Multiplicação de um número real por uma Matriz; - Matriz Transposta; - Multiplicação de Matrizes; - Matriz Inversa; 	<ul style="list-style-type: none"> - Definição; - Matriz linha e coluna; - Matriz Quadrada; - Igualdade; - Adição; - Produto por um número; - Produto de Matrizes; - Matriz Transposta; - Matrizes inversíveis;
---	--	--	--

Fonte: Próprio autor.

Os livros: Manoel Paiva (2013), Matemáticas e Aplicações (2010) e Luiz Roberto Dante (2005), foram escolhidos por serem exemplares existentes na escola da referida pesquisa e fazerem parte do repertório dos alunos, não só desta instituição (Cidade de Emaús) como da maioria das escolas da Rede Estadual de Educação, pois ao realizar a disciplina “Tratamento da Informação” (Março a Junho de 2016), no curso de mestrado profissional na UFPA (Universidade Federal do Pará), com o professor José Messildo Viana Nunes, onde para concluir sua disciplina tivemos que fazer um pequeno levantamento acerca do livro didático utilizado por algumas escolas, por meio disto pudemos confirmar tal situação, segue alguns dados levantados durante a realização da disciplina:

Quadro 5 - Levantamento da Utilização de Livros Didáticos.

ESCOLAS VISITADAS	LIVROS UTILIZADOS
-------------------	-------------------

7	2: Joamir Souza, Novo olhar Matemático; 2: Manoel Paiva, Matemática Paiva; 1: Smole e Diniz, Matemática Ensino Médio; 2: Dante; Matemática Contextos e Aplicações;
6	3:Dante, Volume único, Matemática Dante; 2: Manoel Paiva, Matemática Paiva; 1:Iezzi, Dolce ,Matemática Ciências e Aplicações;
9	3: Dante, Volume único; 4: Manoel Paiva, Volume único; 2: Bonjorno e Giovani, Matemática Completa;
5	5: Dante, Matemática Contextos e Aplicações;

Fonte: Próprio autor.

Neste pequeno levantamento dois livros didáticos de Matemática do ensino médio tiveram destaque: Manoel Paiva e Luiz Roberto Dante, com 8 turmas utilizando Paiva e 13 turmas utilizando Dante em suas aulas do Ensino Médio. Logo, observar o tratamento de matrizes nestes dois livros seria algo no mínimo interessante, já que muitos professores os utilizam em suas aulas. E no que se refere à matriz deixa um pouco a desejar na definição dos elementos da matriz genérica, pois estes livros trazem uma abordagem bastante resumida: “*indica-se por a_{ij} o elemento posicionado na linha i e coluna j de uma matriz A* ”. este conceito não satisfaz algumas situações podendo gerar confusões na representação dos elementos posicionados em linhas e colunas maiores que 9.

O livro “Álgebra II” de Guelli, Iezzi e Dolce (1975), foi escolhido por ser o único dentre os quatro que aborda inicialmente o conceito de matrizes envolvendo funções e par ordenado, o que facilitou aos alunos identificarem os elementos de uma matriz “ m por n ” ou um elemento “ a_{ij} ” sem confundir na representação da posição de linhas e colunas na matriz algébrica.

Um exemplo disso seria uma matriz de 10 linhas e 11 colunas, ou seja uma matriz 10 por 11 ou simplesmente 10x11. A representação de alguns elementos na matriz genérica seria:

- 1ª linha e 1ª coluna, representaríamos por a_{11} .
- 2ª linha e 3ª coluna, representaríamos por a_{23} .

- 5ª linha e 6ª coluna, representaríamos por a_{56} .

Logo se tivermos números que não confunda a posição existente entre linhas e colunas a representação será direta, porem ao deparar-se com elementos que estão em posições de linhas e colunas maiores que 9 gera confusão na representação pois:

- 10ª linha e 11ª coluna, representaríamos por a_{1011} ? Pois aqui não fica claro a posição linha coluna do elemento da matriz algébrica.

Neste sentido, houve necessidade de uma definição esclarecedora sobre tal dúvida, o que foi resolvido na abordagem do livro “Álgebra II”, que traz em sua definição os seguintes dizeres: “O número a_{ij} é chamado imagem do par (i, j) ”. Logo para os exemplos anteriores teríamos:

- a_{11} sendo imagem do par $(1, 1)$.
- a_{23} sendo imagem do par $(2, 3)$.
- a_{56} sendo imagem do par $(5, 6)$.

Sendo assim, para nosso dilema teríamos:

- 10ª linha e 11ª coluna, representaríamos por $a_{(10,11)}$ sendo imagem do par $(10, 11)$, não havendo confusão entre linha e coluna.

No que se refere à avaliação dos alunos, proponho uma avaliação dinâmica, que será estruturada em três partes (conforme anexo):

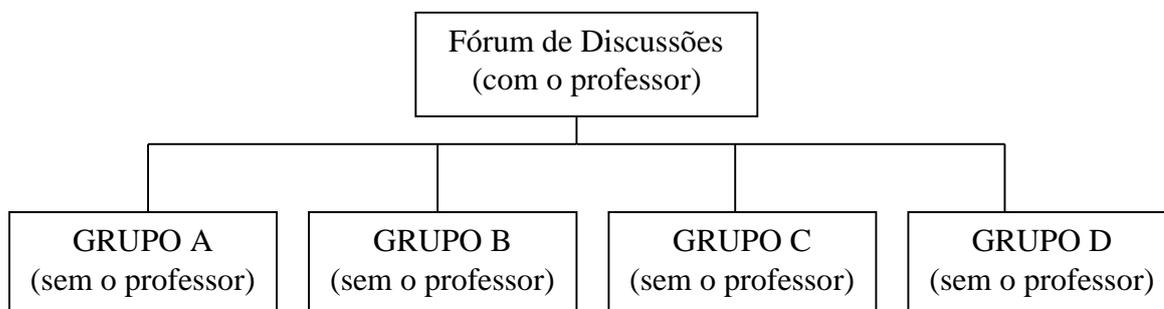
(1) Primeira Parte: Questão Objetiva com dez afirmações para o aluno analisar, contextualizada a partir dos conteúdos estudados nas aulas presenciais.

(2) Segunda Parte: Questões subjetivas (três no total), para o aluno responder de forma dissertativa, operando e explicando. Estas questões serão contextualizadas a partir das discussões realizadas nos fóruns do whatsapp.

(3) Terceira Parte: solicito a formação de quatro equipes em sala de aula, onde cada uma terá um grupo no whatsapp, que chamo aqui de subgrupos, que serão de total responsabilidade dos membros da equipe. O objetivo é que os alunos interajam sem a

interferência do professor, exercitando e dialogando o que foi trabalhado no fórum de discussões (grupo com todos, incluindo o professor), este isolamento é essencial para dar mais autonomia aos envolvidos, formando um esquema de interação da seguinte forma:

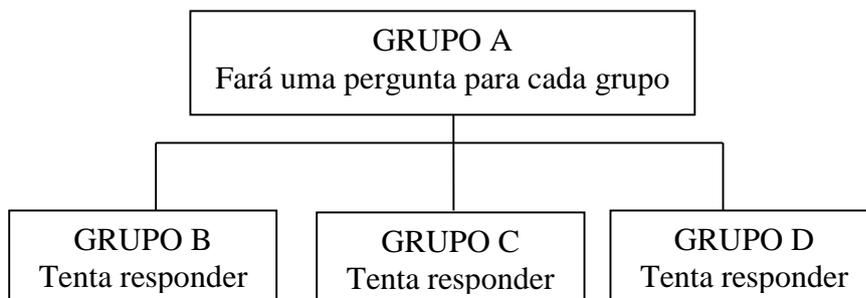
Figura 9 - Formação de Grupos Isolados Sem a Interação do Professor.



Fonte: Próprio autor.

Para o professor explorar o que está sendo trabalhado nos subgrupos e observar o envolvimento e interação entre os envolvidos, cada equipe formada trará três perguntas e três respostas, logo cada grupo trará problemas cuja resposta já conhece. A dinâmica será a seguinte, em aula presencial:

Figura 10 - Atividade de Perguntas e Respostas.



Fonte: Próprio autor.

O grupo A propõe a pergunta e o grupo B tenta responder caso o grupo B não consiga responder a pergunta proposta pelo grupo A, a pergunta volta para o grupo A responder, lembrando que o grupo A já traz a resposta previamente, em seguida os alunos avaliarão se a resposta está correta.

Em um segundo momento, o grupo A fará o mesmo, trazendo uma pergunta ao grupo C e depois ao grupo D. A dinâmica continua: o grupo B fará uma pergunta para cada equipe e

caso alguma equipe não saiba a resposta, ele mesmo (grupo B) tenta responder. No final cada equipe fará três perguntas e tentará responder a três problemas propostos pelas outras equipes. A pontuação será de: 1,0 ponto para cada resposta correta e 2,0 pontos se conseguir provar que alguma resposta está incorreta.

Neste terceiro momento, que denomino de dinâmica de perguntas e respostas entre os alunos, avalio se os estudantes conseguem elaborar problemas compreendendo as respostas do conhecimento matemático que foi tratado na sala de aula ou no ambiente virtual whatsapp.

O papel do whatsapp não é o de ensinar matemática, e sim o de gerar o diálogo acerca de matemática, entre alunos e entre professor e aluno. A proposta pedagógica a que se propõe esta dissertação é a de se trabalhar, em um segundo momento, a matemática fora do ambiente escolar (sala de aula), onde o whatsapp será somente o meio para o diálogo entre os envolvidos, trazendo uma avaliação dinâmica (diversificada), com vários momentos onde o aluno poderá expor suas ideias, interagindo com o conhecimento e participando de sua própria aprendizagem. Teremos, portanto, como produto da pesquisa uma aula dialogada com o uso do whatsapp.

6. DESCRIÇÃO DO PRODUTO E ESTRATÉGIAS DE AÇÃO

Neste capítulo apresento as atividades pedagógicas realizadas junto aos alunos da pesquisa em instantes intercalados relacionados com momentos presenciais em sala de aula e momentos virtuais na plataforma whatsapp. Na sala de aula utilizo o método de Resolução de Problemas descrito por Polya (2006), com seus cinco passos de estratégia já mencionados no capítulo anterior; no grupo virtual realizo postagens de atividades referentes a assuntos trabalhados presencialmente, dando continuidade no raciocínio da aula anterior para aumentando assim o repertório dos alunos sobre o conhecimento do estudo de Matrizes.

6.1. Atividade Presencial 1: Introdução ao Estudo de Matrizes

Na primeira semana de aula presencial, ocorrida no dia 01 de Junho de 2016, tivemos a introdução ao estudo de Matrizes que ocorreu por meio da discussão sobre a representação em relação a linhas e colunas. Como os alunos nunca haviam tido contato com tais conceitos considerei importante discutir o que seria uma matriz e como ficariam dispostos seus elementos.

Não se apresentei de imediato a definição, foram apresentadas as seguintes matrizes para discutirmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad [5] \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Apareceram expressões do tipo: “são tabelas?”, “valores de alguma pesquisa só com os números?”, “não sei o que pensar professor!”, “são quadrados?”. Não faltaram indagações interessantes para tratar sobre a representação de matrizes com os dados numéricos. Considerando que já havíamos indagado bastante sobre os dados mostrados, de onde poderiam ter saído ou de como poderíamos obtê-los, considerei o momento apropriado de comentar o conceito apresentado pelo livro didático Matemática Paiva (2013, pag.95): “chama-se matriz do tipo $m \times n$ toda tabela de números dispostos em m linhas e n colunas”. A partir daí tratamos de encontrar linhas e colunas nas representações apresentadas inicialmente para encontrar o tipo de matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} 2 \times 2, \text{ pois trata-se de uma matriz de 2 linhas e 2 colunas.}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} 3 \times 2, \text{ pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 2 colunas.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix} 3 \times 3, \text{ pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 3 colunas.}$$

$$[5] 1 \times 1, \text{ pois trata-se de uma matriz de 1 linha e 1 coluna.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix} 3 \times 1, \text{ pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 1 coluna.}$$

Depois desta atividade passamos a discutir onde poderíamos observar algo e aceitar que aquilo serviria como uma representação de uma matriz, confesso que a resposta esperada seria: tabelas de preços, pontos de jogos de futebol, valores apresentados em jornais, notas de provas e avaliações, etc. Porém o surpreendente foi observar as respostas rápidas dos alunos: “alunos enfileirados olhados de cima”, “furos de ventilação na parede”, “botões de camisa” “tabuleiro de damas”, etc. no envolvimento de tantas discussões pertinentes os alunos criaram alguns problemas interessantes:

- (1) – “João”: se um tabuleiro de xadrez tem a forma de uma matriz 8×8 , sabendo que cada jogador tem 16 peças, que matriz formaria os espaços vazios?
- (2) – “Maria”: em uma plantação de mudas, querendo plantar 16 mudas de açaí, em forma de uma área quadrada, com um espaço de 2m entre elas. Olhando a plantação de cima, teríamos que tipo de matriz?

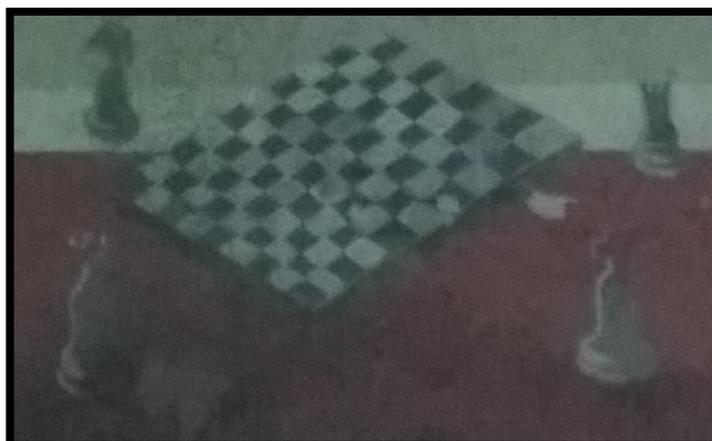
Observando as questões formuladas, os alunos formaram equipes para resolver as questões, adotei o método de Polya (2006) durante a aula, desenvolvendo as quatro etapas já mencionadas anteriormente. Neste momento os alunos receberam um “auxílio discreto” do professor, pois considera-se que “o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível” (POLYA, 2006, p. 1).

Em relação à questão (1), os alunos foram orientados a entender o problema (1º passo), instigando-os a organizar os dados, neste sentido alguns alunos puseram-se a indagar:

- “Pedro”: *Uma matriz 8 por 8, tem oito linhas e 8 colunas não é professor?*
- “Alves”: *Seria interessante desenhar um tabuleiro de xadrez professor?*
- “Lene”: *Tem um tabuleiro de Xadrez pintado na parede da escola!*

Aproveitando a empolgação dos alunos fomos verificar a imagem pintada na parede da escola:

Figura 11 - Xadrez Pintado na Parede da Escola.

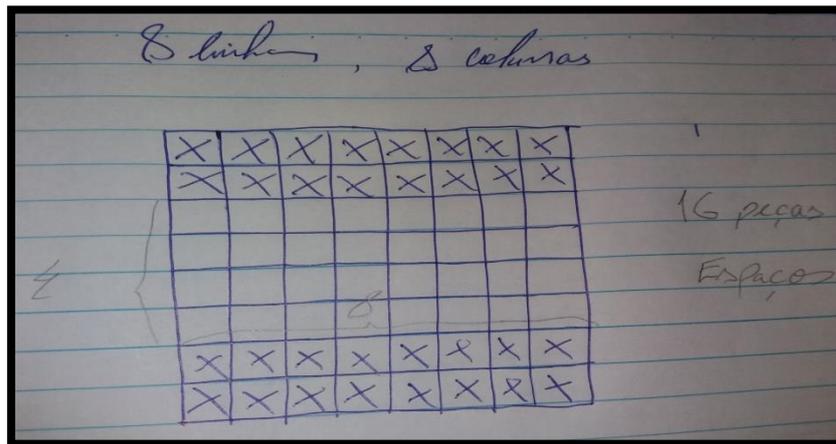


Fonte: Próprio autor.

Porém ao analisarmos a imagem pintada notamos que seria inviável utiliza-la para solução do problema (1), pois o desenho não formava uma matriz 8x8. No desenho os alunos notaram que tratava-se de uma matriz 9x10. Logo houve um consenso entre os alunos que a melhor estratégia seria a de “Alves”, logo se puseram a desenhar o tabuleiro.

Ao desenhar o tabuleiro, pensamos o que poderia ser feito para chegar a solução do problema (passo2). Logo ficou decidido que fariam marcações nos “quadrinhos” onde ficariam as peças do tabuleiro no inicio do jogo, e os “quadrinhos” restantes seriam a solução do problema. Traçado a estratégia os grupos, os alunos puseram-se a desenvolver o plano (passo 3):

Figura 12 - Resolução dos Alunos da Questão1.



Fonte: Próprio autor.

Acabado a resolução, fazendo o retrospecto do que foi feito na resolução (passo 4), comparamos alguns desenhos de outras equipes e concluímos que tratava-se de uma matriz de 4 linhas e 8 colunas, ou seja, matriz 4x8.

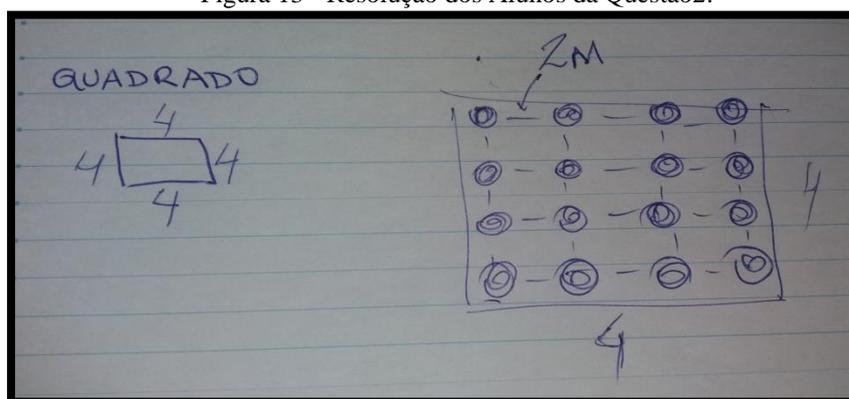
Já o problema (2), foi bastante discutido, pois havia muitos dados e nenhum desenho ou imagem para ser utilizado de parâmetro:

- “Luana”: *Será que seria preciso desenhar um quadrado?*
- “Maria”: *Quando pensei no problema não imaginei quadrado?*

- “Aleson”: *Mas 16 mudas podem formar um quadrado? E esses 2m?*
- “Gabriele”: *Professor acho que basta fazer fileiras de 4 mudas em cada!*

Notando que os alunos já traçavam algumas estratégias interessantes (passo 1 e 2), pusemo-nos a desenhar (passo 3) e discutir os resultados (passo 4), parece que a estratégia de desenhar foi bem aceita entre os alunos:

Figura 13 - Resolução dos Alunos da Questão2.



Fonte: Próprio autor.

Comparando resoluções os alunos chegaram à conclusão que não havia necessidade no cálculo para utilização do dado: 2m, que poderia haver no enunciado apenas que precisaria de um espaço entre as mudas. Que organizando as mudas em fileiras de 4 (ideia de Gabriele), teríamos uma matriz em forma de quadrado com 4 linhas e 4 colunas, ou simplesmente 4x4.

Vale ressaltar que “Maria” fez questão de colocar os 2m na proposta, pois quando estava no interior era necessário exatamente este espaço para plantar, logo não imaginou que seria desnecessário para resolução da questão.

Como Polya (2006, p.7) nos diz: “As boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos”. Neste sentido faz-se necessário acessar este repertório dos alunos para que surjam bons problemas e ótimas resoluções.

6.2. Atividade Virtual 1: Representação de Matrizes

Aproveitando as atividades em sala de aula, em 05 de Junho de 2016, tivemos nosso primeiro encontro no grupo virtual intitulado: “Fórum / Matriz / Médio / 2º EJA”, onde foi

acordado, anteriormente, junto aos alunos que os assuntos levantados no “Fórum de discussões” seriam relacionados a algo já trabalhado em sala de aula. O grupo virtual seria um espaço que serviria para discutir as atividades realizadas pelos alunos e explorar os vocabulários matemáticos próprios do conceito de Matrizes para consequentemente aumentar o repertório dos alunos acerca do conteúdo abordado pelo professor.

Explorar os vocabulários matemáticos é importante, pois facilita a comunicação entre os envolvidos, acreditando que os termos matemáticos não devem ser evitados e sim trabalhados de modo que fiquem claro aos alunos os conceitos matemáticos envolvidos (LEBLANC; PROUDFIT; PUTT, 1997, p.152).

Como primeira atividade no grupo virtual whatsapp, aproveitando a visão dos alunos em relacionar algo do cotidiano com a forma de linhas e colunas de uma matriz, foi postado a seguinte atividade: “*postar uma foto capturada pelo seu celular que você considere que seja uma representação de uma Matriz, afirmando sua forma $m \times n$, ou seja, m -linha e n -coluna*”.

Nas postagens, Surgiram muitas imagens interessantes e discussões produtivas:

Figura 14 - Conversa Grupo Virtual.

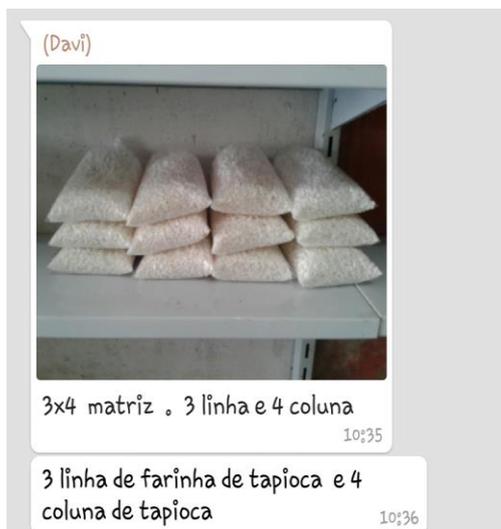


Figura 15 - Conversa Grupo Virtual.



Fonte: Print screen do celular do autor.

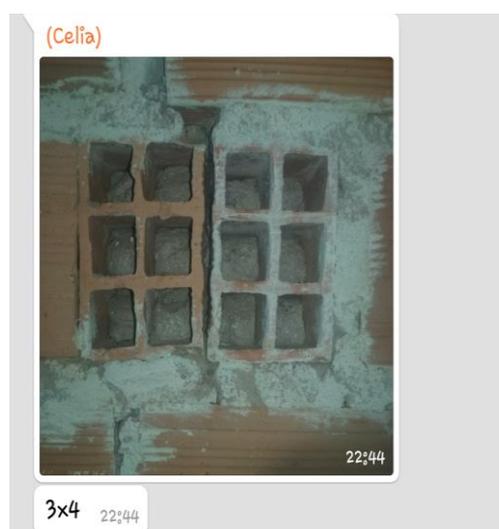
Figura 16 - Conversa Grupo Virtual.



Fonte: Print screen do celular do autor.

Fonte: Print screen do celular do autor.

Figura 17 - Conversa Grupo Virtual.



Fonte: Print screen do celular do autor.

O envolvimento com a atividade proposta foi bastante proveitosa, os alunos representaram os elementos de uma matriz e a quantidade de linhas e colunas em imagens que, para eles, ficaram evidentes a existência de uma relação direta com a atividade de sala de aula. Considero que esta proposta estaria ligada a atividade de “reconhecimento”, onde o resolvidor a realiza como forma de recordar um fato específico, uma definição (BUTTS, 1997, P.33) ou, no caso, uma definição de matriz: “matriz $m \times n$, seria toda tabela de números dispostos em m linhas e n colunas” (PAIVA, 2013, pag.95), esta definição parecia satisfatória para a maioria dos envolvidos na atividade proposta, porém para “Dona Lúcia” não estava tão trivial:

Figura 18 - Postagem de “Dona Lúcia”.

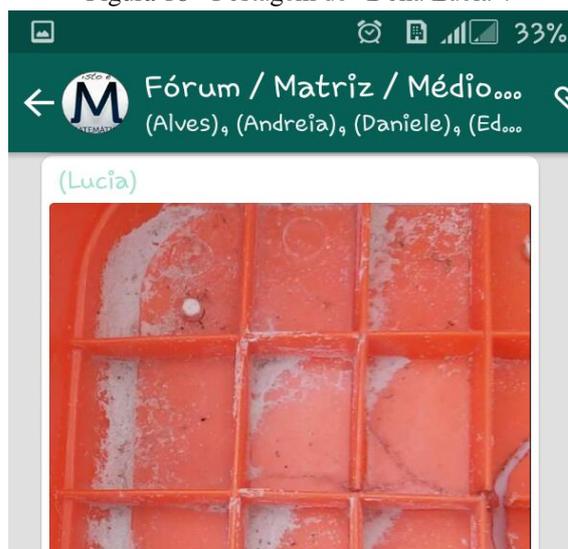


Figura 19 - Comentário do Professor.



Fonte: Print screen do celular do autor.

Fonte: Print screen do celular do autor.

Quando indagado sobre o equívoco, “Dona Lucia” disse que considerava como linha os espaços existentes entre os elementos na horizontal, assim como considerava coluna os espaços deixados pelos elementos na vertical. Sendo assim foi mandada uma mensagem de voz, indicando que: *“o que consideramos como linha em uma matriz seria a sequência de elementos dispostos na horizontal e a coluna seria a sequência de elementos dispostos na vertical”*. Logo em seguida “Dona Lucia” agradeceu e postou outra imagem para ter a certeza se havia realmente entendido.

Neste momento, ficou evidente a forma como a tecnologia móvel encurta a distância entre professor e aluno, dando oportunidade de trocar ideias, mudar posicionamentos e adquirir autonomia na busca por conhecimento, pois utilizar a internet para interagir, câmeras de celular para registrar momentos, molda o ambiente de estudo “criando novas dinâmicas” para trabalhar a Matemática (BORBA, 2014, P.77).

6.3. Atividade Presencial 2: Representação Genérica de Matrizes

Neste segundo encontro, no dia 08 de Junho de 2016, discutimos a representação genérica de uma matriz, que segundo Paiva (2013, pag.95), seria: “A indicação por a_{ij} o elemento posicionado na linha i e na coluna j de uma matriz A ”. Assim teríamos:



$$A_{m \times n} = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{matrix}$$

Temos a apresentação dos elementos da matriz A com seu respectivo posicionamento de linha e coluna:

a_{11} - seria o elemento posicionado na 1ª linha e 1ª coluna da matriz A

a_{21} - seria o elemento posicionado na 2ª linha e 1ª coluna da matriz A

a_{31} - seria o elemento posicionado na 3ª linha e 1ª coluna da matriz A

a_{23} - seria o elemento posicionado na 2ª linha e 3ª coluna da matriz A

⋮

a_{m1} - seria o elemento posicionado na linha “m” e 1ª coluna da matriz A

a_{1n} - seria o elemento posicionado na 1ª linha e coluna “n” da matriz A

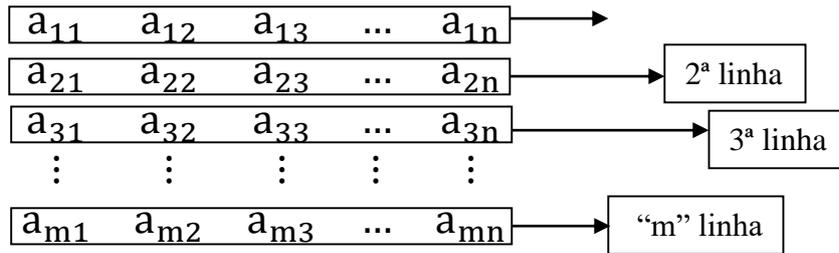
a_{mn} - seria o elemento posicionado na linha “m” e coluna “n” da matriz A

Temos que deixar bem definido aos alunos é a numeração das linhas e das colunas, para que não haja equívocos na definição do posicionamento dos elementos, o que infelizmente os livros didáticos selecionados (Tabela 2: Livros e suas abordagens), tratam matriz genérica com dados muito resumidos, o que conduz o aluno a muitos questionamentos: “*a primeira linha começa de cima ou de baixo?*”, “*a coluna inicial é a da esquerda ou da direita?*”, “*os elementos que aparecem dentro da matriz podem ser qualquer letra?*”, “*isso funciona pra qualquer matriz?*”, “*sempre o primeiro é a_{11} ?*”.

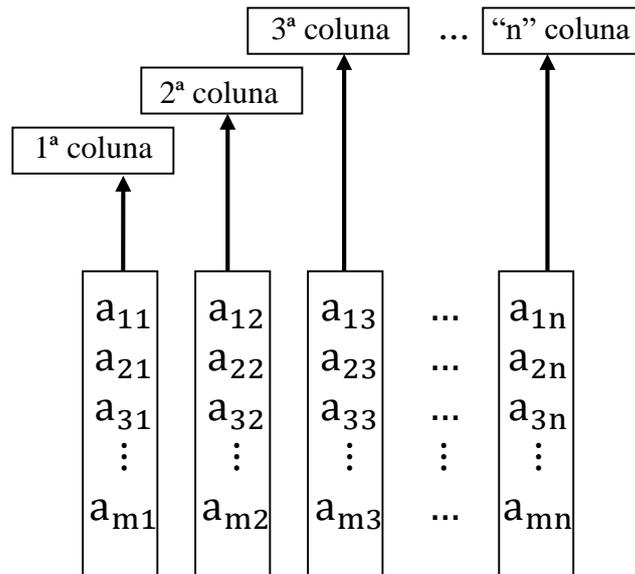
Diante de tantos questionamentos, considerei melhor refazer nossa representação, para deixar claro o sentido e direção de linhas e colunas:

Por: 1ª linha, 2ª linha, 3ª linha, ... , até “m” linha, sempre nessa ordem, entendem-se:

1ª linha



Sempre nessa ordem, por: 1ª coluna, 2ª coluna e 3ª coluna, ... , até "n" coluna entendemos:



Neste sentido, apresentei alguns exemplos aos alunos para a familiarização com esta nova representação. Como encontrar a posição de cada elemento descrevendo em que linha e coluna se encontram:

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}, \text{ neste exemplo temos:}$$

O elemento 5 posicionado na 1ª linha e 1ª coluna, logo podemos considerar $a_{11} = 5$

O elemento -2 posicionado na 1ª linha e 2ª coluna, logo podemos considerar $a_{12} = -2$

O elemento 3 posicionado na 2ª linha e 1ª coluna, logo podemos considerar $a_{21} = 3$

O elemento 9 posicionado na 2ª linha e 2ª coluna, logo podemos considerar $a_{22} = 9$

Neste momento, com a empolgação dos alunos, tendo em vista que os passos 1 e 2 de Polya (2006) estavam sendo executados, explorei o ambiente da sala de aula para a discussão dos passos 3 e 4. Para tanto, enumerei posições dos alunos nas filas das carteiras e juntos, elaboramos alguns problemas interessantes:

(1) – “Aleson”: Se Thiago está na última cadeira temos 5 alunos a sua frente, considerando a sua fila como uma matriz 6×1 , temos que Thiago seria qual elemento da matriz algébrica?

(2) – “Andréia”: Um aluno sentado em sua cadeira sozinho, representa uma matriz 1×1 , então que elemento da matriz genérica ele seria?

Nestes dois exemplos, deixei os alunos pensarem nas respostas para compreensão do problema formulado (passo 1). Algumas indagações pertinentes foram emergindo e posteriormente os alunos elaboravam planos de ação (passo 2):

– “Mayk”: *“seria bom escrever as matrizes no caderno para depois determinar a solução, pois podemos lembrar de mais algum fato importante!”*

Aproveitei o comentário feito por “Mayk”, indaguei aos alunos utilizando a heurística proposta por Polya (2006, p.41): “conhece um problema correlato?”, onde se incita o estudante a recordar um fato ou problema anteriormente resolvido, aproveitando seus dados para solucionar um novo problema:

– “Professor”: *“pense nos problemas já solucionados, como a matriz algébrica apresentada no quadro foi muito grande, pense num problema menor que já tenha solucionado antes, pense nos caminhos tomados e nos dados utilizados”*.

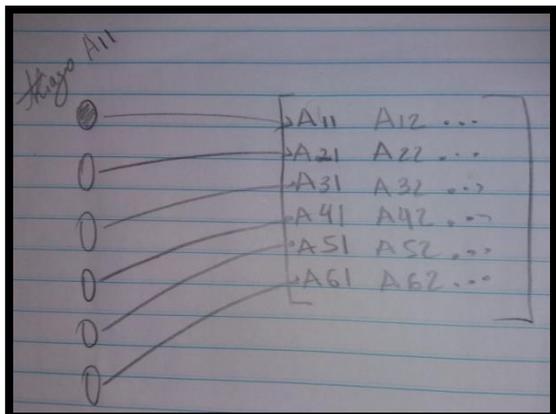
– “João”: *“Acho que basta comparar com a primeira coluna da matriz genérica que o professor copiou no quadro e teríamos já uma base para solucionar o primeiro problema!”*

– “Aldemar”: *“No segundo problema, se a matriz 1×1 só tem um elemento só pode ser o a_{11} , não é professor?”*

– “Maria”: *“isso mesmo, pois se é 1×1 ele está na primeira linha e primeira coluna, então é o a_{11} tenho certeza!”*

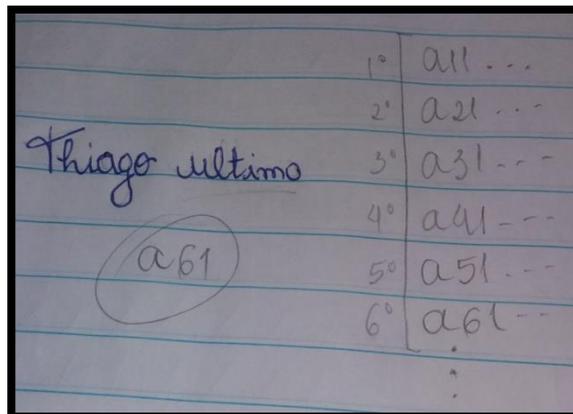
Notando o êxito dos alunos em solucionar o problema (2), formei equipes para executar um plano (passo 3) e solucionar o problema (1). No envolvimento das discussões traçaram alguns esquemas, ao que parece adotaram a estratégia descrita por “João”:

Figura 20 - Resolução dos Alunos.



Fonte: Próprio autor.

Figura 21- Resolução dos Alunos.



Fonte: Próprio autor.

Na análise da resolução dos alunos, observei que na figura 8, houve um equívoco ao comparar a posição de “Thiago” com a matriz genérica apresentada. Os alunos não levaram em consideração a condicionante: “Thiago é o ultimo da fila”, sendo assim ele seria o ultimo elemento da matriz genérica, ou seja, a_{61} .

Já na figura 2, temos a condicionante em primeira instância, não gerando confusão na comparação entre os elementos da matriz genérica e a posição de Thiago na fila. Demonstrando a importância de mais uma heurística proposta por Polya (2006): “qual é a condicionante?”.

O método de questionar do professor, introduzindo sugestões, são imprescindíveis para que possa ser desenvolvido a capacidade de raciocinar diante de um problema e não somente de aplicar uma técnica específica, (POLYA, 2006, p.17).

Para executar o passo 4, retrospecto, utilizei um elemento bem peculiar da sala de aula, os buracos de ventilação, representei cada buraco como um elemento da matriz genérica, para então rever os resultados e os esquemas realizados pelos alunos e discutirmos o que estaria faltando em cada resolução de cada equipe.

Figura 22 - Furos de Ventilação na Sala de Aula.



Fonte: Próprio autor.

Para discutirmos a posição de linha e coluna de elementos da matriz genérica, posicionávamos um saquinho de pipoca encontrado no lixo em um dos furos e indagávamos se aquele saquinho: seria qual elemento genérico?, estaria em qual posição?, em que linha ou em que coluna estava posicionado este elemento?. Tínhamos criado um ótimo elemento para utilizar como parâmetro: uma matriz de 8 linhas e 24 colunas, ou simplesmente 8 x 24, com 192 elementos.

Figura 23 - Matriz 8 Linhas e 24 Colunas.



Fonte: Próprio autor.

Na imagem notamos que o saquinho de pipoca estava localizado na 3ª linha e na 5ª coluna, estaria representando o elemento a_{35} de uma matriz genérica. Utilizando como ilustração os furos da parede, conseguimos fazer o retrospecto dos problemas levantados, porém continuamos o resto da aula trocando de posição o saquinho de pipoca e tentando descobrir o elemento que poderia ser representado por sua posição.

Fig 24 - Movimentação do Saquinho de Pipoca.



Fonte: Próprio autor.

Ao movimentarmos o saquinho de pipoca até a posição de linha 8 e coluna 13, houveram as seguintes indagações:

– “Thais”: *“professor, se estamos na 8ª linha e na 13ª coluna, então seria a representação do elemento a_{813} correto? então como faríamos para diferenciar este elemento de um outro que estivesse em uma outra matriz, por exemplo, na 8ª linha e 3ª coluna já que este novo elemento seria também o a_{813} ?”*.

“Todos”: ... (silêncio)

– Professor: *“será que juntos podemos encontrar alguma alternativa para evitar esta confusão?”*

– “Maylson”: *“E se representarmos linhas e colunas em forma de par ordenado, como quando estudamos função?”*

Ao debatermos um pouco mais o problema, aderimos a ideia de “Maylson” e de comum acordo, chegamos a conclusão: *“Se não houver confusão entre posição de linha i e de colunas j em uma representação, ou seja valores entre 1 e 9, simplesmente juntamos a posição linha com a posição coluna e teremos a localização do elemento da matriz genérica. Caso tivermos valores maiores que 9 para posição linha i e posição coluna j , optaríamos por representar o elemento da matriz genérica com seu valor posicional separado por vírgulas os números que representam a posição linha e a posição coluna, ou seja (i, j) ”. Caso o elemento estivesse na:*

- 8ª linha e 7ª coluna, representaríamos por a_{57} .
- 8ª linha e 9ª coluna, representaríamos por a_{89} .
- 8ª linha e 13ª coluna, representaríamos por $a_{(8,13)}$.

- 8ª linha e 24ª coluna, representaríamos por $a_{(8,24)}$.

Esta ocasião da aula foi uma instância oportuna para comentar a respeito do conceito de funções e a definição de matrizes, dando ênfase ao modo como é abordado por Guelli, Iezzi e Dolce (1975, p. 142), trazendo par ordenado, conjunto e correspondência entre elementos. Porém, pelo fato do tempo da aula estar se esgotando e o foco de referida aula não ser conjunto ou função, e sim matrizes, optei por não tratar tal abordagem.

6.4. Atividade Virtual 2: Elementos da Matriz Genérica

Como a aula presencial estava baseada em discussões envolvendo o conceito de matriz genérica, neste segundo encontro no grupo do whatsapp em 11 de Junho de 2016, tratei de abordar atividades que gerassem atenção para tal conteúdo, como por exemplo: identificar cada posição dos elementos da matriz genérica levando em consideração sua posição linha e coluna.

Figura 25 - Postagem dos Alunos.

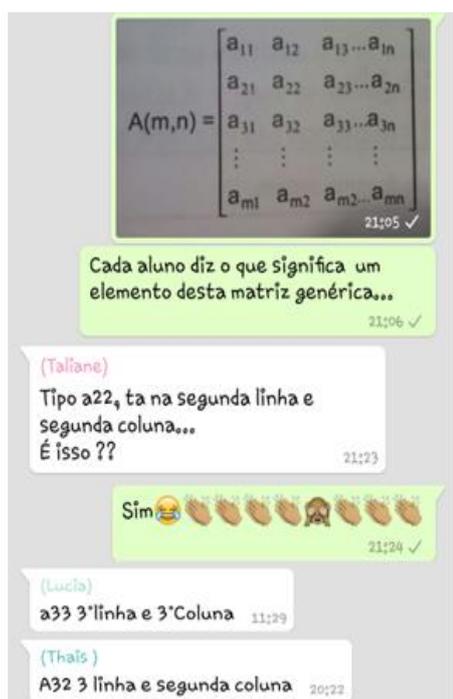
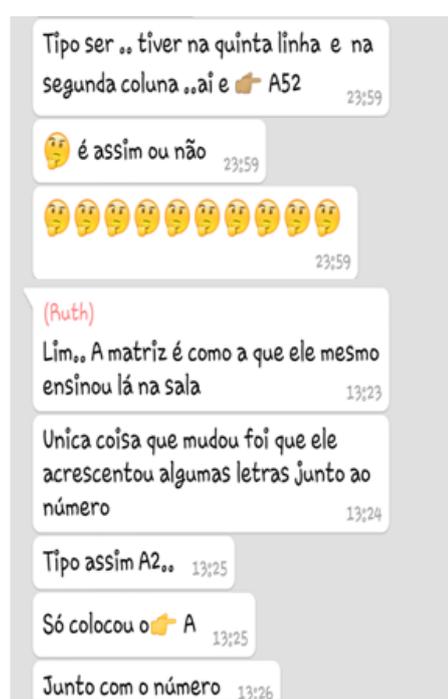


Figura 26 - Postagem dos Alunos.



Fonte: Print screen do celular do autor.

Fonte: Print screen do celular do autor.

Uma atividade simples, mas que segundo os próprios alunos ajuda na compreensão do conceito de matriz genérica e os valores posicionais de seus elementos. Uma dúvida que surgiu referente a atividade proposta, foi se poderiam utilizar outros elementos que não estão na imagem, pois esta (figura 13) só mostra nove elementos: $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}$. Aqui houve a oportunidade de explorar o conceito de continuidade na representação, pois “m” (linhas) e “n” (colunas) representam quaisquer valores dos números naturais, sendo assim a matriz representada na imagem é infinita em seus extremos. Antes mesmo de mandar uma mensagem de áudio explicando esta continuidade na representação dos elementos, os próprios alunos discutiam entre si tal assunto (figura 14), onde na imagem “Ruth” tenta ajudar seu colega explicando a continuidade dos valores dos elementos (A2..).

Outra atividade postada no grupo virtual no mesmo período de intervalo antes da próxima aula, foi uma atividade “surpresa” para contemplar 6 alunos que estariam on-line ou para quem respondesse primeiro, consistia em: explicar o que representa cada letra da imagem postada (representação da matriz genérica de forma simplificada).

Figura 27- Postagem do Professor.

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

Fonte: Foto livro Paiva (2013, p.95).

A questão não é saber quem responde primeiro ou quem sabe responder, o importante é que os alunos discutam sobre os elementos algébricos representados e terem um maior contato com a linguagem apresentada nas atividades relacionadas à matriz genérica.

Figura 28 - Postagem dos Alunos.

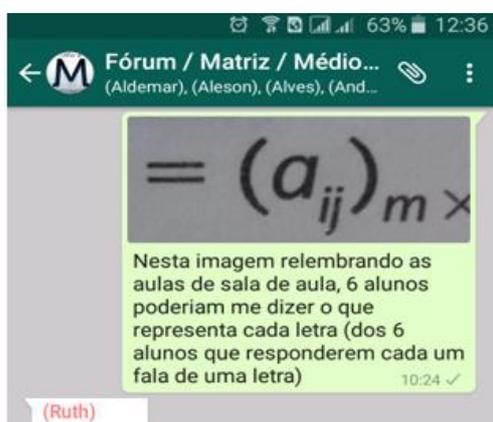
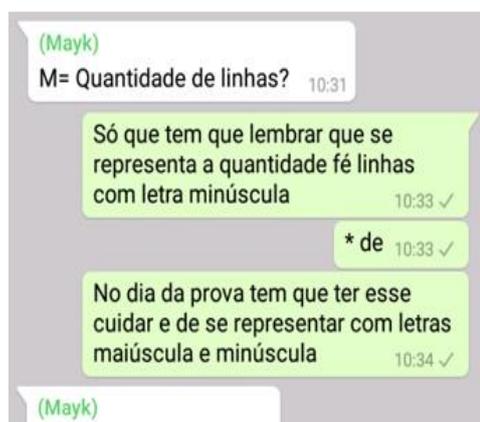


Figura 29 - Postagem dos Alunos.



Fonte: Print screen do celular do autor.

Fonte: Print screen do celular do autor.

Os alunos responderam corretamente aos questionamentos feitos no decorrer da atividade, identificando a representação de cada letra da imagem. Na figura 29, temos um dialogo com “Mayk”, ocasião em que tive o cuidado de orientá-lo em representar elementos de uma matriz com uma linguagem peculiar, para não confundir letras maiúsculas (Matriz) e letras minúsculas (elementos, linhas, colunas), note que o próprio aluno trata de reparar o erro repetindo sua postagem (“M= Quantidade de linhas?”) e corrigindo seu erro de representação (m^*).

A forma de lidar com os erros e os diálogos dos alunos no fórum de discussões (virtual) servem de apoio para as questões de sala de aula, a forma de se trabalhar questões propondo atividades com o intuito de relembrar fatos discutidos em um dado momento anterior é crucial para que os envolvidos possam aumentar seu repertório sobre o conteúdo proposto. Pois para que os envolvidos na atividade pedagógica tenham ideias proveitosas, devemos procurar entrar em contato com os seus conhecimentos anteriormente adquiridos e tentar reconhecer alguma coisa de familiar no que examina, percebendo alguma finalidade naquilo que reconhecer, (POLYA, 2006, p. 30).

6.5. Atividade Presencial 3: Lei de Formação de Matrizes

Neste terceiro encontro presencial em 22 de Junho de 2016, em sala de aula, tratei inicialmente de expressar matrizes genéricas $A=(a_{ij})_{m \times n}$, por meio de uma lei de formação, através da qual se constrói uma matriz desejada. Para tanto foi exposto o seguinte problema:

(1) Representar explicitamente a matriz $A=(a_{ij})_{4 \times 2}$ tal que $a_{ij} = 2.i+3.j$

Para compreender o problema (passo 1) foram feitas várias indagações aos envolvidos:

– “Professor”: *“note que no problema não há contextualização alguma, apenas um vocabulário matemático. O que podemos dizer sobre a atividade proposta? Observe os dados do problema. Separe os dados”*.

– “Antônio”: *“A primeira parte é sobre uma matriz genérica, como a trabalhada no whatsapp”*

– “João”: *“vale a pena construir a matriz genérica, como da aula passada?”*

– “Professor”: *“talvez, o que mais?, alguém pode dizer algo sobre a segunda parte?”*

– “Jorge”: *“parece uma equação”*

Entendendo que os alunos compreenderam o problema proposto, parti para o segundo passo de Polya (2006), “estabelecendo um plano” (passo2):

– “Professor”: *“alguém se lembra de algum problema correlato? Algo que tenha visto antes?”*

– “Ruth”: *“professor, não seria uma questão daquelas que agente resolve por uma única equação para encontrar várias soluções?”*

– “Professor”: *“boa sugestão, tentemos colocar no papel esses questionamentos...”*

Os alunos conhecem a linguagem utilizada no problema e acionam o repertório das atividades desenvolvidas no fórum de discussão no ambiente virtual para pensar e realizar suas estratégias de resolução. Mais uma vez utilizei diversas sugestões heurísticas para conduzir os alunos a resolver o problema, pois segundo Silver e Smith (1997, p.202), “uma sugestão heurística pode ser considerada como um método prático, uma ação plausível de caráter geral, que pode avançar o curso do processo de resolução”, tornando necessário na resolução de problemas o uso de tais sugestões como parâmetro em suas aulas.

Na execução do plano (passo 3), os alunos montaram a matriz genérica (sugestão de “Antonio”) e em seguida partiram para a segunda parte do problema ($a_{ij} = 2.i+3.j$), e como sugerido pelos próprios alunos demonstraram com êxito os cálculos de cada elemento da matriz proposta. Em seguida fomos a lousa para discutir as respostas dadas e soluções encontradas, fazendo um retrospecto do que foi feito (passo 4).

Com alguns pequenos erros de cálculo, mas com a ideia do conceito matemático envolvido no problema, formei pequenos grupos para elaborarmos novos problemas e discutir a resolução envolvida. Utilizei da heurística sugerida por Polya (2006, p.72): “é possível reformular o problema?”.

- “Taliane”: “tem que mudar tudo professor? ”
- “Professor”: “alguém pode me ajudar a responder essa?”
- “yasmin”: “na primeira parte poderíamos mudar o numero de linhas e colunas $m \times n$ ”
- “Professor”: “boa! Enquanto a segunda parte?”
- “Davi”: “basta trocar os números”
- “Professor”: “muito bem! Formulem um segundo problema colocando no caderno para que possamos discutir a resolução”

Solicitei aos alunos a elaboração de novos problemas a partir de um problema já resolvido com sucesso e compreendido pelos mesmos, para trazer interesse aos envolvidos, poderiam ter ideias próprias, demonstrar alguma iniciativa, tendo a oportunidade de responder alguma indagação não respondida, (POLYA, 2006, p.8). Além disso, reformular e formular é necessário para que o resolvidor possa ser motivado, entenda e retenha o conceito envolvido, (BUTTS, 2006, P.48). Neste contexto, algumas questões foram reformuladas pelos alunos, atendendo as considerações de “Davi” e “yasmin”:

Figura 30- Resolução dos Alunos.

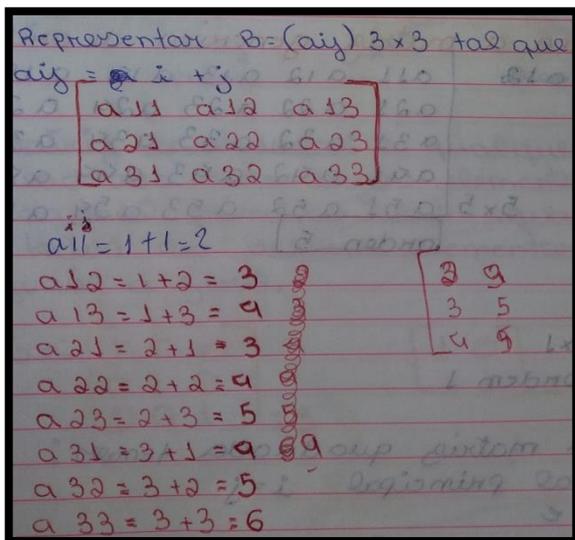
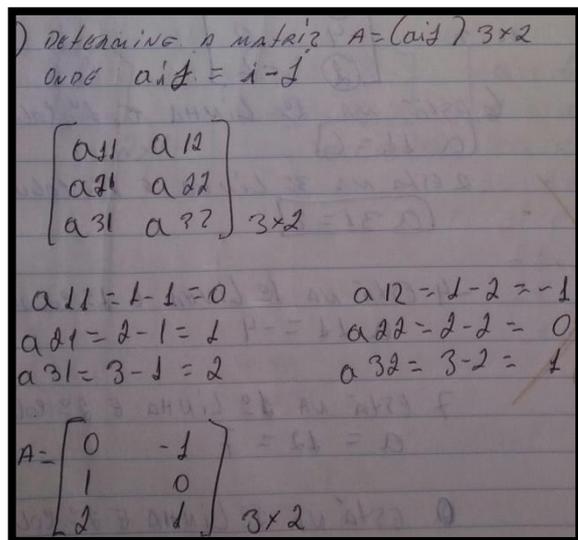


Figura 31- Resolução dos Alunos.



Fonte: Próprio autor.

Fonte: Próprio autor.

O problema (1), sugerido como atividade no início da aula, serviu de referência para elaborar os novos problemas (fig. 18 e fig.19), onde os alunos fizeram variações do problema inicial e demonstraram suas novas resoluções. Os alunos compreenderam o problema e reescreveram o mesmo problema com dados diferentes, mantendo a base do problema original.

Uma terceira equipe trouxe uma variação do problema (1), porém com um dado um tanto diferente, o que sugere que a equipe possui alunos com conhecimento matemático envolvendo o conceito de funções:

Figura 32- Resolução dos Alunos.

Representar explicitamente a matriz

$A = (a_{ij})_{2 \times 3}$, tal que $\begin{cases} x_{oc} i=j, 0 \\ x_{oc} i \neq j, 1 \end{cases}$

$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

Fonte: Próprio autor.

Quando indagados de como surgiu à condição de igualdade ($i=j$) e diferença ($i \neq j$), no problema (fig.20), a equipe informou que se lembrou de problemas resolvidos no ano anterior que envolvia equações e, notando que a segunda parte do problema tratava-se de uma equação, resolveram adequar as ideias. Neste contexto, o aluno acionou o seu repertório de matemática desenvolvido em sala de aula para reformular com sucesso o problema (1). Polya complementa o intuito da atividade proposta, afirmando que:

A intenção de utilizar um problema já antes resolvido influencia a nossa concepção do presente problema. Na tentativa de relacionar os dois problemas, o velho e o novo, introduzimos no novo, elementos que correspondam a certos importantes elementos do velho. (POLYA, 2006, p.78).

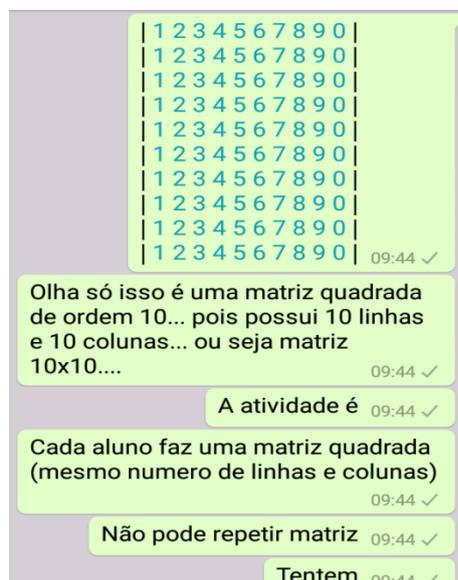
No que se refere aos vocabulários matemáticos utilizados na questão (1), os alunos não tiveram dificuldade de entender, pois alguns termos já haviam sido discutidos no grupo virtual. Segundo Leblanc, Proudfit e Putt (2006, p.151), os vocabulários devem ser escolhidos de modo a tornar a comunicação o mais simples possível, porém, os termos matemáticos não devem ser evitados, é preciso que os alunos os entendam claramente para poderem organizar suas ideias frente à resolução de problemas.

As discussões prosseguiram e encerramos a aula falando sobre matrizes quadradas (mesma quantidade de linhas e colunas) e algumas matrizes especiais: matriz identidade, matriz nula, matriz linha, matriz coluna e matriz transposta, que seriam melhores discutidas no grupo virtual pois teríamos um grande intervalo até a próxima aula presencial.

6.6. Atividade Virtual 3: Matrizes Especiais

Na data de 26 de junho de 2016, discutimos a respeito de matrizes quadradas, postando uma representação de matriz que possuísse a mesma quantidade de linhas e colunas. A atividade sugerida foi:

Figura 33 - Postagem dos Alunos.



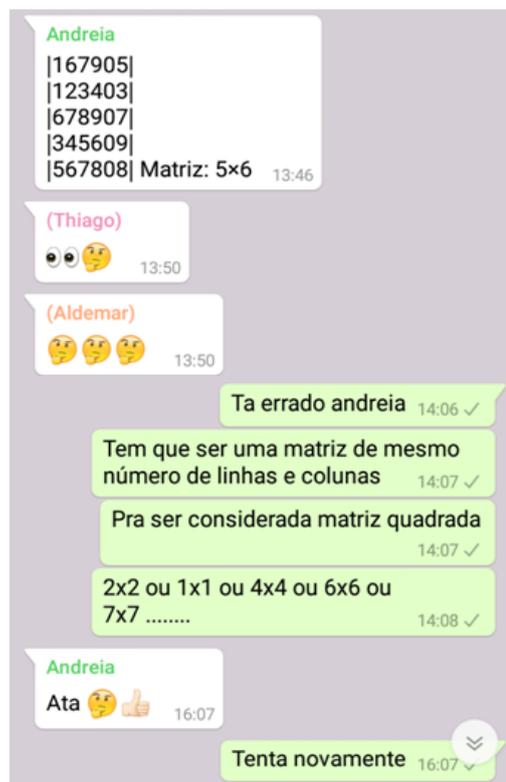
Fonte: Print screen do celular do autor.

O objetivo da atividade proposta era de que os alunos pudessem comentar entre si, o que seria uma matriz quadrada, qual sua denominação ou representação, ou o que significaria ordem de uma matriz. As seguintes postagens foram realizadas pelos alunos:

Figura 34 - Postagem dos Alunos.



Figura 35 - Postagem dos Alunos.

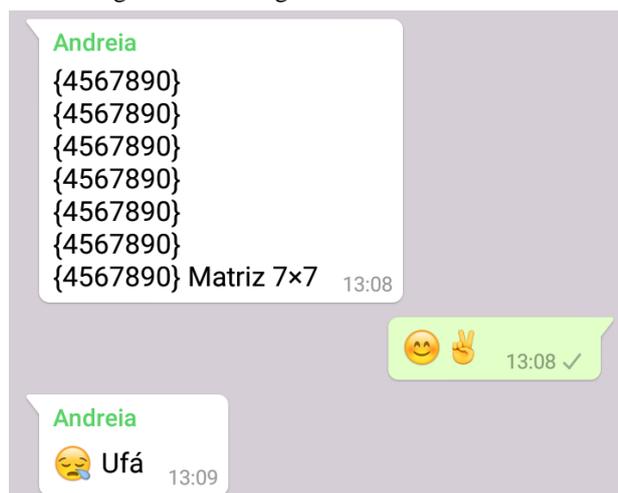


Fonte: Print screen do celular do autor.

Fonte: Print screen do celular do autor.

Na figura 23, Andréia postou uma matriz com número de linhas diferente do número de colunas, rapidamente recebeu o feedback do professor, e corrigiu seu equívoco postando, no dia seguinte uma matriz 7 por 7:

Figura 36 - Postagem dos Alunos.

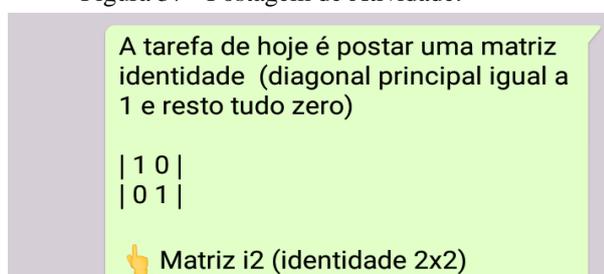


Fonte: Print screen do celular do autor.

As postagens continuaram e as discussões foram avançando, como os alunos conseguiram montar matrizes no ambiente virtual apenas com os números dispostos no próprio aplicativo whatsapp, considerei relevante apresentar mais algumas matrizes ditas “especiais” para acentuarmos as discussões no período de férias dos alunos. Neste sentido, foram postadas mais algumas atividades nos finais de semana no período do mês de julho de 2016, tendo em vista um “contrato pedagógico” firmado com os envolvidos, para que continuássemos nossas atividades no grupo virtual no período sem aulas presenciais.

De comum acordo, em relação as postagens no mês de férias, no dia 09 de julho de 2016 foi postado uma atividade que tinha como objetivo apresentar uma matriz identidade, que seria uma matriz quadrada com a característica peculiar, pois apresenta em sua estrutura a diagonal principal com todos os seus elementos iguais a 1, e todos os elementos restantes iguais a 0, representando por I_n a matriz identidade de ordem n. (PAIVA, 2013, p. 96). A seguinte atividade foi proposta aos alunos no grupo virtual:

Figura 37 - Postagem de Atividade.



Fonte: Print screen do celular do autor.

A intenção era que os participantes se apropriassem das características de uma matriz identidade, assim como entender como seus elementos e sua estrutura são apresentados. No que se refere à representação, os alunos conseguiram resolver o problema proposto e fizeram as postagens sem nenhum problema aparente:

Figura 38 - Postagem dos Alunos.

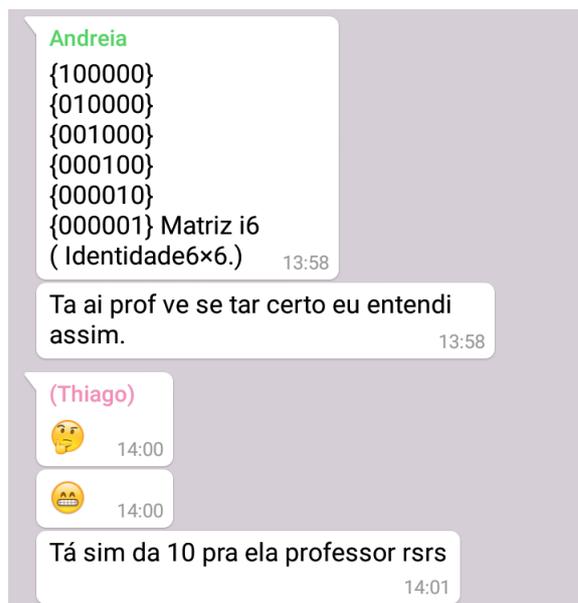


Figura 39 - Postagem dos Alunos.



Fonte: Print screen do celular do autor.

Fonte: Print screen do celular do autor.

O interessante da atividade é que se consegue disseminar um conteúdo em pouquíssimo tempo, todos os alunos do grupo conseguem visualizar, indagar e interagir mesmo estando a grandes distâncias um do outro.

A relevância de se entender o que é uma matriz identidade se dá pelo fato dela ser o elemento neutro de um produto de matrizes quando este produto existir. Qualquer que seja a matriz quadrada \mathbf{A} , tem-se que:

$\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{A}$ e $\mathbf{I} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$, o que pode ser configurado pelo teorema citado em Guelli, Iezzi e Dolce (1975):

Se $\mathbf{A} = (a_{ij})$ é uma matriz do tipo $m \times n$, então,

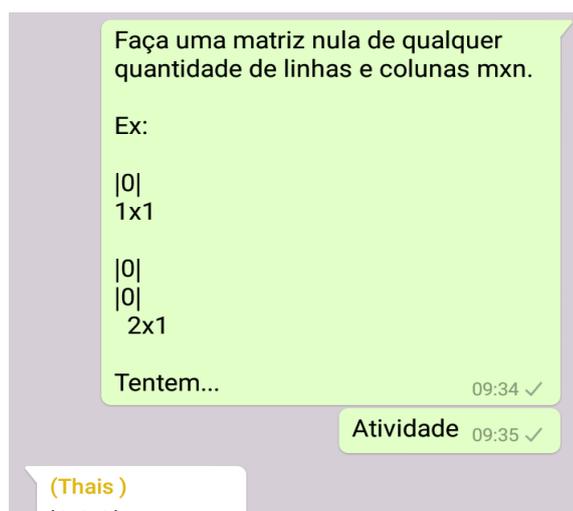
I) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_n = \mathbf{A}$

II) $\mathbf{I}_m \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$

Neste contexto, o conhecimento de matriz identidade, se configura como um elemento auxiliar, em que o aluno ao se deparar com o conceito de multiplicação entre matrizes, nas suas propriedades estruturais, não terá tanta estranheza para com o conteúdo a ser trabalhado pelo professor, pois à medida que se progride no trabalho, são acrescentados novos elementos àqueles originalmente considerados, ou seja, um elemento que é introduzido com o intuito de que venha a facilitar a resolução de um determinado problema posterior. (POLYA, 2006, p. 79).

Seguindo este raciocínio, demos continuidade nas conversas do grupo virtual, em 23 de julho de 2016, foi postada mais uma atividade, propus a montagem de uma matriz nula de qualquer quantidade de linhas e colunas:

Figura 40 - Postagem de Atividade.



Fonte: Print screen do celular do autor.

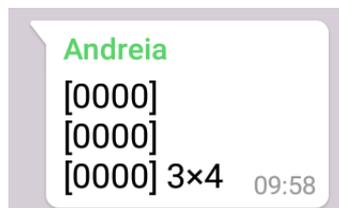
O problema pareceu fácil aos alunos, pois os mesmos não esboçaram dificuldade nas postagens e demonstravam já ter o conhecimento matemático necessário para se representar uma matriz nula sem confusão na quantidade de linhas e colunas. Como é observado em algumas postagens dos alunos:

Figura 41- Postagem dos Alunos.



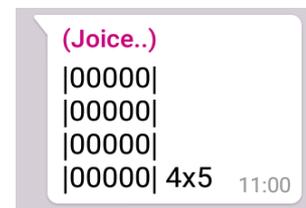
Fonte: Print do celular do autor.

Figura 42 - Postagem dos Alunos.



Fonte: Print do celular do autor.

Figura 43 - Postagem dos Alunos.



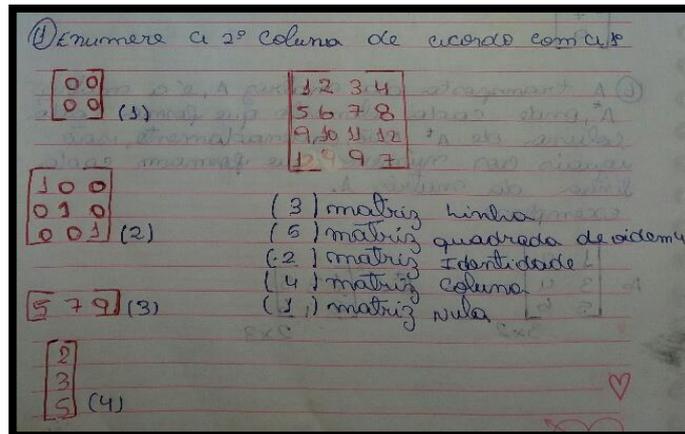
Fonte: Print do celular do autor.

A matriz nula, nas propriedades estruturais, é o elemento neutro da adição. Além disso, o conceito de matriz nula é amplamente abordado em resoluções de problemas que pedem para encontrar uma matriz que somada à outra resulte em uma matriz nula, ou ainda em sistema de equações matriciais. O que torna a atividade interessante para a introdução de mais um elemento auxiliar para problemas mais difíceis que por ventura venham a aparecer.

6.7) Atividade Presencial 4: Revisão e Operações com Matrizes

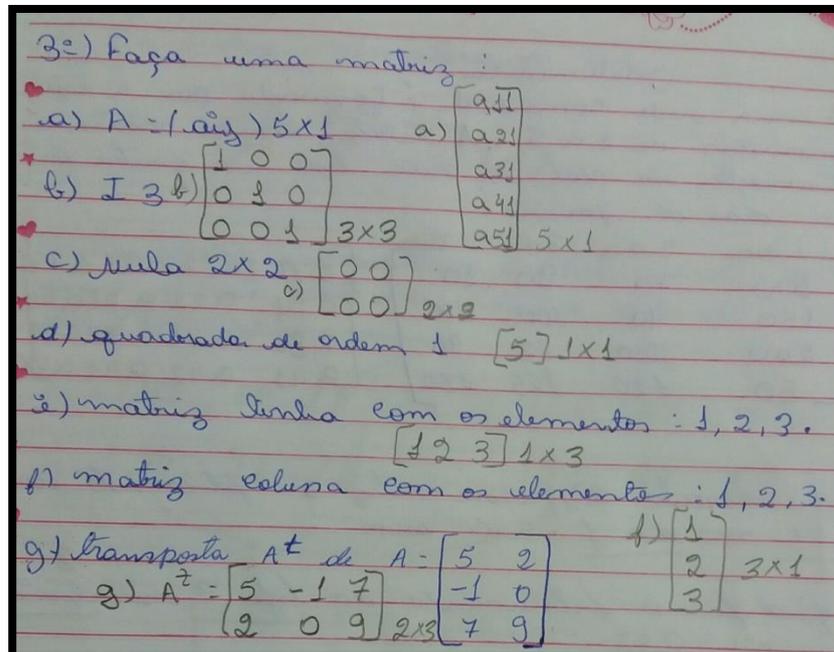
Na data de 10 de agosto de 2016, em aula presencial, fizemos uma atividade de revisão para relembrar das matrizes trabalhadas nos encontros anteriores. Os alunos responderam a problemas diretos e objetivos, que se propunha a escrever matrizes do tipo: quadrada, linha, coluna, nula, identidade e transposta.

Figura 44 - Resolução dos Alunos.



Fonte: Print screen do celular do autor.

Figura 45 - Resolução dos Alunos.



Fonte: Print screen do celular do autor.

Revisar os conteúdos anteriores foi imprescindível para que os alunos treinassem o que havia sido discutido tanto nas aulas anteriores presenciais, como no grupo virtual no whatsapp. Como não houve dificuldades em resolver os problemas propostos, algumas indagações foram feitas aos alunos:

- “Professor”: *“como conseguiram resolver estes problemas tão rápido?”*
- “João”: *“as postagens no grupo do whatsapp ajudam, pois ficam no celular, logo qualquer dúvida é só pesquisar nas conversas”*
- “Davi”: *“também consulto bastante as mensagens, assim agente não esquece”*
- “Joice”: *“professor... outra coisa que agente costuma fazer é bater foto do quadro e depois olhar pra estudar...”*
- “Professor”: *“o que vocês acham da atitude de se olhar no celular para consulta?”*
- “Todos”: ... *(silêncio)*
- “Maria”: *“professor... acho que isso seria colar!...”*

Percebi que além do conhecimento por meio das trocas de mensagens obtidas no grupo virtual, os alunos tiveram a iniciativa de buscar novas formas de organizar o seu aprender, fazendo com que este conhecimento matemático trabalhado não se torne estático e fique sempre em contato com o aluno. O grupo no whatsapp acabou funcionando como um “diário de experiência”, pois sempre que precisa o aluno aciona o celular para observar as mensagens e então poder obter algo que seja necessário para resolver o problema proposto.

Segundo Deguire (1996, p.105), Polya sugere um diário de experiência para estocar problemas, onde tais experiências ajudariam a ampliar estratégias e soluções que de alguma forma necessitem ser lembradas. No caso da proposta pedagógica a que se refere à pesquisa, teríamos as conversas no ambiente virtual como um registro de problemas que representaria esse “diário de experiência” para que os alunos possam refletir e consultar seus registros ou dos colegas sempre que precisar diante de algum problema proposto.

Alguns alunos, ainda com a mentalidade de um ensino tradicional, consideram que consultar as postagens no whatsapp é de alguma forma “cola”, porém devemos estar sempre em constante conversa junto aos alunos para que se possa romper com tais ideias, pois acredito que o conhecimento está lá para ser acessado quando necessário, se o aluno possui em mãos

algo que o auxilie de alguma forma naquela atividade proposta, por que na usá-la para que se tenha uma melhor compreensão do problema.

Além do que, os problemas propostos são “rotineiros”, pois podem ser solucionados pelo uso de dados específicos de um problema resolvido anteriormente, de “exemplos muito batido”, (POLYA, 2006, p. 142). Assim, tais conhecimentos devem ser lembrados e relembrados constantemente para servirem de base na resolução de problemas mais complexos.

7. TRAZENDO A TONA ALGUNS DADOS DE TESTES DA PESQUISA

Como dito anteriormente, as atividades pedagógicas avaliativas foram realizadas de modo a ser estruturada em três partes, onde a primeira e a segunda parte foram feitas por meio de testes e a terceira parte por meio de apresentação dialogada entre os alunos:

(1) **Primeira Parte:** as questões objetivas foram estruturadas com dez afirmações para o aluno analisar, completando os itens com (V) de verdadeiro ou (F) de Falso, na qual denominaremos aqui cada item por enumeração:

Item 1: () Toda tabela retangular formada por m, n números reais, dispostos em m linhas e n colunas pode ser representada por uma matriz.

Item 2: () Em uma matriz com elementos dispostos em cinco colunas e seis linhas temos uma matriz quadrada do tipo 5×6 .

Item 3: () A representação de uma matriz genérica de forma simplificada, pode ser representada por: $A=(a_{ij})_{m \times n}$. Onde i representa a posição do elemento na coluna da matriz.

Item 4: () A representação de uma matriz genérica de forma simplificada, pode ser representada por: $A=(a_{ij})_{m \times n}$. Onde m representa a quantidade de linhas da matriz.

Item 5: () A representação da matriz genérica $A=(a_{ij})_{1 \times 1}$. Tal que $a_{ij} = i+j$, será $[2]_{1 \times 1}$.

Item 6: () Em uma matriz genérica $A=(a_{ij})_{3 \times 2}$. Podemos dizer que o elemento a_{32} é aquele posicionado na terceira linha e na segunda coluna da matriz A .

Item 7: () A representação I_5 de uma matriz identidade de ordem 5, é aquela onde temos 5 elementos na diagonal principal iguais a zero e todos os outros elementos iguais a 1.

Item 8: () Matriz linha é uma matriz que só possui uma única linha em sua representação.

Item 9: () Matriz coluna é uma matriz que só possui uma coluna em sua representação.

Item 10: () A transposta da matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$. É representada por $B^t = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Os alunos levaram cerca de 20 minutos para terminar de solucionar os dez itens, quando questionados, disseram que levaram muito tempo pelo fato de alguns itens necessitarem de cálculos específicos, como por exemplo, os itens: 5, 6 e 10. Além disso, os alunos resolveram fazer rascunhos dos itens: 2 e 7 como forma de lembrar os conceitos matemáticos envolvidos.

Do total de 25 alunos, da turma do 2º ano EJA médio, os seguintes resultados foram observados:

Quadro 6 - Desempenho dos Alunos no Teste de Questões Objetivas.

Questões	Acertos	Erros	Comentário dos alunos
Item 1	22	3	João: “foi fácil lembrar, pois foi algo comentado logo na primeira aula, elementos de tabelas formam matrizes”. Thiago: “não consegui entender a questão, me confundi quando falou em tabelas...”
Item 2	20	5	Maria: “desde o início das aulas que falamos em linhas e colunas, primeiro linhas e segundo as colunas, não tinha como não lembrar” Ruth: “me confundi na hora de ler a questão, não reparei que tava trocado linha e coluna”
Item 3	15	10	Joice: “não lembrei na hora o que significa a_{ij} ... só lembrava que seria um elemento da matriz..” Andreia: “lembrei da aula e no whatsapp quando discutíamos sobre linhas e colunas, sempre se

			<p>representa primeiro a linha, logo i é linha e j é coluna... mas tava trocado...”</p> <p>Maria: “acho que deveríamos trabalhar mais essas representações no grupo virtual... para lembrarmos no dia da prova”</p>
Item 4	23	7	<p>Thais: “como representamos nos estudos $A_{m \times n}$ a matriz A com m linhas e n colunas ficou fácil acertar essa...”</p> <p>Taliane: “como m e n não acompanhavam A, então achei que significava outra coisa, por isso errei...”</p>
Item 5	16	9	<p>Davi: “bastava montar uma matriz de um elemento, só tinha o a_{ij}, somava 1 mais 1, e tínhamos 2 como único elemento, não tava difícil...”</p> <p>Mayk: “sem querer pensei em uma matriz 2×2, calculei errado...”</p> <p>Yasmim: “na hora não lembrei como era pra fazer...”</p>
Item 6	20	5	<p>Aleson: “era a questão mais fácil, pois já treinamos muito isso em sala de aula nos buracos da parede”</p> <p>Mayk: “treinamos bastante isso nas discussões do grupo virtual, a_{13} está na primeira linha e terceira coluna,..., a_{23} está na segunda linha e terceira coluna,..., logo era verdadeira essa questão”</p>
Item 7	17	8	<p>Antônio: “era só fazer um x, lembrando o que seria diagonal principal e secundária, daí colocar 1 na diagonal principal e o resto tudo zero”</p> <p>Maria: “o problema que a questão estava trocado, tava afirmando tudo ao contrário, na pressa escrevi errado...”</p> <p>Lucia: “me confundi pois tava trocado 1 por zero e não prestei atenção...”</p>
Item 8	25	0	<p>João: “não tinha erro, matriz linha só tem uma linha, mesmo que seja grande...”</p>

Fonte: Próprio autor.

Item 9	25	0	Aldemar: “matriz coluna só possui uma coluna, pode até ter muitas linhas, mas colunas tem que ser uma...”
Item 10	24	1	Thiago: “não lembrei mesmo como se fazia, me deu um branco na hora... pensei que tava certo a troca” Maria: “era pra transformar linha em coluna, logo tava falso, pois se a primeira linha é (1 5), então a primeira coluna deve ser $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.” Norma: “o correto seria $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, trocando linha por coluna...”

Apenas dois alunos acertaram todos os itens e nenhum aluno errou mais do que 4 (quatro) itens de verdadeiro ou falso, o que não elimina o acaso, porém observei pelos comentários analisados a maioria da turma atingiu uma média favorável em relação ao bom entendimento do conteúdo matemático a que se propunha estudar. O item 1, por exemplo, traz um conceito de matriz discutido nas primeiras aulas presenciais, os alunos que se envolveram em tais discussões não tiveram dificuldade em acertar.

O maior número de erros foi observado no item 3, onde esperava que os alunos entendessem a representação matemática: $A=(a_{ij})_{m \times n}$, dos dez alunos que erraram, quatro afirmaram que só erraram porque a questão afirmava erroneamente trocando i por j na representação, e na leitura rápida do item não prestaram atenção. O mesmo foi observado para os erros nos itens: 2,4,5 e 6, que tratam basicamente da utilização de termos algébricos na representação de uma matriz.

Indagando os alunos, observei que os dez erros no item 3 não prova necessariamente que todos os alunos não sabem o conceito envolvido, alguns alunos apenas erraram por falta de atenção. Além disso, três alunos afirmaram que lhes faltou compreensão na linguagem utilizada, e que poderiam ser trabalhadas posteriormente no grupo virtual. Polya (2006, p.57) trata de definições de termos, onde afirma que precisamos conhecer os termos e suas representações, não bastando apenas conhecê-lo, mas também utilizá-lo, o que torna imprescindível trabalhar tais termos para não gerar confusão na interpretação dos alunos frente à resolução de um determinado problema.

Os itens 8 e 9 nada adicionam para uma boa discussão em sala de aula, pois ficou claro que eram afirmações muito diretas e de fácil análise. No item 10, os alunos demonstraram que entenderam da técnica trabalhada em sala de aula para se representar uma matriz transposta, mesmo que a afirmação no item tenha sido de maneira errônea.

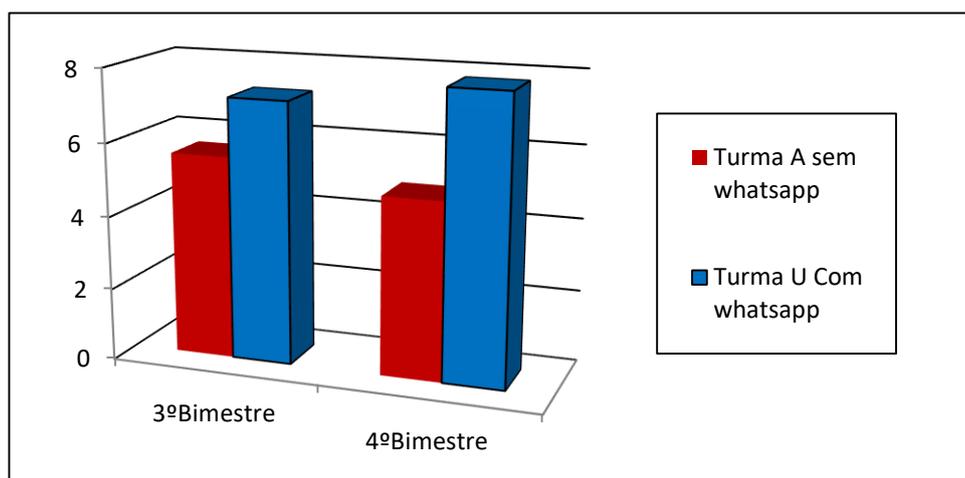
Trazer um conceito específico, dentro do conteúdo de matriz pode ocasionar erros de interpretação, como é o caso dos itens 5 e 7, pois o primeiro trata de equação e função, já o segundo traz a definição de matriz identidade. Acertar tais questões requer que o aluno domine a técnica necessária e lembre de conceitos anteriores envolvidos, pequenos detalhes podem induzir ao erro. Trazer atividades que façam com que o aluno tenha um repertório de problemas para que tenha um parâmetro de questões correlatas, facilita o acerto de itens deste tipo.

A respeito dos procedimentos metodológicos da pesquisa, utilizei a elaboração de diferentes instrumentos e os dados obtidos analisei na perspectiva qualitativa. Colocando-me como professor- pesquisador em meu próprio ambiente de trabalho.

Material usado na pesquisa: testes, diário de campo, diálogos no ambiente virtual e entrevistas com os alunos.

Resultados: Os dados do gráfico abaixo mostram uma comparação do desempenho das turmas U (2º Eja Médio – Turma Pesquisada) e A (2ºEja Médio – Turma de outro professor), em testes aplicados durante o período do 2º semestre de 2016.

Figura 46 - Comparação de Desempenho dos Grupos U e A, no 2º Semestre de 2016.



Fonte: Próprio autor.

Analisando os resultados, percebi que a turma U obteve um melhor desempenho no período selecionado. Além disso, notei que o desempenho de A, teve um índice de decaimento. Enquanto U melhorou seu desempenho de um bimestre para outro. Lembrando, que levei em consideração os dois últimos bimestres (Agosto e Setembro), pois foi neste período que realizei testes complementares envolvendo o estudo de Matrizes e, segundo os dados, houve um aumento de desempenho satisfatório em comparação a outra turma.

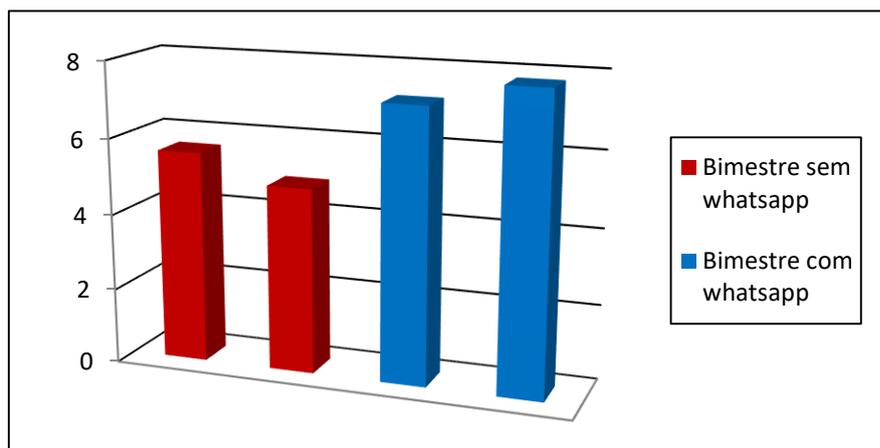
Categorias Encontradas na turma U: a análise dos testes e dos diálogos no grupo virtual, de imediato emergiram duas categorias: a compreensão do problema e as formas de resolução. Destaco da primeira categoria, duas subcategorias que considero importantes: vocabulário matemático e repertório.

Vocabulário Matemático: denomino de vocabulário matemático, o acervo de linguagens matemáticas necessárias para o bom entendimento de questões relacionadas à resolução de problemas. Considero que os alunos não conseguem interpretar quando não possuem o vocabulário descrito pelo professor no problema proposto, e as discussões no grupo virtual constituíram um apoio importante para que o aluno entre em contato com tais vocabulários.

Repertório: chamo de repertório, o conhecimento do aluno em relação ao objeto matemático estudado, onde o aluno recorre a este repertório como forma de lembrar algo que necessite utilizar em sua resolução ou rever algum problema correlato que o ajude de alguma forma.

O ambiente virtual serviu positivamente para criação de vocabulários e repertórios matemáticos, ajudando os alunos a entender e resolver os problemas propostos, o que refletiu no aumento do desempenho em seus testes no decorrer do ano letivo.

Figura 47 - Gráfico de Desempenho da Turma U em Testes no Ano de 2016.



Fonte: Próprio autor.

Os dois primeiros bimestres sem whatsapp refletem uma queda substancial no desempenho dos alunos em testes realizados para as primeiras avaliações antes da aplicação do projeto de pesquisa. O que já não acontece com os dois outros bimestres, pois com o apoio pedagógico do ambiente virtual, houve uma melhora no desempenho em pontos antes com dificuldade (baixo desempenho, desinteresse, não compreensão dos vocabulários matemáticos, falta de repertório para uma boa base dos conteúdos matemática cobrados nos testes).

Dificuldade no Cálculo: referente à dificuldade que surgiu em operar com números decimais, houve necessidade de revisão dos algoritmos de técnicas de solução, por meio de exemplos e exercícios. O termo “exercício” foi utilizado aqui no sentido de demonstrar procedimentos de resolução usuais, como o abordado por D’Amore (2007, p. 310), referindo a um procedimento de rotina, tendo um fim a si mesmo, não tendo uma conotação com a realidade. A seguinte situação ocorreu durante uma aula realizada no primeiro bimestre, o aluno se deparou com a necessidade de dividir 3,2 por 4 durante uma resolução de um determinado problema. Geralmente o algoritmo utilizado pelos alunos é sempre o mesmo: Multiplicar valores no quociente para encontrar aproximações no dividendo.

Alguns alunos gostaram da segunda técnica (quadro 2), porém a maioria dos alunos preferiram a primeira (quadro 1). Expressões do tipo: “a primeira solução é mais fácil”, “melhor a primeira, aprendi assim, só não lembrava”, “eu gostei mais da primeira”. Expressões desse tipo foram recorrentes durante a aula, porém foi deixado claro que o importante não é enfatizar qual a melhor ou a pior técnica e sim apresentar várias para ampliar o repertório matemático para futuras resoluções.

A análise mostrou que houve crescimento dos alunos nos aspectos de interação, compreensão da resolução de problemas, ampliação dos vocabulários e repertórios dos alunos, além da superação de muitas dificuldades que apresentavam no início do trabalho de pesquisa. Vale ressaltar, que **a análise de outros testes de forma dissertativa está em andamento.**

8. CONSIDERAÇÕES

Considero que o método de resolução de problemas, tendo como ferramenta de apoio pedagógico a utilização do aplicativo whatsapp, em ambientes virtuais contribuiu para a aprendizagem matemática dos alunos, possibilitando uma melhora significativa no desempenho em testes matemáticos durante o período de aplicação da pesquisa, criando um repertório teórico para resolução de problemas, além de ter propiciado uma melhora na interação entre os envolvidos na pesquisa: aluno – aluno, professor – aluno e aluno – professor, trazendo um vocabulário matemático condizente com as turmas do ensino médio. Neste sentido, é imprescindível que o professor apresente a seus alunos problemas para serem resolvidos, pois segundo Dante (2003, p.11), a resolução de problemas ajuda o aluno a poder “pensar

produtivamente”, cabendo ao professor criar um ambiente de motivação e de desafio, para que os alunos queiram participar positivamente das aulas.

A proposta pedagógica apresentada, sugere uma reflexão a respeito da didática realizada nas aulas de matemática, assim como possíveis posturas a ser tomadas para buscar contribuir no processo formativo de profissionais docentes em exercício ou não, em um movimento em que partindo das reflexões sobre ações educativas de sua própria prática de trabalho de sala de aula, o professor poderá reorientar suas práticas, compartilhar ideias por meio do diálogo, podendo construir novos contextos, significados e sentidos às práticas e teorias aplicadas no ensino da educação básica. Pois, segundo Hartman (2015), o aprendizado reflexivo se concentra em “pensar sobre o fazer” antes, durante e depois de uma atividade de aprendizagem.

A utilização do ambiente virtual whatsapp funcionou como elemento de promoção de atitudes positivas nos alunos, pois estes demonstraram durante a pesquisa autonomia na busca de elementos para o estudo de Matrizes, participaram de resoluções de problemas frente a seus colegas sem inibições, dialogaram entre si, demonstraram interesse pelo objeto de estudo em questão, além de construir e solucionar problemas criados por eles próprios.

A mídia e sugestões no grupo virtual serviram como ponto de interesse para as aulas presenciais, logo acredito que os professores podem utilizar o aplicativo para induzir os alunos a explorar o conhecimento matemático em sua própria aprendizagem, pois a inserção da ferramenta tecnológica nas discussões dos conteúdos possibilitou ao estudante e ao professor, a socialização dos conteúdos trabalhados na prática interativa. Além disso, foi observado um alto interesse dos envolvidos nas atividades de resolução de problemas em sala de aula e um bom desempenho nos testes propostos.

A divisão do trabalho em dois momentos: Sala de aula (presencial) e plataforma whatsapp, otimizou o tempo pedagógico gerando maior oportunidade de aprendizagem e um maior número de resolução de problemas matemáticos, demonstrando que o aplicativo e o modo como foi utilizado consistiu em um instrumento com um alto potencial didático para as aulas de Matemática.

O grupo coordenado no whatsapp e os grupos isolados com a interação somente dos alunos constituíram verdadeiros locais discursivos, pois neles os alunos encontraram suporte para realizar suas atividades escolares, aumentando seu repertório educacional e estimulando sua autonomia no estudo do conteúdo de Matrizes. De forma pedagógica o uso do aplicativo whatsapp funcionou de maneira bem sucedida em momentos fora da sala de aula, no envio de

mensagens, vídeos curtos, imagens, gráficos e resolução de problemas em grupo, enfim uma troca ativa de conhecimentos e informações pertinentes ao estudo do objeto matemático em questão.

Acredito que a proposta pedagógica apresentada nesta dissertação serve como fonte de pesquisa para futuros professores com interesse em inserir a tecnologia em suas atividades, assim como o método de Resolução de Problemas, porém considero que muito ainda pode ser explorado.

9. REFERÊNCIAS (SEPARADA POR ÁREA)

TECNOLOGIA:

Os autores foram escolhidos por tratarem sobre o uso da tecnologia relacionada com a interação entre pessoa e máquina, logo colaboram para a dissertação, pois o tema central do trabalho trata da utilização da tecnologia móvel (plataforma whatsapp) como apoio às aulas e interação entre os envolvidos na pesquisa em ambientes virtuais.

BORBA, M. C. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

LÉVY, P. – **As tecnologias da Inteligência- O futuro do pensamento na era da informática.** São Paulo: Editora 34, 2004, 13a. Edição.

LÉVY, P. **Cibercultura.** São Paulo: Editora 34, 1999.

LÉVY, P. **Inteligência coletiva: para uma antropologia do ciberespaço.** São Paulo: Loyola, 2007.

PETERS, O. **Didática do ensino a distância: experiências e estágio da discussão numa visão internacional.** São Leopoldo, RS: Unisinos, 2001. 402 p. ISBN 8574310808 (broch.).
Wikipédia, a enciclopédia livre. **Whatsapp.** Disponível em:
<<https://pt.wikipedia.org/wiki/WhatsApp>>. Acesso em: 15 de Novembro de 2016.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Este grupo de autores foi selecionado por tratarem do método de Resolução de Problemas, que será tratado na dissertação na interação professor e aluno no ambiente de sala de aula. Logo estes autores darão suporte teórico para discussões sobre este ramo da Educação Matemática.

BUTTS, T. **Formulando problemas adequadamente.** In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): *A resolução de problemas na matemática escolar.* Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 32 – 48.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática: 1º a 5º séries, para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau.** 12.ed. São Paulo: Ática, 2003.

DEGUIRE, L. J. **Polya visita a sala de aula.** In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): *A resolução de problemas na matemática escolar.* Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 99 – 113.

LEBLANC, J. F.; PROUDFIT, L.; PUTT, I. J. **Ensinando resolução de problemas na elementary school.** In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): *A resolução de problemas na matemática escolar.* Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 148 – 164.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos avanços e novas perspectivas.** *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio, organizador, **A Solução de Problemas - aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SCHOENFELD, A. H. (1985). **Mathematical problem solving**. New York, NY: Academic Press.

SILVER, E. A., SMITH, J. P. **Imagine um problema correlato**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 202 – 217.

SMOLE, K. S.. DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

MATEMÁTICA:

As bibliografias selecionadas e agrupadas neste tópico apoiam as discussões sobre o ensino da Matemática, além de algumas destas serem referências de livros didáticos utilizados pelos alunos pesquisados durante as aulas realizadas na pesquisa da referente dissertação.

DANTE, L. R. **Matemática Dante**, volume único, São Paulo, Ed. Ática, 2005

EUCLIDES. **Os elementos**; tradução e introdução de Irineu Bicudo – São Paulo: Editora UNESP, 2009.

GUELLI, C. A.; IEZZI, G.; DOLCE, O. **Álgebra II: análise combinatória, probabilidade, matrizes, determinantes, sistemas lineares**. São Paulo: Moderna, [1975]. 303 p. (Matemática moderna ;6).

IEZZI, DOLCE, DEGENSZAJN, PÉRIGO, ALMEIDA. **Matemática: ciências e aplicações**, volume 2, São Paulo, Ed. Saraiva, 2010.

MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica** – Campinas SP; Papyrus, 2003.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**- Ed. Ver. E aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

PAIVA, M. **matemática paiva**. 2 ed. - São Paulo: Moderna, 2013

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA:

Durante às aulas do curso de mestrado profissional, houve o contato com o estudo da Didática da Matemática Francesa, e dentre as leituras agrupadas neste tópico encontra-se os autores que relacionam Didática da Matemática com resolução de problemas. Estes autores

ajudaram a dar suporte no capítulo 3.3, além de aparecerem em outros capítulos no decorrer da dissertação.

BROUSSEAU, G. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008. 128 p. ((Educação em ação)) ISBN 9788508119660 (broch.).

D'AMORE, B. Elementos de didática da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

PAIS, L. C. Didática da Matemática; Uma Análise da Influência Francesa – 3. ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:

A referência apareceu pelo fato do autor tratar a Matemática como linguagem, que colabora de forma positiva para o conceito descrito na dissertação de “vocabulários matemáticos” que nada mais são que as linguagens próprias do conceito matemático estudado.

D'AMBROSIO, U. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP; São Paulo: Summus, 1986.

EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA):

A escolha do autor se deu pela relevância de sua abordagem no processo de ensino e aprendizagem de jovens e adultos, onde a leitura ajuda a colaborar nas discussões referentes a turmas de aceleração.

DUARTE, N. O Ensino de Matemática na Educação de Adultos. 8 Ed. São Paulo : Cortez, 2001.

PROFESSOR PESQUISADOR:

Neste tópico, foram escolhidas estas referências por tratarem da postura do professor pesquisador e como trabalhar com os alunos para formar sujeitos reflexivos. Além de trazer uma leitura que ajuda a ter uma visão crítica a respeito da Educação escolar de um modo geral.

ALVES, Gilberto Luiz. **A produção da escola pública contemporânea**. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

ESTEBAN, M. T.; ZACCUR, E. (Org.). **Professora Pesquisadora: uma práxis em construção**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

HARTMAN, H. J. **Como ser um professor reflexivo em todas as áreas do conhecimento**. Porto Alegre: AMGH, 2015.

EDUCAÇÃO E LEIS / DIRETRIZES:

Foram reunidas aqui bibliografias que servem de parâmetro para as discussões sobre a Educação Básica.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC, 2000.

CARNEIRO, M. A. 17.ed. **LDB fácil: Leitura crítico compreensiva artigo a artigo**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.