1º ao 5º ano

LUIZ ROBERTO **DANTE**

Formulação e resolução de problemas de matemática

Teoria e prática

Obra atualizada conforme o Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FNDE
PNBE do PROFESSOR 2010

VENDA PROIBIDA

ea
editora ática

Nas aulas de matemática no ensino fundamental, é muito comum os professores sentirem dificuldade de explicar à classe como formular e resolver problemas, pois não dispõem de material pedagógico adequado. Porém, a formulação e a resolução de problemas são ferramentas muito importantes para que o aluno desenvolva o seu raciocínio matemático.

Para ajudar a melhorar as aulas de matemática do 1º ao 5º ano, o professor Luiz Roberto Dante elaborou esta edição atualizada e ampliada de seu famoso *Didática da resolução de problemas de matemática*, lançado há mais de 15 anos. Dividido em 11 capítulos e recheado de novas ilustrações, o livro aborda questões como a natureza e os objetivos da formulação e da resolução de problemas, os vários tipos de problema que podem ser aplicados em sala de aula e a melhor maneira de explicá-los, além de mais de cem exemplos de problema, com todas as suas etapas de resolução. Traz ainda sugestões de metodologia e dois capítulos sobre situações-problema con-

ızado professor,

ırvo do Programa Nacional Biblioteca
ıssor, composto por várias obras de
m encaminhadas a sua escola com
ıtualização e o seu desenvolvimento

a conservação deste livro é respon-

ı leitura!

Formulação e resolução de problemas de matemática

Teoria e prática

Conforme a nova ortografia da língua portuguesa

Luiz Roberto Dante

Formulação e resolução de problemas de matemática

Teoria e prática

Ensino fundamental: 1º ao 5º ano

editora ática

Editor-chefe	Carlos S. Mendes Rosa
Editora assistente	Tatiana Vieira Allegro
Revisores	Maurício Katayama, Alessandra Miranda de Sá, Monalisa Neves e Paula B. P. Mendes
Estagiária	Monise Martinez

ARTE

Editor	Vinicius Rossignol Felipe
Diagramadora	Leslie Morais
Paginação	Daniela Máximo
Ilustrações	Clayton Torres
Capa	Alberto Mateus
Imagem de capa	© Images.com/Corbis/Latinstock

O autor agradece a assessoria pedagógica de Clodoaldo Pereira Leite e Márcia Cristina dos Santos Andrade.

CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO NA FONTE
SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

D217f

Dante, Luiz Roberto
Formulação e resolução de problemas de matemática : teoria e prática / Luiz Roberto Dante. - 1. ed. - São Paulo : Ática, 2010.
192p. : il. - (Educação)

Inclui bibliografia
ISBN 978-85-08-13542-4

1. Matemática - Estudo e ensino (Ensino fundamental). I. Título. II. Série.

10-3106.

CDD: 372.7
CDU: 373.3.016:510

ISBN 978 85 08 13542-4
Código da obra CL 711905

2010
1ª edição
1ª impressão
Impressão e acabamento: Gráfica Ideal

Av. Otaviano Alves de Lima, 4400 – CEP 02909-900 – São Paulo, SP
Atendimento ao cliente: 0800-115152 – Fax: (11) 3990-1776
www.atica.com.br – www.atica.com.br/educacional – atendimento@atica.com.br

Sumário

Apresentação

Os professores que ensinam matemática nos primeiros anos do ensino fundamental muitas vezes sentem seus alunos tolhidos e como que não encontrando ambiente propício para o desenvolvimento de suas potencialidades. Algo parecido também ocorre quando comparam a vivência do aluno na escola com a sua vivência fora dela. Por outro lado, a disciplina é considerada muito importante, e a aprendizagem matemática, sob um certo aspecto estrito, também (uma reforçando a outra); o resultado é que os professores normalmente não veem como harmonizar tais requisitos com aulas em que o aluno se sinta razoavelmente livre e propenso a se dedicar de maneira significativa.

De modo geral, as perplexidades, os erros, as irrelevâncias e os devaneios dos alunos são considerados prejudiciais, pois a focalização é na obtenção de respostas certas no menor tempo possível, o que corresponde a "cumprir o programa". Artifícios para que se obtenham tais respostas são elaborados, porque não há tempo para que os alunos compreendam razoavelmente o que se vai passando. Tudo isso reprime a fantasia, a iniciativa e a espontaneidade do aluno, que se refugia em uma rotina segura, mas que quase não inspira, enquanto o professor alega que é o que se pode fazer. O contraste entre o "brincar" e o "estudar" é enfatizado, sendo a aula naturalmente para estudar.

Mas nem sempre é isso o que acontece na vivência escolar. Quando o professor usa materiais diversos ou jogos, por exemplo, parece tornar a criança mais alerta e participativa. E o professor sente mais aventura e prazer em seu trabalho. Algo semelhante acontece com a resolução de problemas não rotineiros, caso seja dada oportunidade aos alunos de tentarem encontrar as soluções por si próprios. Em geral, como em outros casos, o professor acha que deve ter paciência com as "tolices" das crianças, quando, com a sensibilidade despertada, poderia bem observar que é da "tolice" delas que eventualmente brotam caminhos para as soluções e que simplesmente parece não haver outra maneira a não ser que elas sejam impostas.

Este livro vai tentar ser um auxiliar para os professores do ensino fundamental em formulação e resolução de problemas. Vai tentar despertar a sensibilidade dos mestres para um encanto novo que pode emergir na escola e que brota sobretudo do incentivo aos alunos para a aventura de formular e resolver problemas a que se apeguem de maneira natural. A fantasia, a irrelevância e os erros vão fazer parte dessa aventura, mas o professor, antes de ser levado a ter paciência com isso, talvez devesse deixar-se levar por sua força mágica. Na fantasia, na irrelevância e no erro pode estar escondida uma lição maior do que a que se estava pretendendo ensinar.

E o autor desta obra é alguém extraordinariamente sensível às crianças, aos professores e à educação nesse nível. Por isso pôde escrever com afetividade e carinho este livro, que é mais para inspirar do que para ser seguido; que é um amigo fiel sempre pronto a oferecer ajuda, iluminar e alentar nos momentos difíceis da vivência docente, bem como um companheiro que sugere aperfeiçoamento e novos caminhos quando tudo parece ir bem.

Mesmo para os professores que, por um motivo ou outro, não estejam propensos a maiores mudanças em sua forma de ensinar, o livro é uma contribuição valiosa. É resultado de um prolongado preparo e de uma longa experiência do autor no aperfeiçoamento de professores que atuam no ensino fundamental e foi cuidadosa e habilmente trabalhado a fim de poder ser útil no que se tem revelado como uma das maiores dificuldades nesse nível – o trabalho com formulação e resolução de problemas.

Talvez sua lição principal seja a de que a eficiência não precisa sacrificar a criatividade dos alunos; podem bem caminhar de mãos dadas.

Mário Tourasse Teixeira

Introdução

Formulação e resolução de problemas de matemática – Teoria e prática é um livro dirigido a professores que trabalham com matemática no ensino fundamental (1º ao 5º ano) e a estudantes dos cursos de licenciatura em Matemática, Pedagogia e Normal Superior.

O que nos motivou a realizar este trabalho foi a constatação da inexistência de material adequado de consulta e apoio tanto nos cursos que habilitam o professor do ensino fundamental como depois, no seu trabalho diário na sala de aula. Assim, julgamos estar contribuindo com aqueles que têm a difícil, porém gratificante, tarefa de orientar, estimular e coordenar as atividades das crianças, em busca de compreensão a respeito das primeiras ideias matemáticas.

Os estudos e pesquisas em educação matemática apontam que é necessário enfatizar mais a compreensão, o envolvimento do aluno e a aprendizagem por descoberta. Ambos, compreensão e descoberta, exigem mais pensamento. E mais pensamento implica maior uso de atividades de resolução de problemas.

Desde 1980, os educadores matemáticos têm estudado a formulação e a resolução de problemas devido à sua grande importância na aprendizagem e no ensino da matemática. Quando se trata do ensino fundamental, alguns especialistas chegam a considerar a formulação e a resolução de problemas como a principal razão de se aprender e ensinar matemática, porque é por meio dela que se inicia o aluno no modo de pensar matemático e nas aplicações dessa disciplina no nível elementar.

Entretanto, embora tão valorizado, este tem sido, ao longo dos anos, um dos tópicos mais difíceis de se trabalhar em sala. É muito comum que os alunos saibam efetuar todos os algoritmos (as "continhas" de adição, subtração, multiplicação e divisão), conheçam muitas fórmulas, mas não consigam resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos ou fórmulas. Há muitos fatores que agravam essa dificuldade. Nosso objetivo é discuti-los e apresentar sugestões de como minimizá-los, visando contribuir para a melhoria da prática educativa matemática.

Obviamente não é um trabalho definitivo. Mas as ideias e sugestões que aqui reunimos são fundamentadas não apenas em estudos e pesquisas, mas também – e principalmente – na experiência que acumulamos em 30 anos de trabalho com didática de matemática. Parte significativa dessa experiência foi obtida com os professores de ensino fundamental, com os quais temos trabalhado intensamente nas últimas décadas. A eles também agradecemos muitas das sugestões de problemas que apresentamos ao longo da obra.

Neste livro, explicamos a importância de se ensinar a formulação e a resolução de problemas no ensino fundamental, classificamos os vários tipos de exercícios e problemas, mostramos como se resolve um problema de acordo com as etapas desenvolvidas por Polya (o "pai" da resolução de problemas) e explicamos, por meio de exemplos e ilustrações, como se deve encaminhar a solução de um problema na sala de aula. Em seguida, tratamos da forma mais adequada de se propor problemas e de como envolver os alunos em sua resolução. Ao final, são apresentados mais de cem problemas interessantes para os primeiros anos do ensino fundamental, além de diversas situações-problema contextualizadas.

Esperamos estar contribuindo para entusiasmar as crianças no estudo da matemática, ajudando-as na busca de uma compreensão maior e melhor do mundo em que vivem, desenvolvendo o espírito criativo, o raciocínio lógico e o modo de pensar matemático. Acreditamos que, após a leitura deste trabalho, os professores estarão mais motivados para a estimulante tarefa de lecionar criativamente.

Luiz Roberto Dante

5

Capítulo 1

A natureza da formulação e da resolução de problemas

O que é um problema?

Intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo.

O que é um problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é um problema num determinado contexto pode não ser em outro. Por exemplo, se o pneu da bicicleta de Beto nunca furou e ele não sabe o que fazer nessa situação – e quer resolvê-la, pois gosta de andar de bicicleta –, então esse é um problema para ele. Mas se ele sabe que nesse caso deve procurar uma borracharia e que há uma bem próxima dali, a situação não chega a ser um problema, pois não exigirá um processo de reflexão para solucioná-la.

Vejamos outro exemplo. Se um professor de biologia pergunta a um aluno que estuda em uma escola num bairro violento: "Quantas pernas tem uma aranha?", ele poderá ouvir respostas semelhantes às relatadas por Claxton (1984): "Quem dera eu tivesse os mesmos problemas que o senhor". Isso mostra que o que é um problema para um indivíduo imerso em determinado contexto, com determinados conhecimentos, experiências e expectativas, não o é para outro. Para esse aluno, a pergunta não chega a ser um problema que ele queira resolver, ou por não ser significativa para ele, ou porque não é um questionamento de sua vivência, ou ainda porque não gosta ou não se interessa por aranhas, e para ele é indiferente que a aranha tenha ou não oito pernas. No contexto e vivência dele, talvez haja outros problemas que ele queira ou precise resolver.

Agora já podemos dar uma definição de *problema* que é consensual entre os educadores matemáticos: "problema é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução". (Lester, 1982)

Um indivíduo está diante de uma situação-problema quando delineia determinado objetivo e é motivado a alcançá-lo, mas, pelo menos temporariamente, não consegue. Ele tenta vários procedimentos, mas nenhum parece levá-lo de imediato ao sucesso.

Vamos analisar outros dois exemplos.

Exemplo 1:

Carla tem 3 bolinhas de pingue-pongue. Roberto tem 2. Quantas bolinhas eles têm juntos?

Neste caso, se o aluno já aprendeu que uma situação na qual se juntam quantidades ou se acrescenta uma quantidade à outra pode ser representada por uma adição, ele fará rápida e diretamente a adição $3 + 2$ e obterá 5. Assim, essa situação não chega a ser um problema para ele. É um exercício de aplicação simples e direta da adição.

Exemplo 2:

Na equipe de Pedro há 5 alunos. Eles vão se despedir para ir embora. Pedro está curioso para saber o seguinte: se cada um cumprimentar todos os outros com um aperto de mão, qual será o total de cumprimentos?

Neste caso, os alunos do ensino fundamental não dispõem de mecanismos que levem rápida e imediatamente à solução. E Pedro quer saber a solução, ou seja, ele propôs essa situação a si mesmo. Logo, este é um problema para Pedro, pois exigirá dele reflexão, esforço cognitivo e uso de estratégias para buscar a solução.

Para alguns de seus colegas de classe, talvez a situação não chegue a ser um problema por não estarem interessados na questão. O mesmo pode ocorrer com um aluno do ensino médio que já estudou análise combinatória e sabe a definição de combinação de 5 elementos tomados 2 a 2 ($C_{5,2}$) e como aplicá-la diretamente.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais ou PCNs (1998) definem um problema matemático como

> uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.
>
> Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

O que é resolver um problema?

Ninguém melhor do que George Polya, o "pai" da resolução de problemas, para responder a essa pergunta:

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere os meios, se por isso temos de procurá-los

refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados.

Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o "animal que resolve problemas"; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos à simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim. (Polya, em Krulik e Reys, 1997)

Nos PCNs (1998) podemos ler:

Resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos.

Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

As várias interpretações da expressão "formulação e resolução de problemas"

A expressão "formulação e resolução de problemas" tem muitas interpretações fora e dentro da matemática. Vamos analisar algumas delas no âmbito dessa disciplina. As mais comuns, segundo Branca (em Krulik e Reys, 1997), são:

a) Formulação e resolução de problemas como *meta*.
b) Formulação e resolução de problemas como *processo*.
c) Formulação e resolução de problemas como *habilidade básica*.

Incluímos uma quarta, não menos comum nos dias atuais:

d) Formulação e resolução de problemas como *metodologia do ensino da matemática.*

Vejamos a seguir cada uma delas.

Formulação e resolução de problemas como *meta*

Quando perguntamos "Quais são as metas do ensino da matemática?", "Quais são os objetivos a ser atingidos com o ensino da matemática?" ou "Por que ensinamos matemática?", muitos educadores respondem que o objetivo principal é o de formular e resolver problemas, ou seja, ensinamos matemática para que o aluno aprenda a formular e resolver problemas. Analise as citações abaixo.

> As finalidades do ensino de matemática indicam, como objetivos do ensino fundamental [...], resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis. (PCNs, 1998)

> A real justificativa para se ensinar matemática é que ela é útil e, em particular, auxilia na solução de muitas espécies de problemas. (Edward Begle)

> A razão principal de se estudar matemática é para aprender como se resolvem problemas. (Frank K. Lester Jr.)

> A resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o papiro de "Rhind". (George Polya)

> Aprender a resolver problemas matemáticos deve ser o maior objetivo da instrução matemática. Certamente outros objetivos da matemática devem ser procurados, mesmo para atingir o objetivo da competência em resolução de problemas. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso é importante. Mas o significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problema. (Larry L. Hatfield)

> A resolução de problemas é a própria razão do ensino da matemática. (Stephen Krulik)

> A resolução de problemas está no âmago de toda a matemática. (Lester Jr.)

> A ênfase deve ser dada na resolução de problemas, na exploração da matemática a partir de problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas. Assim,

f

o currículo de matemática deve ser organizado em torno da resolução de problemas. (NCTM – Conselho Nacional de Professores de Matemática, EUA, 1980)

Como vemos, essa primeira interpretação vê a formulação e a resolução de problemas como o motivo principal de se estudar matemática. Nela, a formulação e a resolução de problemas é o objetivo primordial a ser atingido.

Formulação e resolução de problemas como *processo*

Nessa interpretação, o que importa é o processo de formulação e resolução de problemas, e não tanto a obtenção da resposta. É o modo como o aluno formula e resolve um problema, os métodos, as estratégias e os procedimentos que ele utiliza. Nessa concepção, a aprendizagem da matemática se daria ensinando os processos de formulação e resolução de problemas aos alunos.

Formulação e resolução de problemas como *habilidade básica*

Nesse caso, a formulação e resolução de problemas é uma competência mínima, básica, que todos os alunos devem ter para que construam sua cidadania e usufruam plenamente dela.

Isso é constatado quando lemos nos PCNs que um dos objetivos gerais do ensino fundamental (e não só da matemática) é levar o aluno a "questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação".

Nessa interpretação, é inevitável levar em conta o conteúdo envolvido nos problemas e os métodos de solução, pois se trata de algo essencial que todos os indivíduos devem dominar para que se insiram no mundo do conhecimento e do trabalho.

Formulação e resolução de problemas como *metodologia do ensino da matemática*

Essa interpretação para a formulação e a resolução de problemas é mais recente e mais frutífera em relação ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois leva em conta as três interpretações anteriores e as enriquece com um componente metodológico importante, desencadeando conceitos e procedimentos por meio de situações-problema motivadoras e trabalhando com a problematização de situações e também com projetos e modelagem matemática. Em todas essas possibilidades, conteúdo (conceitos, procedimentos e atitudes) e metodologia caminham de mãos dadas, são inseparáveis.

De acordo com essa interpretação, os PCNs colocam a formulação e a resolução de problemas como um dos caminhos, uma das metodologias para o ensino da matemática e defendem uma proposta com a qual concordamos plenamente e que poderia ser resumida nos seguintes princípios:

processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da matemática;
- o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Capítulo 2

Objetivos da formulação e da resolução de problemas

A crescente onda de globalização que estamos vivenciando traz a necessidade de um ser humano cada vez mais preparado para acompanhá-la. Nesse sentido, as recentes pesquisas sobre aquisição do conhecimento têm abordado tal questão como fundamental para a prática escolar. Assim, nós, educadores, precisamos ajustar nossa prática pedagógica para acompanhar esse processo. O maior desafio da educação contemporânea é um ensino que prepare o ser humano para a vida e a diversidade que nela se apresenta.

Sendo a matemática uma área do conhecimento voltada para o raciocínio lógico e de direta relação com a vida cotidiana das pessoas (usamos matemática quando fazemos compras, quando administramos nossa renda familiar, quando atravessamos ruas e avenidas, quando localizamos um prédio etc.), sua metodologia de ensino deve valorizar os pensamentos e questionamentos dos alunos por meio da expressão de suas ideias. Daí a necessidade de explorar a oralidade em matemática, estimulando os alunos a expressarem suas estratégias diante de uma questão.

A formulação e a resolução de problemas trazem essa possibilidade em vários aspectos: as situações-problema desenvolvem o poder de comunicação da criança, quando trabalhadas oralmente, e valorizam o conhecimento prévio do aluno, uma vez que dão a oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática.

Vejamos a seguir outros objetivos que a formulação e a resolução de problemas pretendem atingir.

Fazer o aluno pensar produtivamente

Um dos principais objetivos do ensino de matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las. Como já vimos, essa é uma das razões pela qual a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo todo como uma das principais metas da matemática no ensino fundamental.

A noção de pensamento produtivo é usada aqui no sentido dado por Wertheimer (1945), que distingue o pensamento produtivo do pensamento reprodutivo. O pensamento produtivo produz novas e diferentes soluções, inventando, buscando e usando novos métodos, enquanto o pensamento reprodutivo apenas reproduz a aplicação de métodos já conhecidos.

Desenvolver o raciocínio do aluno

É preciso desenvolver no aluno a habilidade de elaborar raciocínios lógicos e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela.

Descubra como começou e continue:

0, 3, 8, 15, 24, __?__, __?__, __?__.

Ensinar o aluno a enfrentar situações novas

As rápidas mudanças sociais e o aprimoramento cada vez maior da tecnologia impedem que se faça uma previsão exata de quais habilidades, conceitos e procedimentos matemáticos são úteis hoje a fim de preparar o aluno para sua vida futura. Ensinar apenas conceitos, habilidades, procedimentos e atitudes que atualmente são relevantes parece não ser o caminho, pois eles poderão tornar-se obsoletos daqui a 15 ou 20 anos, quando a criança de hoje estará no auge de sua vida produtiva. Assim, um caminho bastante razoável é preparar o aluno para lidar com *situações novas*, quaisquer que sejam elas. E, para isso, é fundamental desenvolver nele iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência por meio da formulação e da resolução de problemas.

Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática

Segundo Lima (2001),

> as *aplicações* são empregos das noções e teorias da matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações que vão desde problemas triviais do dia a dia a questões mais sutis que surgem noutras áreas, quer científicas, quer tecnológicas, quer mesmo sociais. As aplicações constituem a principal razão pela qual o ensino da matemática é tão difundido e necessário, desde os primórdios da civilização até os dias de hoje e certamente cada vez mais no futuro. Como as entendemos, as aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas, essa arte intrigante que, por meio de desafios, desenvolve a criatividade, nutre a autoestima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender.

Nos primeiros anos do ensino fundamental, o único veículo que permite apresentar as aplicações da matemática são as situações-problema. Apesar da grande e reconhecida importância da matemática, quer pelo desenvolvimento de raciocínio que proporciona ao aluno, quer por suas aplicações nos problemas da vida diária, das ciências e da tecnologia, em geral os alunos, logo nos primeiros contatos com essa disciplina, têm uma atitude negativa ou tornam-se indiferentes a ela. Isso pode ser atribuído ao exagero no treino de algoritmos e regras desvinculados de situações reais, além do pouco envolvimento do aluno com aplicações da matemática que exijam o raciocínio e o modo de pensar matemático para resolvê-las.

A oportunidade de usar os conceitos e procedimentos matemáticos no dia a dia favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação à matéria, evitando questionamentos como "Para que serve isso?" ou "Onde vou usar isso na minha vida?" Não basta, por exemplo, saber executar mecanicamente os algoritmos das quatro operações ou as passagens na resolução de uma equação. É preciso saber como e quando usá-las convenientemente na resolução de situações-problema. Vejamos um exemplo simples de aplicação.

Exemplo:

Por dia, um homem precisa comer aproximadamente o equivalente a 2% da sua massa para manter o corpo em temperatura adequada. Por outro lado, um rato precisa diariamente de uma quantidade de alimentos equivalente a 50% da sua massa (por isso é que se tem a impressão de que ele está sempre comendo). Nessas condições, responda:

a) Quantos quilogramas você precisa comer por dia?
b) Uma criança de 45 kg comeu 800 g de alimento num dia. Ela comeu a quantidade suficiente para manter a temperatura adequada do corpo? Comeu a mais ou a menos? Quanto?
c) Um rato comeu 105 g de alimentos num dia. Isso corresponde a 50% da sua massa. Qual é a massa do rato?

Tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras

Uma aula de matemática na qual os alunos, incentivados e orientados pelo professor, trabalhem de modo ativo – individualmente ou em pequenos grupos – na aventura de buscar a solução de um problema que os desafia é mais dinâmica e motivadora do que a que segue o clássico esquema de *explicar e repetir*. O real prazer de estudar matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Quanto mais difícil, maior a satisfação em resolvê-lo. Sua autoestima aumenta consideravelmente com a sensação do "eu sou capaz de fazer isso". Um bom problema suscita a curiosidade e desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, diminuindo sua passividade e seu conformismo.

Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas

Para resolver problemas, precisamos desenvolver determinadas *estratégias* que, em geral, se aplicam a grande número de situações. Esse mecanismo auxilia a análise e a solução de situações em que um ou mais elementos desconhecidos são procurados.

Dar uma boa base matemática às pessoas

Mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. O mundo globalizado de hoje exige mais de todos nós: raciocínio rápido, conhecimentos gerais e informações atualizadas. Assim, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas domésticos, de economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. E, para isso, é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a formulação e a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo a capacidade de enfrentar situações-problema.

Liberar a criatividade do aluno

Entre os principais objetivos do ensino da matemática no ensino fundamental destacam-se: aprofundar o pensamento e liberar a criatividade.

Uma das maneiras possíveis de se criar condições na aula de matemática para que a criatividade emerja e se desenvolva é por meio da formulação e da resolução de problemas que exijam o pensamento produtivo do aluno. Isso por si só não garante o desenvolvimento da criatividade, mas aumenta a probabilidade de ela se manifestar. Vários pesquisadores concordam com tal posicionamento. Noller (1982) sugere que "os orientadores de alunos criativos e talentosos usem processos criativos de resolução de problemas para levar a cabo seus objetivos". Renzulli (1982) propõe que se trabalhem problemas reais para se obter o envolvimento da criança e a liberação do seu potencial criativo. Juntune (1979) e Renzulli e Callahan (1975) usaram modelos de processos de resolução criativa de problemas como guias para desenvolver um currículo que favorecesse o lado criativo. Torrance (1986), que tem sugerido uma variedade de conjuntos de guias com planos de lições criativas para facilitar a resolução de problemas, argumenta que

> as necessidades futuras mais frequentemente mencionadas por pesquisadores no campo da identificação e educação de alunos criativos e talentosos incluem: habilidades para a resolução criativa de problemas, habilidades para prognosticar e planejar, habilidades de pesquisa, habilidades computacionais, metodologia científica e habilidades inventivas.

Por outro lado, examinando a definição do processo do pensamento criativo apresentada por Torrance e Torrance (1974), vemos que um certo número de habilidades são necessárias para tornar o processo bem-sucedido. Essas habilidades seriam:

> dar-se conta da existência dos problemas e lacunas na informação, definir estes problemas e estas lacunas, coletar e combinar informações de experiências anteriores e conhecimentos acumulados, produzir várias soluções possíveis e desenvolver critérios para avaliar estas soluções, usar estes mesmos critérios para julgar estas soluções, testar as soluções mais promissoras, decidir qual é a melhor solução, elaborar os planos e detalhes para a implantação da solução escolhida etc.

Como veremos mais detalhadamente no capítulo 4, há uma semelhança muito grande entre essa maneira de ver o processo do pensamento criativo e as etapas que Polya (1977) considera para a abordagem da solução de um problema, que em linhas gerais são: a *compreensão* do problema (o que é dado, o que se procura etc.), a *elaboração de um plano* (usar conhecimentos anteriores, fazer analogias etc.), a *execução do plano* (verificar cada passo, avaliando se está correto ou não etc.) e, finalmente, a *retrospectiva* (para verificar se aquela é uma boa solução ou se há outras, para tentar generalizações etc.).

Assim, parece bastante razoável trabalhar com a formulação e a resolução de problemas a fim de fazer emergir e desenvolver características criativas nas crianças. É claro que não há uma maneira de ensinar as crianças "como devem pensar" produtivamente diante de um problema. O mais importante é oferecer a elas "oportunidade para pensar" e discutir as várias maneiras empregadas nesse processo.

Capítulo 3

Os vários tipos de problema

Exercícios de reconhecimento

Seu objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade etc.

Exemplos:

1) Dados os números 2, 5, 10, 103, 156 e 207, quais são pares?
2) Qual é o sucessor de 109?
3) Uma centena é equivalente a quantas dezenas?
4) Que propriedade da adição de números naturais está sendo usada ao se escrever $3 + 4 = 4 + 3$?

Exercícios de algoritmos

São aqueles que podem ser resolvidos passo a passo. Geralmente, no nível elementar, são exercícios que pedem a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

Seu objetivo é treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores.

Exemplos:

1) Calcule o valor de $[(3 \times 4) + 2] \div 7$.
2) Efetue:

a) $\begin{array}{r} 128 \\ +\ 79 \\ \hline \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 101 \\ -\ 68 \\ \hline \end{array}$

c) $\begin{array}{r} 314 \\ \times\ \ 6 \\ \hline \end{array}$

d) $144 \;\underline{\big|\; 6 \;}$

F

Problemas-padrão

Sua resolução envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige nenhuma estratégia. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo.

O objetivo desses problemas é recordar e fixar os fatos básicos por meio dos algoritmos das quatro operações fundamentais, além de reforçar o vínculo existente entre essas operações e seu emprego nas situações do dia a dia. De modo geral, eles não aguçam a curiosidade do aluno nem o desafiam.

Problemas-padrão simples (resolvidos com uma única operação)

Exemplos:

1) Numa classe há 17 meninos e 22 meninas. Quantos alunos há na classe?
2) Um gato tem 4 pernas. Quantas pernas têm 3 gatos?
3) Divida igualmente 12 figurinhas entre 3 crianças.

Problemas-padrão compostos (resolvidos com duas ou mais operações)

Exemplos:

1) Hugo, Mariana e Guilherme possuem juntos 90 figurinhas. Sabendo que Hugo tem 32 figurinhas e os outros dois possuem quantidades iguais, determine o número de figurinhas de cada um.
2) Para realizar um trabalho de artesanato são necessários 2 400 palitos de fósforo. Sabendo que cada caixa contém, em média, 40 palitos e que cada pacote contém 10 caixas, quantos pacotes serão usados nesse trabalho?
3) Luís tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Felipe. Os dois juntos têm 55 anos. Qual é a idade de cada um?

Problemas-processo ou heurísticos

São problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas-padrão.

Os problemas-processo aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva a criatividade, a iniciativa e o espírito explorador. E, principalmente, iniciam o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta.

Exemplo:

Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?

As respostas que surgem sem que os alunos pensem muito são 36 (6×6) e 30 (6×5), ambas erradas. Vejamos algumas estratégias para resolver esse problema.

1) **Representar o problema dramatizando a situação**

Os 6 alunos se cumprimentam de verdade e marcam a quantidade total de apertos de mão.

2) **Fazer uma lista**

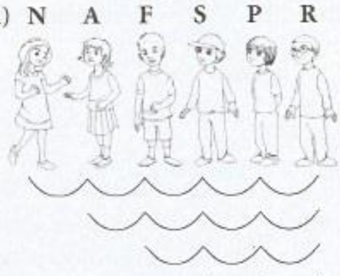
Noemi	**Annelise**	**Felipe**	**Sérgio**	**Paulo**	**Ricardo**
Annelise	Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo	
Felipe	Sérgio	Paulo	Ricardo		
Sérgio	Paulo	Ricardo			
Paulo	Ricardo				
Ricardo					

O primeiro cumprimenta 5 alunos, o segundo cumprimenta 4 e assim por diante, até que o penúltimo cumprimenta o último.

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$$

3) **Fazer um dos seguintes diagramas**

a) **N A F S P R**

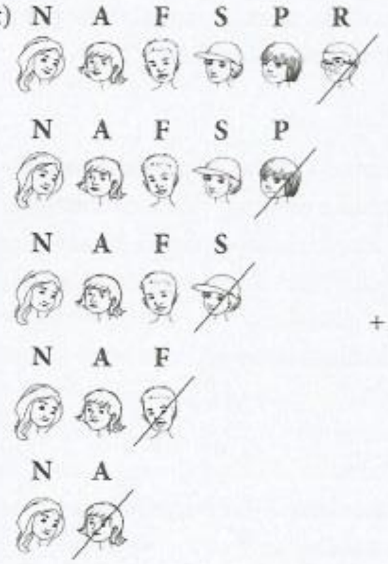


$$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \\ +\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ \hline 15 \end{array}$$ (apertos de mão)

b)

	N	A	F	S	P	R	
N		o	o	o	o	o	5
A			o	o	o	o	4
F				o	o	o	+ 3
S					o	o	2
P						o	1
R							15 (apertos de mão)

c)



Ricardo cumprimenta os outros 5 e sai. 5

Paulo cumprimenta os outros 4 e sai. 4

Sérgio cumprimenta os outros 3 e sai. + 3

Felipe cumprimenta os outros 2 e sai. 2

Annelise cumprimenta a única que sobrou e sai. 1

15

No capítulo 5 resolveremos mais problemas como este, mas pelo exemplo podemos observar que esse tipo de problema dá margem a várias maneiras para se chegar à solução. O aluno precisa pensar, elaborar um plano, tentar uma estratégia de acordo com sua intuição, testar essa estratégia e verificar se chegou à solução correta. Para isso, usa grande variedade de processos de pensamento. Problemas que exigem esses comportamentos são chamados *problemas-processo* ou *problemas heurísticos*.

Problemas de aplicação

São aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de *situações-problema contextualizadas*.

Por meio de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse.

Exemplos:

1) Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual é o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos? Podemos levantar as seguintes questões:
   a) Quantos alunos comem a merenda por dia? E por mês?
   b) Quantos quilos de arroz, macarrão, tomate, cebola, sal etc. a escola recebe por mês?
   c) Qual é o preço atual, por quilo, de cada um desses alimentos?
   d) Qual é o salário mensal da merendeira?
   e) Quanto se gasta de gás?
2) O 5º ano resolveu realizar um projeto denominado "Pipas no ar". Os 35 alunos vão se reunir no sábado, num parque, para construir e empinar pipas. O concurso elegerá a pipa mais bonita e a mais original. Uma comissão de alunos ficou encarregada de fazer as compras. Aí, surgiu a pergunta: Com quantos reais cada um teria de contribuir? Podemos levantar as seguintes questões:
   a) Que tipo de papel é usado numa pipa e de onde ele vem?
   b) Quanto de papel se gasta numa pipa?
   c) Em que loja se compra mais barato?
   d) Quanto custa esse papel?
   e) Comprando uma grande quantidade de material, é dado algum desconto?
   f) Quanto se deve comprar de varetas, cola e linha?
   g) Quanto se deve comprar a mais, prevendo algumas perdas?
   h) Quanto custa cada um desses materiais?
   i) Qual é o custo total aproximado?
   j) Que tipo de pipa gastaria menos papel?

Problemas de quebra-cabeça

São problemas que envolvem e desafiam os alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum *truque*, alguma regularidade, que é a chave da solução.

Exemplo[1]:

Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura ao lado. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?

1. Veja a solução deste problema na página 67.

Capítulo 4

Como se resolve um problema

Segundo o esquema de Polya, são quatro as etapas principais para a resolução de um problema:

- compreender o problema;
- elaborar um plano;
- executar o plano;
- fazer o retrospecto ou verificação.

É claro que essas etapas não são rígidas, fixas e infalíveis. O processo de resolução de um problema é algo mais complexo e rico, que não se limita a seguir instruções passo a passo que levarão à solução, como se fosse um algoritmo. Entretanto, de modo geral elas ajudam o solucionador a se orientar durante o processo. Vejamos com mais detalhes cada uma dessas etapas, já aplicadas a um exemplo de problema-padrão considerado bastante simples.

<u>**Exemplo:**</u>

Pedro e José possuem, juntos, 36 figurinhas. Pedro possui 6 a mais que José. Quantas figurinhas tem cada um?

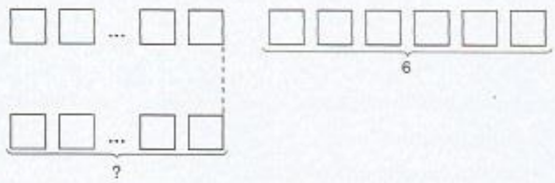
1ª etapa: compreender o problema

Antes de começarmos a resolver o problema, precisamos compreendê-lo. Para isso, devemos lê-lo atentamente e responder a questões como:

a) Há alguma palavra cujo significado eu não conheço?
   O que se pede no problema?
   O que se procura no problema?
   O que se quer resolver no problema?
   O que o problema está perguntando?
   Em nosso exemplo, o que se pergunta é: Quantas figurinhas tem Pedro? E José?
   Ou seja, resolver o problema significa encontrar as respostas para essas perguntas.

b) Quais são os dados e as condições do problema?
O que está dito no problema e que podemos usar?
Os dados e as condições que possuímos, e que podemos usar na resolução do problema, são:
- Pedro e José possuem figurinhas.
- Os dois juntos têm 36 figurinhas.
- Pedro tem 6 figurinhas a mais que José ou José tem 6 figurinhas a menos que Pedro.

c) É possível fazer uma figura ou diagrama da situação?
Sim:
figurinhas de Pedro:
figurinhas de José:



d) É possível estimar ou "chutar" a resposta?
Sim; um "chute" poderia ser: Pedro tem 30 figurinhas e José, 6.
De fato, 30 + 6 = 36, o que satisfaz uma das condições (a que diz que os dois juntos têm 36 figurinhas). Mas não satisfaz a outra, pois, neste caso, Pedro teria 24 a mais que José, e não 6, como é dado no problema.
Outros "chutes" poderiam ser dados, tais como: Pedro tem 16 figurinhas e José, 10; Pedro tem 20 e José, 14; Pedro tem 21 e José, 15 etc., até que as duas condições estivessem satisfeitas simultaneamente, como ocorre em Pedro com 21 e José com 15 figurinhas ($21 + 15 = 36$ e $21 - 15 = 6$).

2ª etapa: elaborar um plano

Nesta etapa, elaboramos um plano de ação para resolver o problema, fazendo a conexão entre os dados do problema e o que ele pede. Muitas vezes, chegamos a uma sentença matemática, isto é, a uma linguagem matemática que parte da linguagem usual.

Algumas perguntas que podem ser feitas nesta fase são:

a) Você já resolveu um problema como este antes?
b) Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?
c) É possível colocar as informações numa tabela e depois fazer um gráfico ou diagrama?
d) É possível resolver o problema por partes?
e) É possível traçar um ou vários caminhos em busca da solução?

Enfim, é preciso elaborar o plano para resolver o problema. Em nosso exemplo, podemos traçar vários planos ou estratégias, que levarão à solução do problema por vários caminhos.

Plano a: *representação do problema*

Com duas crianças e figurinhas de verdade, começamos a representação real do problema.

Sabemos que, juntos, eles têm 36 figurinhas e que Pedro tem 6 a mais que José. Então, pegamos 36 figurinhas, deixamos 6 de lado e distribuímos o restante igualmente entre os dois. No final, damos aquelas 6 figurinhas para Pedro.

Plano b: *tentativa e erro organizados*

Por estimativa ou tentativa e erro, podemos escrever dois números cuja soma dê 36 (resolvendo uma parte do problema) e verificar quando a diferença entre eles é 6 (completando a resolução do problema).

Plano c: *redução ao que tem menos ou ao que tem mais*

Podemos raciocinar assim: se Pedro e José tivessem uma quantidade igual de figurinhas, bastaria dividir o número total por 2. Mas Pedro tem 6 a mais que José. Então, subtraímos (separamos) essa diferença de 6, reduzindo o que tem mais ao que tem menos, ou seja, igualando o número de figurinhas dos dois. Como ficaram com quantidades iguais, dividimos o restante por 2.

O resultado será o número de figurinhas daquele que tem menos, no caso, José. Em seguida, somamos 6 a esse resultado para obtermos o número de figurinhas de Pedro. Aqui, fizemos a redução ao que tem menos.

Poderíamos também fazer a redução ao que tem mais: somamos essas 6 figurinhas ao que tem menos e, assim, os dois ficam com a mesma quantidade, bastando dividir o resultado por 2. Desse modo, encontramos o número de figurinhas daquele que tem mais, no caso, Pedro. Em seguida, subtraímos 6 para obter o número de figurinhas de José.

Plano d: *representação geométrica*

Podemos pensar geometricamente. Assim, representamos a quantidade de figurinhas de José (o que tem menos) por um segmento:

quantidade de José: ————

A quantidade de figurinhas de Pedro deve ser representada por esse mesmo segmento, mais 6. Assim:

quantidade de Pedro: ———— + 6

Como os dois juntos têm 36, temos: $\overset{\text{José}}{\rule{2em}{0.4pt}}\ \underbrace{\overset{\text{José}}{\rule{2em}{0.4pt}} + 6}_{\text{Pedro}} = 36$

Com base nessa representação geométrica e usando o raciocínio lógico é possível resolver o problema.

Plano e: *representação algébrica*

Poderíamos, a partir do 6º ano, pensar algebricamente (não convém utilizar essa estratégia até o 5º ano).

Temos, então: **n**: número de figurinhas de José

n + 6: número de figurinhas de Pedro

Como os dois juntos têm 36, escrevemos a sentença matemática:

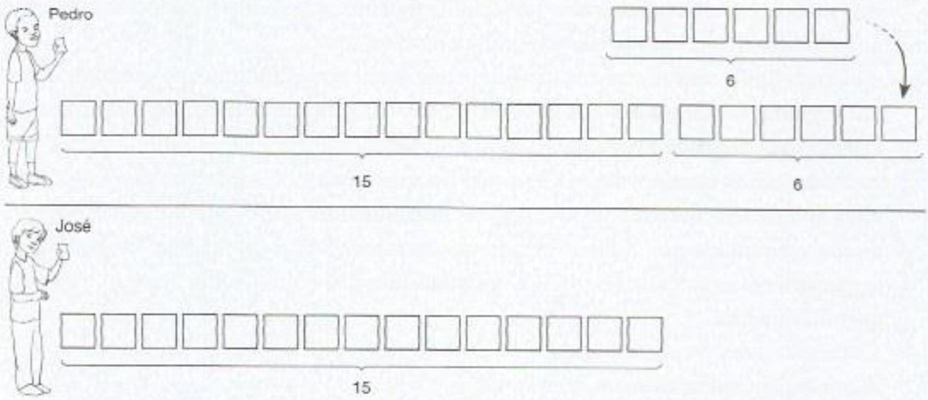
$\underbrace{n}_{\text{José}} + \underbrace{(n + 6)}_{\text{Pedro}} = 36$ (ressaltando que *juntos* é a ideia de reunir)

3ª etapa: executar o plano

Nesta etapa, é preciso executar o plano elaborado, verificando cada passo a ser dado. Completamos os diagramas (se for o caso) e efetuamos os cálculos necessários.

Execução do plano a: *representação do problema*

Pegamos 36 figurinhas, deixamos de lado as 6 que Pedro tem a mais e distribuímos o restante igualmente entre os dois. No final, damos essas 6 figurinhas a Pedro:



Assim, Pedro tem 21 figurinhas e José, 15.

Execução do plano b: *tentativa e erro organizados*

Escrevemos de modo organizado dois números cuja soma seja 36 e escolhemos aquele cuja diferença seja 6:

30 e 6	30 + 6 = 36	30 – 6 = 24
29 e 7	29 + 7 = 36	29 – 7 = 22
28 e 8	28 + 8 = 36	28 – 8 = 20
⋮	⋮	⋮
22 e 14	22 + 14 = 36	22 – 14 = 8
21 e 15	21 + 15 = 36	21 – 15 = 6

Execução do plano c: redução ao que tem menos ou ao que tem mais

- Redução ao que tem menos:

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ \ 6 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ \cline{2-2} 10 & 15 \text{ (José)} \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ +\ \ 6 \\ \hline 21 \text{ (Pedro)} \end{array}$$

- Redução ao que tem mais:

$$\begin{array}{r} 36 \\ +\ \ 6 \\ \hline 42 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ \cline{2-2} 02 & 21 \text{ (Pedro)} \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ -\ \ 6 \\ \hline 15 \text{ (José)} \end{array}$$

Execução do plano d: *representação geométrica*

Quantidade de José: ————

Quantidade de Pedro: ———— + 6

Juntos: $\underset{\text{José}}{\text{————}}\ \underbrace{\underset{\text{José}}{\text{————}} \ + \ 6}_{\text{Pedro}} \ = \ 36$

Portanto:
duas vezes a quantidade de José + 6 = 36
duas vezes a quantidade de José = 36 − 6 = 30
quantidade de José = 30 ÷ 2 = 15

Como $\underset{\text{José}}{\text{————}}$ = 15, Pedro tem ———— + 6 = 15 + 6 = 21.
Portanto, José tem 15 figurinhas e Pedro, 21.

Execução do plano e: representação algébrica

Chamando de **n** a quantidade de José e de **n + 6** a de Pedro, temos a seguinte sentença matemática: $\underbrace{n}_{\text{José}} + \underbrace{(n+6)}_{\text{Pedro}} = 36$

Então, 2n + 6 = 36.

Subtraindo o mesmo número em ambos os membros de uma igualdade, ela não se altera. Neste caso, subtraímos 6:

$2n + \cancel{6} - \cancel{6} = 36 - 6$

$2n = 30$

Dividindo ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número (diferente de zero), ela não se altera. Neste caso, dividimos por 2:

$$\frac{2n}{2} = \frac{30}{2}$$

n = 15 (José)

Logo, para Pedro, temos: n + 6 = 15 + 6 = 21.

4ª etapa: fazer o retrospecto ou verificação

Nesta etapa, analisamos a solução obtida e fazemos a verificação do resultado. O retrospecto, repassando todo o problema, faz com que o aluno reveja como pensou inicialmente, como encaminhou uma estratégia de solução, como efetuou os cálculos, enfim, todo o caminho trilhado para obter a solução. Esse processo cuidadoso é um excelente exercício de aprendizagem e serve também para detectar e corrigir possíveis enganos.

Em nosso exemplo, a verificação (ou ato de "tirar a prova") seria:

Pedro: 21

José: 15

Juntos:

$$\begin{array}{r} 21 \\ +15 \\ \hline 36 \end{array}$$

Pedro tem 6 figurinhas a mais que José:

$$\begin{array}{r} 21 \\ -15 \\ \hline 6 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 15 \\ +\ 6 \\ \hline 21 \end{array}$$

Portanto, as duas condições do problema foram satisfeitas, e podemos, agora, dar a resposta definitiva: Pedro tem 21 figurinhas e José tem 15.

Depois de verificar o resultado e as estratégias empregadas, podemos formular algumas questões:

a) Há alguma outra maneira de encontrar a resposta?
b) É possível usar o método (ou estratégia) aqui utilizado para resolver problemas semelhantes?

Observe, no quadro a seguir, um resumo do esquema de Polya:

Compreender o problema

a) Você leu e compreendeu corretamente o problema?
b) O que se pede no problema?
c) Quais são os dados e as condições do problema?
d) É possível fazer uma figura, um esquema ou um diagrama?
e) É possível estimar a resposta?

Elaborar um plano

a) Qual é o seu plano para resolver o problema?
b) Que estratégia você tentará desenvolver?

c) Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?
d) Tente organizar os dados em tabelas e gráficos.
e) Tente resolver o problema por partes.
f) Há alguma outra estratégia?

Executar o plano

a) Execute o plano elaborado, desenvolvendo-o passo a passo.
b) Efetue todos os cálculos indicados no plano.
c) Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

Fazer o retrospecto ou verificação

a) Examine se a solução obtida está correta.
b) Existe outra maneira de resolver o problema?
c) É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Capítulo 5

Como encaminhar a solução de um problema em sala de aula

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos. Não é um mecanismo direto de ensino, mas uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e incentivo do professor.

Vejamos algumas aplicações dos princípios estudados no capítulo anterior.

Exemplo 1:

Uma escola serve merenda a 144 alunos diariamente. Sabendo que 1 litro de suco dá para 4 copos e que, durante a merenda, cada aluno recebe 1 copo de suco, quantos litros de suco são necessários por dia?

Compreendendo o problema

O professor deve fazer algumas perguntas à classe para que os alunos possam compreender o problema. Seguem algumas sugestões de pergunta:

Professor: Felipe, o que o problema está perguntando?
Felipe: Quantos litros de suco são necessários.
Professor: Quantos litros por semana, por dia ou por mês?
Felipe: Por dia.
Professor: Cláudia, a quantos alunos a escola serve merenda todo dia?
Cláudia: 144 alunos.
Professor: Ricardo, todos os 144 alunos tomam suco?
Ricardo: Não sei.
Professor: Isso faz diferença em nosso problema?
Ricardo: Claro que faz!
Professor: Por quê?
Ricardo: Se, por exemplo, 20 alunos não tomarem suco, acabaremos utilizando menos litros.
Professor: Muito bem. Então, vamos supor que todos os alunos tomem suco.

Agora responda, Fátima: quantos copos são necessários para completar 1 litro?

Fátima: 4.

Professor: O que o problema está pedindo: o número de copos ou o número de litros?

Classe: O número de litros.

Professor: Pedro, diga com suas palavras qual é o problema que temos que resolver.

Pedro: Bem, temos 144 alunos. Se cada um beber 1 copo de suco, quantos litros vamos gastar?

Professor: Muito bem, parece que o problema já está bem entendido.

Os alunos devem ser encorajados a fazer perguntas ao professor e entre eles mesmos, quando estão trabalhando em pequenos grupos. Assim, eles vão esclarecendo os pontos fundamentais e destacando as informações importantes do problema, ou seja, vão compreendendo melhor o que o problema pede e que dados e condições possuem para resolvê-lo.

Estabelecendo um plano

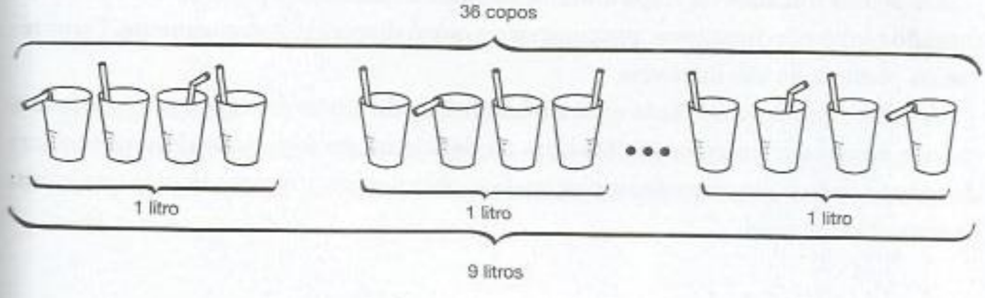
Nesta etapa, o professor deve fazer com que os alunos proponham à classe algumas estratégias para solucionar o problema. Para ajudá-los, pode formular perguntas como:

a) Alguém já resolveu algum problema semelhante a este?
b) Como foi resolvido?

Caso a classe não responda, uma boa estratégia para o professor é dar um *problema semelhante mais simples*. Por exemplo:

Cada um dos 36 alunos de uma classe receberá 1 copo de suco. Sabendo que cada litro dá para 4 copos, quantos litros serão necessários?

Neste caso mais simples, com "números pequenos", os alunos podem descobrir como resolver o problema até mesmo agindo concretamente:



Esse procedimento fará com que descubram qual é a operação a ser efetuada para resolver este problema simples. Em seguida, basta usar a mesma estratégia para resolver o problema original.

Tentemos reproduzir um possível diálogo entre o professor e a classe para estabelecer um plano de ação:

Professor: Que plano vocês têm para resolver o problema?

Márcia: Podemos ir somando 4 mais 4 mais 4, até atingir 144, e depois contamos quantos 4 foram necessários.

Professor: Muito bem, Márcia. Essa é uma maneira de resolver com várias somas ou *adições sucessivas*. Alguém tem outra sugestão?

Pedro: Como 4 copos completam 1 litro, precisamos saber quantos 4 cabem em 144.

Professor: Muito bem. E daí?

Pedro: Daí eu vou tirando de 4 em 4, como se estivesse esvaziando as caixinhas. Cada vez dá 1 litro. Tiro 4 de 144 e sobram 140; depois tiro mais 4 de 140 e sobram 136, e assim por diante, até acabarem os 144 litros. Então, é só ver quantos 4 couberam.

Professor: Muito bem, assim você resolve o problema por *subtrações sucessivas*. Alguma outra ideia?

Sandra: Para saber quantos 4 cabem em 144 não é só dividir 144 por 4?

Professor: O que vocês acham dessa ideia?

Classe: É uma boa! E muito mais rápido!

Professor: É verdade, essa é certamente a maneira mais rápida e direta de resolver o problema.

Esse diálogo com a classe é muito importante para *tirar dos próprios alunos* as estratégias de resolução do problema. Não é aconselhável que o professor apresente apenas a sua estratégia e resolva o problema por meio dela.

Executando o plano

Os planos traçados na etapa anterior são agora executados pelos alunos. Se determinado plano não funcionar, procuraremos outro discutido anteriormente. Lembre-se: os planos não são infalíveis.

A ênfase que deve ser dada aqui é à habilidade do aluno em executar o plano traçado, e não aos cálculos em si. Há uma tendência muito forte (que devemos evitar) de reduzir todo o processo de resolução de problemas aos simples cálculos que levam às respostas corretas.

- *Plano de Márcia*

4	20	40	60	80	100	120	140
+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4
8	24	44	64	84	104	124	144
+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	
12	28	48	68	88	108	128	
+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	
16	32	52	72	92	112	132	
+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	
20	36	56	76	96	116	136	
	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	
	40	60	80	100	120	140	

Número de quatros necessários:
$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 1 = 36$
Portanto, são necessários 36 litros.

- *Plano de Pedro*

144	124	104	84	64	44	24	4
− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4
140	120	100	80	60	40	20	0
− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	
136	116	96	76	56	36	16	
− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	
132	112	92	72	52	32	12	
− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	
128	108	88	68	48	28	8	
− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	
124	104	84	64	44	24	4	

O 4 cabe 36 vezes em 144. Portanto, são necessários 36 litros.

- *Plano de Sandra*
Querendo aproveitar a ideia de Pedro e simplificar os cálculos, podemos efetuar a divisão por estimativa, subtraindo de 10 em 10 vezes o 4 em lugar de 1 em 1 vez:

$$
\begin{array}{r|l}
144 & 4 \\ \cline{2-2}
-\ 40 & 10 \\ \cline{1-1}
104 & 10 \\
-\ 40 & +\ 10 \\ \cline{1-1}
64 & \underline{\ \ 6} \\
-\ 40 & 36 \\ \cline{1-1}
24 & \\
-\ 24 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
\quad \text{ou, usando o algoritmo usual,} \quad
\begin{array}{r|l}
144 & 4 \\ \cline{2-2}
-\ 12 & 36 \\ \cline{1-1}
24 & \\
-\ 24 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

São necessários 36 litros.

O professor pode, agora, discutir com a classe qual é a execução mais compreensível, qual é a mais curta etc.

Fazendo o retrospecto ou verificação

Esta etapa é muito importante para completar o processo de resolução de problemas. Os alunos devem dizer por que a resposta encontrada está correta e, em seguida, fazer um retrospecto de toda a resolução. É muito importante justificar o que e como se fez.

Verificação

Um litro corresponde a 4 copos de suco.

Trinta e seis litros corresponderão a $36 \times 4 = 144$ copos.

Logo, a resposta está correta.

Resposta: São necessários 36 litros de suco por dia.

Antes de encerrar este problema, o professor pode explorá-lo um pouco mais. Poderia perguntar, por exemplo:

a) Se cada litro de suco custa R$ 2,20, qual seria o gasto diário total com sucos?
b) Se déssemos uma nota de R$ 50,00 para pagar esse gasto diário total, quanto receberíamos de troco?

Exemplo 2:

Annelise tinha apenas moedas de R$ 1,00 e notas de R$ 5,00 e de R$ 10,00. Mostre todas as maneiras que ela poderia usar para pagar um livro que custa R$ 25,00.

Professor: Vou dar um tempo para vocês pensarem.

Carlos: Nem precisa. São duas notas de R$ 10,00 e uma de R$ 5,00.

Professor: Está bem, mas vamos ler e compreender bem o problema antes de dar respostas sem pensar.

Bete: Carlos, você leu o que o problema pede? Ele está pedindo *todas* as maneiras, e não uma só.

Carlos: Está certo, mas uma já está aí.

Professor: Muito bem. Agora respondam: quanto custa o livro?

Classe: R$ 25,00.

Professor: Ótimo. Que tipo de dinheiro a Annelise tem?

Classe: Apenas moedas de R$ 1,00 e notas de R$ 5,00 e de R$ 10,00.

Professor: Há mais de uma resposta?

Carlos: Deve haver. Uma delas é a que eu dei.

Professor: Está bem entendido qual é o problema?

Classe: Sim.

Professor: Então, Paulo, diga com suas palavras qual é o problema que temos de resolver.

Paulo: Temos de encontrar todas as maneiras de pagar R$ 25,00 com moedas de R$ 1,00 e notas de R$ 5,00 e de R$ 10,00.

Professor: Muito bem. Vejamos agora como fazer para resolvê-lo. Fiquem em grupos de 4 e deem algumas ideias de planos, alguns caminhos para resolver o problema.

(Depois de algum tempo...)

Manoel: Pronto. A nossa equipe resolveu fazer uma lista de todas as maneiras possíveis.

Professor: Muito bem. E encontraram todas as maneiras?

Manoel: Acho que sim.

Gislaine: Nós fizemos uma tabela.

Professor: Ótimo. Procurem ver se não esqueceram nada.

Maria: Nós também fizemos uma tabela e não esquecemos nada.

Professor: Como você sabe que não esqueceram nada?

Maria: Pela maneira que fizemos, está tudo aqui.

Professor: Muito bem. Vamos colocar aqui na lousa a execução de todos os planos. Venha você primeiro, Manoel.

Manoel: Fizemos esta lista:

- 3 notas de R$ 5,00 e 1 nota de R$ 10,00;
- 25 moedas de R$ 1,00;
- 2 notas de R$ 10,00 e 1 de R$ 5,00;
- 4 notas de R$ 5,00 e 5 moedas de R$ 1,00;
- 2 notas de R$ 5,00, 1 nota de R$ 10,00 e 5 moedas de R$ 1,00.

Professor: Muito bem. Venha agora alguém da equipe da Gislaine e coloque aqui ao lado o que vocês fizeram. Os demais membros da equipe devem acompanhar a elaboração da tabela e conferir se está tudo correto.

Bernadete: Nós fizemos uma tabela assim:

Notas de R$ 5,00	Notas de R$ 10,00	Moedas de R$ 1,00
5	—	—
—	—	25
—	2	5
4	—	5
3	1	—
2	1	5
1	1	10
1	—	20
1	2	—
2	—	15
3	—	10
—	1	15

Manoel: É, nós esquecemos várias possibilidades na nossa lista.
Professor: Vocês têm certeza de que nessa tabela estão indicadas todas as possibilidades?
Maria: Nós temos. Ficou parecida com a nossa, mas fizemos de outro jeito.
Professor: Então coloque a de vocês aqui na lousa também.
Maria: Está bem.

Notas de R$ 10,00	Notas de R$ 5,00	Moedas de R$ 1,00
2	1	—
2	—	5
1	3	—
1	2	5
1	1	10
1	—	15
—	5	—
—	4	5
—	3	10
—	2	15
—	1	20
—	—	25

Professor: Muito bem. Vocês colocaram primeiro as notas de R$ 10,00, depois as de R$ 5,00 e, finalmente, as moedas de R$ 1,00. Colocaram todas as possibilidades começando com as notas de R$ 10,00, depois todas com as notas de R$ 5,00 e, finalmente, com as moedas de R$ 1,00. Dessa maneira ficam escritas *todas* as possibilidades. Em casos como este é muito importante elaborar listas e tabelas organizadas. Como já vimos que foram colocadas todas as possibilidades, para fazer a verificação do problema falta ver ainda se em cada linha a soma dá R$ 25,00.

Manoel: Dá sim, professor, nós já verificamos.

Professor: Ótimo. A resposta do problema é dada pela tabela que a equipe da Maria colocou na lousa. A tabela da equipe da Bernadete está correta também, mas não está colocada em ordem.

Algumas extensões para esse problema:

a) O livro custa, agora, R$ 30,00.
b) Annelise possui também moedas de R$ 0,50.

Exemplo 3:

Uma escola ganhou, por doação, uma tela de 40 m de comprimento. A direção da escola resolveu, então, cercar um terreno retangular que tivesse a maior área possível, para fazer experiências com plantas. Vamos ajudar a direção da escola a descobrir quais devem ser as dimensões do terreno?

Professor: Procurem ler com atenção o problema, verifiquem o que ele está pedindo e quais são os dados.

Renato: Professor, o que é dimensão?

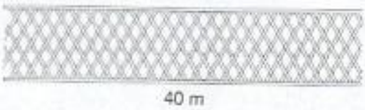
Pedro: Tamanho, medida.

Professor: Isso mesmo. Façam um desenho que represente um terreno retangular. Observem que ele tem duas dimensões: comprimento e largura.

Bete: Então, o problema é calcular os tamanhos do comprimento e da largura do terreno?

Professor: Muito bem. É isso que procuramos. E o que temos? Quais são os dados?

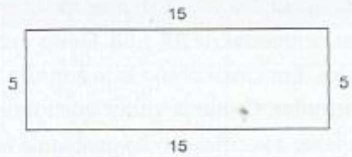
Pedro: Uma tela de 40 m de comprimento para cercar um terreno retangular.



João: É fácil. O comprimento é 15 m e a largura, 5 m.

Professor: Coloque aqui na lousa o seu desenho, João.

João: A soma de tudo dá 40 m. Veja:



$$15 + 15 + 5 + 5 = 40$$

Professor: A soma dos quatro lados (soma de tudo) chama-se perímetro. Mas qual é a área do seu terreno, João?

João: É... deixa ver... É isso mesmo:

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 5 \\ \hline 75 \end{array}$$

Professor: Mas será que essa é a maior área possível?

José: Não é, não. A minha deu maior.

Professor: Então venha colocar na lousa o seu desenho com as medidas, José.

José:

$13 + 13 + 7 + 7 = 40$ (perímetro)

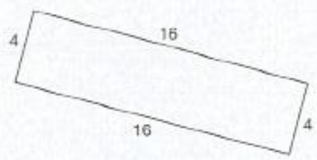
$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 7 \\ \hline 91 \end{array}$$ (área)

Professor: Alguém descobriu outra resposta?

Paulo: A minha deu menor.

Professor: Não faz mal, venha colocar na lousa.

Paulo:



$16 + 16 + 4 + 4 = 40$ (perímetro)

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 4 \\ \hline 64 \end{array}$$ (área)

Gislaine: Desse jeito, há muitas respostas que dão o mesmo perímetro e áreas diferentes.

Professor: Isso mesmo. E precisamos encontrar aquela que dê a maior área possível. Sugiro que vocês coloquem esses dados numa tabela. Assim:

Comprimento	Largura	Perímetro	Área
15	5	40	75
13	7	40	91
16	4	40	64

Tentem descobrir alguma coisa nessa tabela.

(Depois de algum tempo...)

Cristina: Acho que descobri:

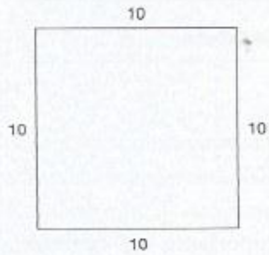
- 15 + 5 = 20, que é metade de 40;
- 13 + 7 = 20, que é metade de 40;
- 16 + 4 = 20, que é metade de 40.

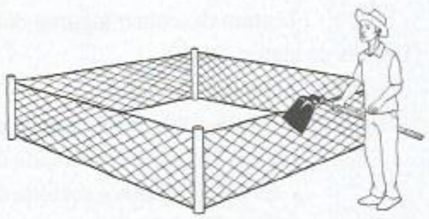
Professor: Ótimo. Você descobriu algo muito importante: *o comprimento mais a largura é sempre igual à metade do perímetro*. Com essa informação podemos aumentar nossa tabela organizada. Assim:

Comprimento (m)	Largura (m)	Perímetro (m)	Área (m^2)
19	1	40	19
18	2	40	36
17	3	40	51
16	4	40	64
15	5	40	75
14	6	40	84
13,5	6,5	40	86,75
13	7	40	91
12	8	40	96
11	9	40	99
10	10	40	100
9	11	40	99
8	12	40	96
7	13	40	91
6,5	13,5	40	86,75
6	14	40	84
5	15	40	75
4	16	40	64
3	17	40	51
2	18	40	36
1	19	40	19

Eliana: O que deu maior área foi o que tem 10 m de comprimento por 10 m de largura.

Professor: Muito bem. É um retângulo muito particular chamado *quadrado*:





$10 + 10 + 10 + 10 = 40$ (perímetro)

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times\ 10 \\ \hline 100 \end{array}\ \text{m}^2\ \text{(área)}$$

Joaquim: Então, quando temos um perímetro fixado, o retângulo que tem a maior área possível é um quadrado?

Professor: Parece que sim. Tente resolver esse mesmo problema com perímetros iguais a 20 m, 30 m ou 50 m, para certificar-se um pouco mais da sua afirmação.

Exemplo 4:

A classe de Annelise está fazendo fichas para um jogo matemático. Em cada folha de sulfite cabem 8 fichas. Para o jogo serão necessárias 60 fichas. Quantas folhas de sulfite precisaremos comprar para fazer esse jogo?

Compreendendo o problema

- *Dados*:
  Precisamos de 60 fichas e cabem 8 em cada folha.
- *Objetivo*:
  Determinar o número de folhas necessárias.
- *Figura*:

Estabelecendo um plano

Dividir 60 por 8 para saber quantos grupos de 8 cabem em 60. Verificar o que significa o resto.

Executando o plano

$$\begin{array}{r|l} 60 & 8 \\ \cline{2-2} -56 & 7 \leftarrow \text{número de folhas necessárias} \\ \cline{1-1} 4 & \leftarrow \text{fichas extras necessárias} \end{array}$$

São necessárias 7 folhas mais 4 fichas. Para obter mais 4 fichas precisamos comprar mais 1 folha. Portanto, $7 + 1 = 8$.

Fazendo o retrospecto ou verificação

- Seriam suficientes 7 folhas? Não, pois $7 \times 8 = 56$.
- São suficientes 8 folhas? Sim, pois $8 \times 8 = 64$, e precisamos de 60 fichas.
- A execução foi correta? Sim, pois $(7 \times 8) + 4 = 60$.
- Há outra maneira de se verificar a resposta? Sim: $8 \times 8 = 64$ e $64 - 4 = 60$.

Resposta: Precisaremos comprar 8 folhas de sulfite para construir esse jogo.

Capítulo 6

Como propor problemas adequadamente

Estudar matemática é resolver problemas. Portanto, a incumbência dos professores de matemática, em todos os níveis, é ensinar a arte de resolver problemas. O primeiro passo nesse processo é colocar o problema adequadamente.

Thomas Butts

Distinguindo exercício de problema

É preciso fazer uma clara distinção entre o que é um exercício e o que é um problema. *Exercício*, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas.

Exemplo:

Efetue 123 ÷ 3.

Ou, na forma de problema-padrão: Divida 123 balas igualmente entre 3 crianças.

Situação-problema ou problema-processo, como já denominamos no capítulo 3, é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A resolução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias.

Exemplo[1]:

Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai dele precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ele deverá alugar?

1. Veja a solução deste problema na página 68.

Observação: É importante ter em mente que, durante o ano letivo, deve haver um equilíbrio entre o número de exercícios e o de problemas que são dados a uma classe.

Propondo exercícios adequadamente

Em geral, os exercícios de reconhecimento são dados em forma de testes do tipo *verdadeiro ou falso* (**V** ou **F**), de múltipla escolha ou de preenchimento de lacunas. Esses exercícios podem ser mais interessantes e significativos quando colocados na forma de "Dê um exemplo de".

Exemplo:

Dê um exemplo de:

a) dois números primos entre 10 e 20;
b) um número em que o algarismo das centenas seja pelo menos 2, o das dezenas seja pelo menos 3 e o das unidades, pelo menos 5;
c) uma fração própria maior do que $\frac{2}{3}$;
d) um polígono de quatro lados;
e) um número decimal entre 0,01 e 0,1;
f) uma operação entre números naturais que não seja comutativa.

Esta colocação dá margem a várias respostas diferentes e corretas, o que estimula discussões interessantes na classe. Também os exercícios sobre algoritmos (efetuar 123 + 387, 124 − 68, 13 × 12, 168 ÷ 3 etc.) podem se tornar mais motivadores para a criança quando colocados de forma mais interessante.

Exemplos[2]:

1) Observe os itens resolvidos de **a** a **d**. Em seguida, resolva o item **e**:

a) $1 + 3 \longrightarrow \underbrace{1 + 3}_{\text{2 parcelas}} = 4 = 2 \times 2$

b) $1 + 3 + 5 \longrightarrow \underbrace{1 + 3 + 5}_{\text{3 parcelas}} = 9 = 3 \times 3$

c) $1 + 3 + 5 + 7 \longrightarrow \underbrace{1 + 3 + 5 + 7}_{\text{4 parcelas}} = 16 = 4 \times 4$

d) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 \longrightarrow \underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + 9}_{\text{5 parcelas}} = 25 = 5 \times 5$

2. Veja a solução de todos estes seis exemplos nas páginas 69-71.

Observe que:

$$\underbrace{1+3+5+7}_{4\times 4}+9=4\times 4+9=4\times 4+2\times 4+1=4^2+2\times 4+1=(4+1)^2=5^2$$

e) Sem fazer a adição, determine o resultado de:
$1+3+5+7+9+\ ...\ +25$

2) Em seu caderno, complete o quadrado mágico com algarismos de 1 a 9. A soma nas horizontais, nas verticais e nas diagonais deverá ser sempre igual a 15:

?	?	?
?	?	?
?	?	?

3) Escreva o número 143 como soma de dois números naturais consecutivos, de todas as maneiras possíveis.

4) Escreva três números diferentes cujos únicos fatores primos sejam os números 2 e 3.

5) Desenhe três retângulos especificando suas dimensões, de modo que todos tenham área igual a 24 cm².

6) Nos criptogramas abaixo, cada letra assume um único valor, de 0 a 9. Qual é o valor de cada letra?

a) $$\begin{array}{r} \text{J O S É} \\ +\ \ \text{J O Ã O} \\ \hline \text{P A U L O} \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} \text{H A V E} \\ +\ \ \text{S O M E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

Características de um bom problema

Ser desafiador para o aluno

Infelizmente, a maioria dos problemas dados aos alunos é de problemas-padrão, que não os desafiam. Os alunos devem ser colocados diante de problemas que os desafiem, que os motivem, que aumentem sua curiosidade em querer pensar neles e em procurar solucioná-los.

Exemplo[3]:

Um tijolo pesa 1 kg mais meio tijolo. Quanto pesará um tijolo e meio?

3. Veja a solução deste e dos outros dois exemplos seguintes nas páginas 71-74.

Ser real para o aluno

Problemas com dados e perguntas artificiais desmotivam o aluno. Os dados de um problema precisam ser reais, quer nas informações nele contidas, quer nos valores numéricos apresentados.

Exemplo:

Na classe de Pedrinho há 37 alunos. Como choveu, faltaram 5 dos seus colegas. A professora pediu que os alunos formassem equipes de 4 para resolver problemas. Quantos problemas a professora precisa ter de modo que cada equipe resolva apenas um?

Ser do interesse do aluno

Um problema que interessa aos adultos pode não interessar às crianças (por exemplo, problemas de juro, descontos, prestações, preços de eletrodomésticos etc.). A motivação é um dos fatores mais importantes para o envolvimento do aluno com o problema. E essa motivação é interior e natural quando os dados e as perguntas do problema fazem parte do dia a dia do aluno (esportes, televisão, música popular etc.).

Exemplo:

Felipe e Josué estão colecionando o mesmo tipo de figurinhas. Felipe já tem 190 figurinhas coladas no álbum e Josué tem 178. Se Felipe conseguir 28 figurinhas fazendo trocas com seus colegas de escola e Josué conseguir 37:

a) qual dos dois ficará com mais figurinhas no álbum?
b) quantas ele terá a mais que o outro?
c) quantas faltarão ainda para Felipe e Josué se o total de figurinhas do álbum for 300?
d) quantos pacotes Felipe ainda precisará comprar, se em cada um vêm 2 figurinhas, mas uma é sempre repetida?
e) quanto Felipe gastará se cada pacote custa R$ 0,20?

Ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido

É interessante que o que se procura responder no problema, o elemento desconhecido, seja algo que na realidade desconhecemos e queremos saber. Isso não ocorre, por exemplo, nos problemas que envolvem idades: "O dobro da idade de Pedro mais...", pois, na realidade, a idade de qualquer pessoa já está determinada; para conhecê-la, basta perguntar a ela.

Exemplo:

Ajude seu pai ou sua mãe a relacionar todos os gastos semanais da sua família com alimentação. De quanto é esse gasto num mês?

Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas

De fato, é importante que o problema possa gerar muitos processos de pensamento, levantar muitas hipóteses e propiciar várias estratégias de solução. O pensar e o fazer criativo devem ser componentes fundamentais no processo de resolução de problemas.

Ter um nível adequado de dificuldade

O problema deve ser desafiador, mas passível de ser resolvido pelos alunos daquela faixa etária específica. Um nível de dificuldade muito além do razoável para uma determinada faixa etária pode levar os alunos a frustrações e desânimo irreversíveis, traumatizando-os não só em relação à resolução de problemas, mas também em relação à matemática como um todo. E, às vezes, em relação a todas as atividades escolares.

Como contornar fatores que dificultam um problema

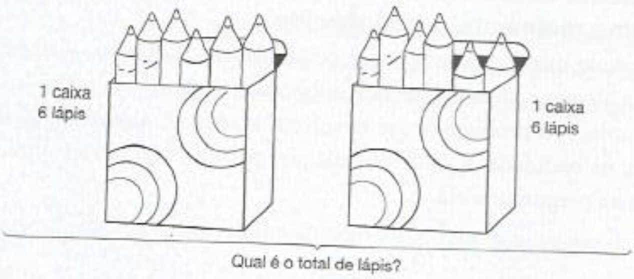
Linguagem usada na redação do problema

Geralmente, a linguagem utilizada nos problemas é muito diferente da usual. É mais compacta e apresenta muitas ideias importantes interligadas num único parágrafo. Na linguagem usual isso não ocorre; quase sempre há uma única ideia central num parágrafo.

É preciso fazer com que a linguagem seja apropriada a cada faixa etária e o vocabulário o mais próximo possível da vivência da criança. O que importa é dar as informações da maneira mais clara e simples para permitir um completo entendimento do que está sendo solicitado no enunciado.

Num 2º ano, ou em classes com dificuldades em leitura, a comunicação pode ser feita mais por meio de figuras do que de palavras.

Exemplo:



Num 3º ano, já podemos usar menos figuras e mais frases simplificadas.

Exemplo:

Tenho 2 caixas. Há 6 lápis em cada caixa. Quantos lápis tenho ao todo?

A partir do 4º ano, o problema poderá ser apresentado numa linguagem mais discursiva e inserido numa pequena história.

Exemplo:

Pedrinho foi à papelaria comprar 2 caixas de lápis de cor, uma para ele e outra para sua irmã. Se cada caixa contém 6 lápis, quantos lápis ele comprou?

Às vezes, para maior entendimento do aluno, mesmo num 4º ou 5º ano é conveniente cortar dados irrelevantes e informações desnecessárias, simplificando o problema.

Exemplo:

Um comerciante encomendou 120 carrinhos de plástico a R$ 5,00 cada e 100 bonecas a R$ 8,00 cada. Quanto gastará com todos esses brinquedos?

Simplificando:

	Unidades	Preços unitários	Totais parciais
Carrinhos	120	R$ 5,00	?
Bonecas	100	R$ 8,00	?
		Gasto total	?

Tamanho e estrutura das frases

Em geral, as crianças se perdem na leitura de frases longas e complexas. Então, é interessante separá-las em duas ou mais frases curtas e mais simples.

Exemplo[4]:

Determine quantos jornais por semana vende uma banca, sabendo que ela vende 150 jornais por dia e no domingo vende 100 jornais a mais do que nos outros dias.

Simplificando:

Uma banca vende 150 jornais por dia. No domingo, ela vende 100 jornais a mais do que nos outros dias. Quantos jornais são vendidos numa semana?

Vocabulário matemático específico

A criança precisa de algum tempo e de ajuda para distinguir, na linguagem matemática, o significado de uma palavra de uso corrente. Ela faz confusão com palavras como operação, primo, dobrar, diferença, meio, vezes, conta, par, altura, base etc.

4. Veja a solução deste problema na página 74.

É preciso que o professor faça a distinção dessas palavras para ela e esclareça o significado de termos desconhecidos. Estimule a pesquisa do significado correto de cada palavra em um glossário ou dicionário.

"Tamanho" e complexidade dos números

Problemas com "números muito grandes" fazem com que toda a atenção e preocupação da criança se voltem para esses números e para os algoritmos. Quanto maior o número e mais complexo o algoritmo, mais difícil é o problema. Problemas com "números pequenos" fazem com que o aluno focalize mais o problema em si e os processos de pensamento necessários para resolvê-los, e não simplesmente os cálculos.

Exemplo:

O dono de uma loja de brinquedos comprou 145 bonecas a R$ 24,85 cada e 256 carrinhos a R$ 14,65 cada. Quanto gastou no total?

Simplificando:

Uma pessoa comprou 3 bonecas a R$ 20,00 cada e 5 carrinhos a R$ 10,00 cada. Quanto gastou no total?

Como apresentar o problema

O modo como o problema é apresentado pode determinar a maior ou menor dificuldade que o aluno terá em resolvê-lo, de acordo com a motivação que despertar.

Exemplo:

Quantos segmentos de reta podemos traçar unindo 5 pontos como os desenhados abaixo?

Equivalente mais motivador:

Quantos apertos de mão 5 pessoas podem trocar entre si se cada uma cumprimentar todas as outras?

Ordem em que as informações (dados e condições) são dadas

Um problema se torna mais difícil quando as informações que contém não são usadas na mesma ordem em que aparecem.

Exemplo:

Um vendedor de brinquedos quer lucrar R$ 2,00 na venda de cada carrinho de ferro e R$ 1,00 na venda de cada carrinho de plástico. Ele comprou 12 carrinhos de ferro por R$ 120,00 e 6 carrinhos de plástico por R$ 30,00. Por quanto será preciso vender cada carrinho de ferro e cada carrinho de plástico?

Neste caso, as informações *lucro de R$ 2,00 em cada carrinho de ferro e de R$ 1,00 em cada carrinho de plástico* aparecem em primeiro lugar, mas só serão usadas depois que soubermos quanto custou ao vendedor cada um dos carrinhos. O problema ficaria mais fácil se essas informações viessem no final do texto.

Número de condições a serem satisfeitas e sua complexidade

Se um problema apresenta duas ou mais condições a serem satisfeitas, ele se torna mais difícil porque, em geral, o aluno pensa que o problema já está resolvido quando consegue satisfazer apenas uma delas.

Vamos voltar ao exemplo 3 do capítulo anterior (p. 43). Quando João encontrou os números 15 e 5, ele satisfez apenas uma condição do problema: a de o perímetro ser 40 ($15 + 15 + 5 + 5 = 40$), mas não satisfez a outra condição: a área deveria ser a maior possível. Entretanto, nesse ponto João pensou já ter resolvido o problema.

Ainda nesse exemplo, note que satisfazer a primeira condição foi mais fácil do que satisfazer a segunda: a tabela organizada foi muito mais trabalhosa.

Número e complexidade de operações e estratégias envolvidas

De modo geral, se a solução do problema envolve apenas uma operação, ele é mais simples do que aqueles que requerem duas ou mais operações. E, naturalmente, se a operação é de adição, o aluno a considera muito mais simples do que se fosse de divisão.

Quanto às estratégias, isso também ocorre: se a estratégia envolver apenas a execução de algoritmos, ela é simples. Se exigir tentativa e erro, ela já requer certa habilidade para fazer estimativas. E, finalmente, se a estratégia for a elaboração de tabelas organizadas, gráficos, interpretação de gráficos e generalizações, a resolução do problema é considerada bem mais difícil.

Capítulo 7

Sugestões metodológicas aos professores

Mudando o método de ensino

Uma das razões de a matemática fazer parte do currículo do ensino fundamental é o fato de querermos que os alunos saibam lidar com problemas cujas soluções envolvam conceitos matemáticos e, de algum modo, exijam o modo de pensar matemático.

Ensinar a resolver problemas é uma tarefa muito mais complexa do que ensinar algoritmos e equações. A postura do professor ao ensinar um algoritmo é, em geral, a de um orientador que dá instruções, passo a passo, de como fazer. Na resolução de problemas, ao contrário, o professor deve funcionar como *incentivador* e *moderador* das ideias geradas *pelos próprios alunos*. Nesse caso, as crianças participam ativamente "fazendo matemática" e não ficam passivamente "observando" a matemática "ser feita" pelo professor. É uma radical e importante mudança do método tradicional, que consiste em *mostrar e repetir*, com base na expressão *é assim que se faz*. No chamado método heurístico, o professor encoraja o aluno a pensar por si mesmo, a levantar as próprias hipóteses e a testá-las, a criar as próprias estratégias, a discutir com seus colegas como e por que aquela maneira de fazer funciona. Enfim, aqui o papel do professor é manter os alunos pensando e gerando ideias produtivas.

Trabalhando com a classe toda

Apresente um problema desafiador, real e interessante, e que não seja resolvido diretamente por um ou mais algoritmos. Dê um tempo razoável para que os alunos leiam e compreendam o problema. Facilite a discussão entre eles ou faça perguntas para esclarecer os dados e condições do problema e o que se pede nele. Procure certificar-se de que o problema foi totalmente entendido por todos. Lembre-se de que *uma das maiores dificuldades do aluno ao resolver um problema é compreender o texto.*

Em seguida, dê um bom tempo para as crianças trabalharem no problema, porque a resolução não pode se transformar numa competição de velocidade, e elas precisam muito mais de tempo para pensar e trabalhar no problema do que de instruções específicas para resolvê-lo. Procure criar entre os alunos um clima de busca, exploração e descoberta, deixando claro que mais importante que obter a resposta correta é pensar e trabalhar no problema durante o tempo que for necessário para resolvê-lo.

Nessa fase, as perguntas que surgem naturalmente são:

- Este problema é de uma ou de duas contas?
- É um problema de somar ou de subtrair?
- A resposta é 7?

O professor não deve dar respostas diretas a essas perguntas, pois, do contrário, o problema já estará resolvido e a criança não pensará mais nele, passando a executar as contas rápida e automaticamente. Algumas possíveis respostas a essas perguntas são:

- Vamos pensar juntos.
- Pense um pouco mais.
- É realmente o que o problema está pedindo para fazer?
- Discuta isso um pouco com seu colega.
- Mostre ao seu colega o que você fez e peça que ele também lhe conte como planeja resolver o problema.

Com essas respostas do professor os alunos continuam envolvidos com o problema e pouco a pouco vão perguntando menos e tornando-se mais independentes e autônomos.

Enquanto as crianças trabalham, o professor percorre as carteiras ajudando, encorajando, dando ideias, pequenas "dicas" (sem contar como se chega à solução), deixando claro quais são os objetivos, os dados do problema, as condições, perguntando se já pensaram nisso ou naquilo etc.

Depois que a maioria dos alunos solucionou o problema, o professor pede que alguns venham à lousa (um de cada vez) explicar o que fizeram e como fizeram, e por que o seu método funcionou. O professor pode também, ele mesmo, ir registrando na lousa as sugestões dos alunos. É comum aparecerem maneiras diferentes de resolver o mesmo problema, até mesmo algumas erradas, e é interessante que todas sejam discutidas e analisadas, pois isso incentiva as crianças a sempre tentarem vários métodos. Também é conveniente que todos os alunos copiem no caderno as diversas maneiras de resolver aquele problema, pois nos problemas seguintes eles poderão tentar usar algumas dessas estratégias.

Deve-se observar que um problema não está necessariamente resolvido quando o aluno encontrou a resposta certa. Para estar verdadeiramente resolvido, o aluno precisa saber *o que* e *como* fez, e *por que* sua ação foi apropriada. E isso deve ser parte integrante da resolução do problema, na etapa de retrospecto e verificação. Perguntas como "Por que você resolveu o problema dessa maneira?" e "Por que você acha que sua solução está correta?" são importantes.

Trabalhando com pequenos grupos

A classe se divide em pequenos grupos (de 4 ou 5 crianças) e o professor apresenta um problema para que discutam e trabalhem nele. A atitude do professor deve ser a mesma relatada anteriormente: ele circula entre os grupos incentivando-os e auxiliando apenas naquilo que é absolutamente necessário. *Nada que as crianças possam descobrir por elas mesmas deve ser dito ou ensinado.* A discussão entre o grupo sobre diferentes ideias que surgem para resolver o problema propicia uma integração valiosa.

Quando todos os grupos já tiverem chegado à resolução do problema, um representante de cada grupo deve reproduzi-la na lousa, explicando a estratégia adotada. Também aqui todas as soluções devem ser discutidas.

Quanto à formação de grupos, é conveniente que não sejam fixos, a fim de permitir uma melhor interação entre os alunos.

Ensinando algumas estratégias

É interessante propor às crianças várias estratégias de resolução de problemas, mostrando-lhes que não existe uma única estratégia, ideal e infalível. Cada problema exige uma estratégia específica.

1ª estratégia: tentativa e erro organizados

Esta importante estratégia ainda é muito pouco utilizada por alunos do 1º ao 5º ano.

Exemplo:

Pedrinho está pensando em dois números de dois algarismos. Esses números são formados pelos mesmos algarismos. A soma dos algarismos é 9 e a diferença entre os números é 27. Em quais números Pedrinho está pensando?

Poderíamos citar, por exemplo, 36 e 63. São dois números com os mesmos algarismos (3 e 6), cuja soma é 9 ($3 + 6 = 9$).

Há ainda outros números que satisfazem essas condições, como 27 e 72, 18 e 81 etc. Agindo assim, estamos dando uma série de "chutes". Mas podemos organizar nossos "chutes" e resolver o problema pela estratégia de *tentativa e erro organizados*.

Quais são todos os números que apresentam 9 como soma de seus dois algarismos?

São: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72 e 81.

Que diferenças obtemos fazendo a subtração entre os números que têm os mesmos algarismos?

$81 - 18 = 63$	$\boxed{63 - 36 = 27}$
$72 - 27 = 45$	$65 - 56 = 9$

Logo, os números procurados são 36 e 63.

2ª estratégia: procurar padrões ou regularidades para poder generalizar

Esta estratégia consiste em conjecturar uma solução geral que sirva para todos os casos, com base em alguns casos particulares iniciais, ou seja, fazer uma *generalização*. Observe, no exemplo a seguir, a presença do raciocínio indutivo: percebendo padrões ou regularidades, podemos conjecturar uma generalização. Há casos em matemática em que a variedade de casos particulares não leva à veracidade do caso geral.

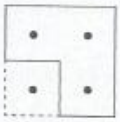
Exemplo:

Qual é a forma geral (padrão) para a soma dos **n** primeiros números ímpares? Alguns casos particulares:

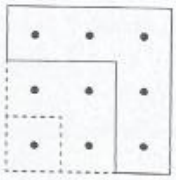
$1 = 1$

$\underbrace{1 + 3}_{\text{2 parcelas}} = 4 = 2^2$

$1 = 1$



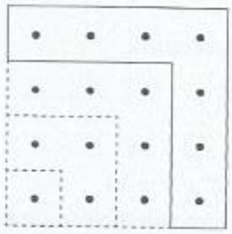
$1 + 3 = 2^2$



$1 + 3 + 5 = 3^2$

$\underbrace{1 + 3 + 5}_{\text{3 parcelas}} = 9 = 3^2$

$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7}_{\text{4 parcelas}} = 16 = 4^2$



$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

Sem calcular, notamos que:

$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15}_{\text{8 parcelas}} = 8^2$

Portanto, podemos generalizar:

$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1)}_{\text{n parcelas}} = n^2 \ (n = 1, 2, 3, ...)$

3ª estratégia: resolver primeiro um problema mais simples

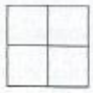
Muitas vezes, para obtermos a solução de um problema precisamos resolver o mesmo problema com números menores, com dados mais simples, para em seguida aplicar o mesmo método na solução do problema original, mais complexo.

Exemplos:

1) Quantos quadrados temos na figura ao lado?

Este é um problema de contagem. Para descobrir uma estratégia que nos leve à solução, vamos considerar o mesmo problema com dados mais simples.

Quantos quadrados temos na figura ao lado?



Temos 1 quadrado  e 4 quadrados .

Total: $1 + 4 = 5$

$1^2 + 2^2 = 5$

Quantos quadrados temos na figura ao lado?

Temos 1 quadrado , 4 quadrados  e 9 quadrados .

Total: $1 + 4 + 9 = 14$

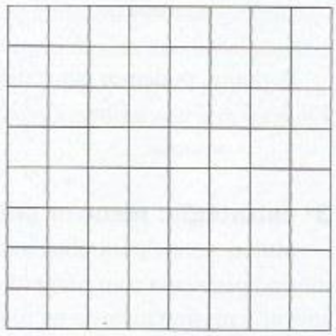
$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$

Agora, podemos resolver o problema original. O número total de quadrados é 30, pois $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$.

Os quadrados são: 1 de 4 por 4, 4 de 3 por 3, 9 de 2 por 2 e 16 de 1 por 1. Confira.

Este problema pode ser generalizado, como se vê no exemplo seguinte.

2) Quantos quadrados temos na figura ao lado?



Resposta: $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 = 204$, assim distribuídos: 1 de 8 por 8, 4 de 7 por 7, 9 de 6 por 6, 16 de 5 por 5, 25 de 4 por 4, 36 de 3 por 3, 49 de 2 por 2 e 64 de 1 por 1.

Observe que por contagem seria praticamente impossível determinar os 204 quadrados. Daí a grande força e importância dessa estratégia.

4ª estratégia: reduzir à unidade

Uma estratégia poderosa para solucionar alguns problemas é a chamada *redução à unidade*.

Exemplo:

Dez metros de fita custam R$ 8,00. Quanto custam 25 metros?

Neste caso, reduzir à unidade significa calcular o preço de 1 metro, que é a unidade em questão. Assim:

$8 \div 10 = 0{,}80$

Como 1 metro custa R$ 0,80, então 25 metros custam:

$25 \times 0{,}80 = 20{,}00$ (R$ 20,00)

Se for conveniente, podemos reduzir a uma outra unidade que não seja 1 metro. Nesse mesmo problema, podemos usar também a unidade 5 metros. Como 10 metros custam R$ 8,00, 5 metros custam a metade:

$8 \div 2 = 4$ (R$ 4,00)

E, se 5 metros custam R$ 4,00, então 25 metros custam cinco vezes mais, pois $25 = 5 \times 5$. Logo, 25 metros custam: $5 \times 4 = 20$ (R$ 20,00)

Mesmo os 10 metros podem ser tomados como unidade. Observando que 25 é duas vezes e meia o número 10, temos que 25 metros custam:

$2{,}5 \times 8$

Ou, simplificando:

2×8 + metade de $8 = 16 + 4 = 20$ (R$ 20,00)

5ª estratégia: fazer o caminho inverso

Exemplo:

Adivinhe se puder! Pensei num número, multipliquei-o por 4 e ao resultado somei 5. Resultou 41. Você saberia me dizer em que número pensei?

Neste problema, o procedimento é descrito por duas operações:

- multiplicar por 4;
- somar 5 ao resultado.

Problemas como este exigem uma estratégia específica: percorrer o caminho inverso, partindo do resultado e realizando as operações que desfazem as originais. Assim, em nosso exemplo, a operação inversa da adição é a subtração e a operação inversa da multiplicação é a divisão:

(número em que pensei) $\xrightarrow{\times 4}$ $\xrightarrow{+5}$ resulta em 41

transforma-se em

41 $\xleftarrow{-5}$ $\xleftarrow{\div 4}$ resulta no número em que pensei.

Portanto, o número em que pensei é:

$(41 - 5) \div 4 = 36 \div 4 = 9$

Resposta: O número é 9.

Conferindo, temos:

(número em que pensei) $\times 4 + 5 = 41$

$9 \times 4 + 5 = 41$

$36 + 5 = 41$

$41 = 41$ (verdade)

Orientações metodológicas

1) O sucesso em alguma atividade nos leva a desenvolver atitudes positivas em relação a ela. Comece dando problemas bem fáceis aos alunos, de tal modo que todos os resolvam. Em seguida, apresente alguns problemas de impacto que envolvam as crianças, levando-as a pensar neles e a querer resolvê-los. Lembre-se de que repetidos fracassos levam à desmotivação e à frustração. A ordem poderia ser: problemas fáceis, um pouco mais difíceis e, finalmente, os desafios.
2) Longas listas de problemas aborrecem. Em lugar de dar essas extensas listas só de vez em quando, dê poucos problemas desafiadores (dois ou três) com bastante frequência (duas ou três vezes por semana).
3) A resolução de problemas não deve se constituir em experiências repetitivas, por meio da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias. O interessante é resolver diferentes problemas com uma mesma estratégia e aplicar diferentes estratégias para resolver um mesmo problema. Isso facilitará a ação futura dos alunos diante de um problema novo.
4) Devemos focalizar, enfatizar e valorizar mais a análise do problema, as estratégias utilizadas, os procedimentos que podem levar à sua solução e a revisão da solução obtida, do que simplesmente a resposta correta.
5) A resolução de problemas não é uma atividade isolada, para ser desenvolvida separadamente das aulas regulares, mas deve ser parte integrante do currículo e cuidadosamente preparada para que seja realizada de modo contínuo e ativo ao longo do ano letivo, usando os conceitos e procedimentos matemáticos que estão sendo desenvolvidos. Não se aprende a resolver problemas de repente. É um processo vagaroso e contínuo, que exige planejamento e tempo.
6) É preciso reconhecer que, ao apresentar, por exemplo, vários problemas de adição, logo após o estudo dessa operação, estamos fazendo exercícios de aplicação para fixar a ideia de adição e o algoritmo da adição. Não estamos apresentando problemas-processo, pois o algoritmo a ser usado já é conhecido. Por isso, não há desenvolvimento de estratégias nem pesquisa e exploração. Basta apenas aplicar o algoritmo estudado anteriormente.

7) Devemos incentivar os alunos a "pensarem alto". Assim, nossa função de orientador e facilitador da aprendizagem se realizará mais facilmente, pois poderemos perceber como eles estão pensando, como estão encaminhando a solução do problema, que estratégias estão tentando usar, que dificuldades tentam superar etc.
8) Devemos motivar as crianças a rever o seu raciocínio, descrevendo-o, a pensar como poderiam ter resolvido de outra maneira o problema, a testar a solução encontrada, a generalizar os resultados e a criar novos problemas com base naquele resolvido.
9) Devemos criar oportunidades para as crianças usarem materiais manipulativos (blocos, palitos, tampinhas etc.), cartazes, diagramas, tabelas e gráficos na resolução de problemas. A abstração de ideias tem sua origem na manipulação e atividades mentais a ela associadas.
10) Não podemos proteger demais a criança do erro. Às vezes, é percebendo um erro cometido que ela compreende melhor o que deveria ter feito. Por isso, deve ser encorajada a procurar o erro e descobrir por que ele foi cometido. Devemos usar o erro como alavanca da aprendizagem.
11) Devemos mostrar ao aluno a necessidade de resolver problemas na vida diária, o valor de enfrentar desafios que exigem grande esforço e dedicação, mesmo que não os solucione corretamente, pois o ato de tentar resolvê-los com empenho já é um grande aprendizado.
12) É conveniente formar um *banco de problemas* e pedir que os alunos tragam problemas curiosos, interessantes e difíceis. Toda segunda-feira pode-se colocar no mural ou na lousa o *problema da semana* e recolher as soluções na sexta-feira seguinte. Nesse mesmo dia, as crianças devem explicar as soluções trazidas e fazer comentários a respeito delas.
13) Não devemos dizer ao aluno aquilo que ele pode descobrir por si só. Suas sugestões em pontos críticos devem ser incentivos para mantê-lo interessado em resolver o problema. Ao incentivar os alunos na resolução de um problema, devemos apresentar sugestões e insinuações, mas nunca apontar o caminho a ser seguido. É melhor transformar as informações que porventura forneceríamos em descobertas do aluno orientadas por nós. *Alguns segundos de prazer da descoberta valem mais do que mil informações que possam ser transmitidas ao aluno.*
14) É conveniente apresentar problemas:
    a) num contexto que motive a criança. Em vez de perguntar: "Quais são todas as maneiras possíveis de trocar R$ 50,00, usando apenas notas?", podemos colocar esse mesmo problema numa história que ela gostaria de resolver, que seja mais interessante, mais curiosa, que faça parte do seu dia a dia.

Exemplo[1]:

Elisa ganhou de sua tia uma carteira contendo uma nota de R$ 50,00. Ela quer trocar essa nota por outras, de modo que a carteira fique "cheia" de notas. Vamos ajudar Elisa a encontrar todas as maneiras possíveis de fazer isso?

b) que possam ser resolvidos apenas por contagem.

Exemplo:

Algumas crianças estão sentadas em volta de uma mesa, e a mãe de Joãozinho lhes dá um saquinho com 15 balas. Cada criança pega uma e passa o saquinho adiante. Joãozinho pega a primeira e a última bala, e poderia pegar mais do que essas duas. Quantas crianças poderiam estar sentadas em volta da mesa?

Nesse exemplo, os alunos deverão descobrir todas as possibilidades.

c) que tenham várias soluções (como no exemplo anterior), bem como aqueles que não tenham nenhuma solução.

Exemplo:

Existe algum número natural que, multiplicado por 4, resulte em 34? Se existe, qual é ele? Se não, por quê?

15) É interessante fornecer respostas para que os alunos inventem problemas correspondentes. Este é o embrião da *formulação de problemas*.

Exemplo:

Utilize sua imaginação e invente um problema cuja resposta seja:

- R$ 20,00;
- 12 (use, pelo menos, duas das quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão).

16) Podemos também apresentar problemas sem números, fazendo com que as crianças coloquem os números nos problemas e os resolvam.

Exemplos:

a) Numa excursão ao zoológico irão __?__ alunos. Cada ônibus pode levar até __?__ alunos. Quantos ônibus serão necessários?

1. Veja a solução deste e dos outros dois problemas seguintes nas páginas 75-78.

b) Numa classe há meninos e meninas. Durante uma gincana, cada menino fez um certo número de pontos e cada menina um outro número de pontos.
   - Quem fez mais pontos: os meninos ou as meninas?
   - Qual foi o número total de pontos da classe?

   Os alunos precisarão descobrir que tipo de informação será necessária para resolver esse problema. Não tendo números, eles são obrigados a pensar e a planejar que dados adequados colocarão e como resolverão o problema.

17) É também interessante propor problemas sem perguntas. Por exemplo, descreva uma situação e peça à classe para fazer a pergunta.

Exemplo:

Pedrinho foi à padaria com R$ 10,00 comprar rosquinhas para sua mãe. Cada rosquinha custava R$ 0,52. Possíveis perguntas que os alunos fariam:

- Se ele comprasse 3 rosquinhas, qual seria o troco?
- O dinheiro seria suficiente para que ele comprasse 8 rosquinhas?
- Qual o número máximo de rosquinhas que ele poderia comprar?
- Comprando o máximo possível, quanto receberia de troco?

18) Outra forma de motivar a criança é propor problemas extravagantes e irreais.

Exemplo:

Um casal de polvos e seus três filhos resolveram colocar pés de pato para nadar. Quantos pares de pé de pato precisaram comprar?

19) É interessante apresentar problemas em que faltam dados, para que a criança os descubra.

Exemplo:

Sandro tinha muitos chaveiros. Guardou-os em 3 caixas, divididos em quantidade igual. Você é capaz de dizer quantos chaveiros Sandro tinha? Por quê?

20) As crianças podem inventar os próprios problemas. Isso as motivará a ler, compreender e resolver os problemas, porque são seus. Saber formular um problema é tão importante quanto resolvê-lo corretamente. Nessa formulação, precisa-se criar não apenas um texto adequado como também números coerentes e perguntas pertinentes.

Uma maneira é mostrar um desenho, uma foto ou uma figura à criança. Ela inventa uma história e faz uma ou mais perguntas.

b) Numa classe há meninos e meninas. Durante uma gincana, cada menino fez um certo número de pontos e cada menina um outro número de pontos.

- Quem fez mais pontos: os meninos ou as meninas?
- Qual foi o número total de pontos da classe?

Os alunos precisarão descobrir que tipo de informação será necessária para resolver esse problema. Não tendo números, eles são obrigados a pensar e a planejar que dados adequados colocarão e como resolverão o problema.

17) É também interessante propor problemas sem perguntas. Por exemplo, descreva uma situação e peça à classe para fazer a pergunta.

Exemplo:

Pedrinho foi à padaria com R$ 10,00 comprar rosquinhas para sua mãe. Cada rosquinha custava R$ 0,52. Possíveis perguntas que os alunos fariam:

- Se ele comprasse 3 rosquinhas, qual seria o troco?
- O dinheiro seria suficiente para que ele comprasse 8 rosquinhas?
- Qual o número máximo de rosquinhas que ele poderia comprar?
- Comprando o máximo possível, quanto receberia de troco?

18) Outra forma de motivar a criança é propor problemas extravagantes e irreais.

Exemplo:

Um casal de polvos e seus três filhos resolveram colocar pés de pato para nadar. Quantos pares de pé de pato precisaram comprar?

19) É interessante apresentar problemas em que faltam dados, para que a criança os descubra.

Exemplo:

Sandro tinha muitos chaveiros. Guardou-os em 3 caixas, divididos em quantidade igual. Você é capaz de dizer quantos chaveiros Sandro tinha? Por quê?

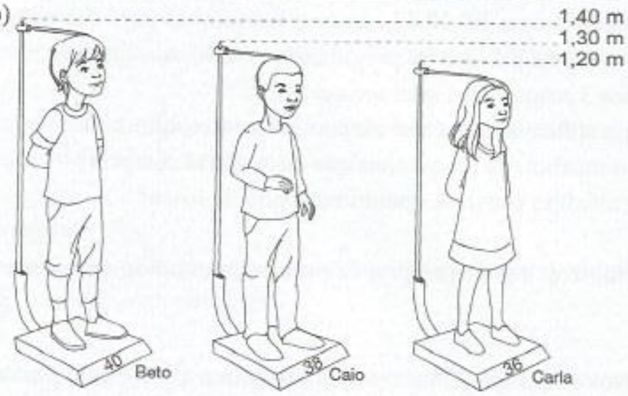
20) As crianças podem inventar os próprios problemas. Isso as motivará a ler, compreender e resolver os problemas, porque são seus. Saber formular um problema é tão importante quanto resolvê-lo corretamente. Nessa formulação, precisa-se criar não apenas um texto adequado como também números coerentes e perguntas pertinentes.

Uma maneira é mostrar um desenho, uma foto ou uma figura à criança. Ela inventa uma história e faz uma ou mais perguntas.

Exemplos:

a)

b)



Outra maneira é dar uma série de dados numéricos para que as crianças, em grupo ou individualmente, formulem problemas e os resolvam.

Exemplo:

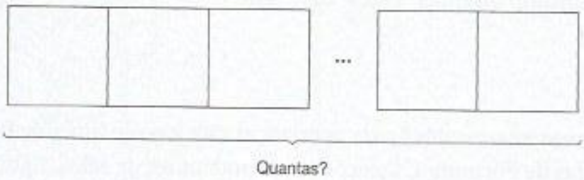
Observe o cardápio da lanchonete da escola. Com base nele, invente um problema e o resolva:

Cardápio	
Cachorro-quente	R$ 3,00
Bauru	R$ 4,00
Lanche natural	R$ 4,80
Americano	R$ 3,00
Suco de laranja	R$ 2,10
Iogurte	R$ 2,20
Salada de frutas	R$ 1,80

2) (p. 48) Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai dele precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ele deverá alugar?

a) **Compreendendo o problema**

- *Dados:*
  Número de crianças: 38.
  Longa fila de mesas encostadas uma na outra.
  Ocupação de cada lado disponível da mesa por uma única criança.
  Número inteiro de mesas, pois não há "meia mesa".
- *Objetivo:*
  Determinar o número de mesas necessárias.
- *Figura:*

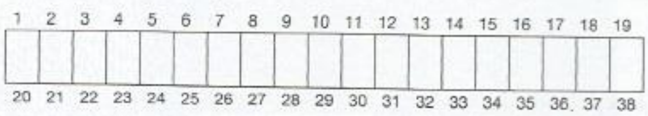


b) **Estabelecendo um plano**

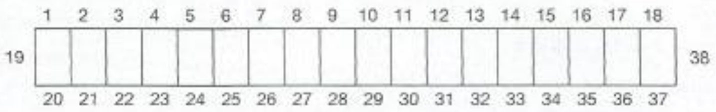
- *1ª estratégia*
  Transformar o problema em desenho, no qual os dados possam ser contados.
- *2ª estratégia*
  Dividir 38 por 2, porque cabem 2 crianças em cada mesa. Depois, subtrair 1, porque as 2 crianças da última mesa podem se sentar nas pontas da fila.
- *3ª estratégia*
  Subtrair 6 de 38, porque nas duas mesas das pontas, juntas, cabem 6 crianças. Dividir o resultado por 2, porque nas demais mesas cabem 2 crianças. A este último resultado acrescentar 2, porque são duas as mesas retiradas das pontas.

c) **Executando o plano**

- *1ª estratégia*
  Fazemos o desenho das mesas:



Nesse caso, precisaríamos de 19 mesas. Mas não há ninguém sentado nas pontas. Então, podemos diminuir uma mesa, ficando com 18. Assim:



- *2ª estratégia*

$$\begin{array}{r|l} 38 & 2 \\ \cline{2-2} -2 & 19 \\ \hline 18 & \\ -18 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ -\ 1 \\ \hline 18 \end{array}$$

- *3ª estratégia*

$$\begin{array}{r} 38 \\ -\ 6 \\ \hline 32 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ \cline{2-2} -2 & 16 \\ \hline 12 & \\ -12 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ +\ 2 \\ \hline 18 \end{array}$$

Portanto, o número mínimo de mesas a serem alugadas é 18.

d) **Fazendo o retrospecto ou verificação**
Dezenove mesas resolveriam o problema, mas este não é o menor número possível. O menor número é 18, pois $18 \times 2 = 36$ e $36 + 2 = 38$.

As três estratégias utilizadas servem para qualquer número par de crianças. Experimente. Quando se trata de "números grandes", a 1ª estratégia não se aplica.
Resposta: Nas condições dadas, o menor número possível de mesas que ele deverá alugar é 18.

Algumas extensões para esse problema:
- E se colocássemos as mesas em forma de U ou de L, qual seria o número mínimo de mesas necessárias?
- E se fizéssemos duas filas de mesas?
- Se o número de crianças fosse ímpar, como se resolveria o problema?

3) (p. 50) Sem fazer a adição, determine o resultado de:
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ... + 25$
Como:
$\underbrace{1 + 3}_{\text{2 parcelas}} = 4 = 2 \times 2$

Outro modo, ainda, é dar um tema aos alunos. Eles criam problemas baseados nesse tema, ilustram com desenhos e os resolvem.

Exemplos:

a) *Tema: figurinhas*[2]

Felipe já tem 143 figurinhas coladas no seu álbum. Em cada pacotinho vêm 2 figurinhas. Ele comprou 10 pacotinhos. Lembrando que podem sair figurinhas repetidas, quantas Felipe poderá ter coladas no álbum depois dessa compra?

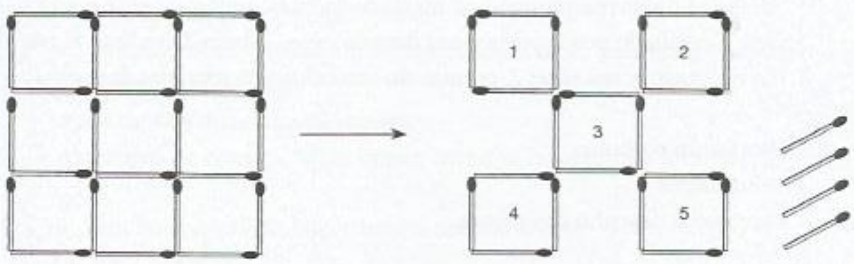
b) *Tema: batidas do coração*

Se o coração de Paulinho bate 80 vezes por minuto, quantas vezes bate em 1 hora?

Outros temas interessantes para as crianças são: jogos e times de futebol, bicicletas, corridas de Fórmula 1, coleções (que podem ser de selos, figurinhas, chaveiros, papel de carta etc.), programas de televisão com os super-heróis, excursões, viagens etc.

Soluções de alguns dos problemas apresentados

1) (p. 28) Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos, como mostra a figura abaixo. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?



2. Veja a solução deste problema na página 78.

2) (p. 48) Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai dele precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ele deverá alugar?

a) **Compreendendo o problema**

- *Dados:*

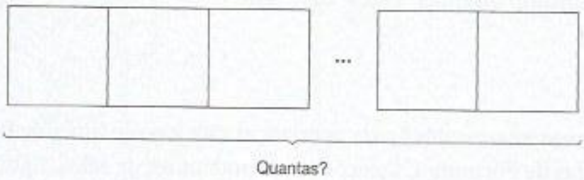
  Número de crianças: 38.

  Longa fila de mesas encostadas uma na outra.

  Ocupação de cada lado disponível da mesa por uma única criança.

  Número inteiro de mesas, pois não há "meia mesa".
- *Objetivo:*

  Determinar o número de mesas necessárias.
- *Figura:*



b) **Estabelecendo um plano**

- *1ª estratégia*

  Transformar o problema em desenho, no qual os dados possam ser contados.
- *2ª estratégia*

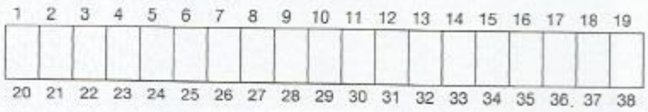
  Dividir 38 por 2, porque cabem 2 crianças em cada mesa. Depois, subtrair 1, porque as 2 crianças da última mesa podem se sentar nas pontas da fila.
- *3ª estratégia*

  Subtrair 6 de 38, porque nas duas mesas das pontas, juntas, cabem 6 crianças. Dividir o resultado por 2, porque nas demais mesas cabem 2 crianças. A este último resultado acrescentar 2, porque são duas as mesas retiradas das pontas.

c) **Executando o plano**

- *1ª estratégia*

  Fazemos o desenho das mesas:



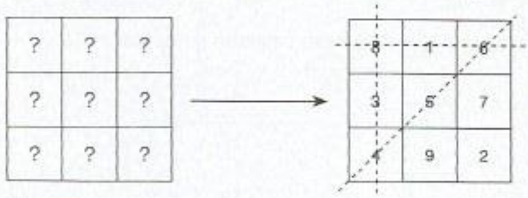
$$\underbrace{1 + 3 + 5}_{\text{3 parcelas}} = 9 = 3 \times 3$$

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7}_{\text{4 parcelas}} = 16 = 4 \times 4$$

Então:

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ... + 25}_{\text{13 parcelas}} = 13 \times 13 = 169$$

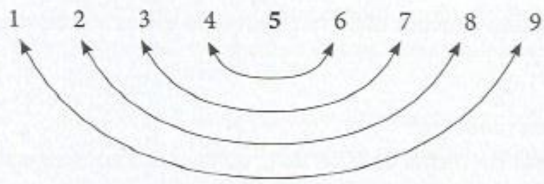
4) (p. 50) Em seu caderno, complete o quadrado mágico com algarismos de 1 a 9. A soma nas horizontais, nas verticais e nas diagonais deverá ser sempre igual a 15:



Temos:

- $8 + 3 + 4 = 15$
- $8 + 1 + 6 = 15$
- $8 + 5 + 2 = 15$
- $1 + 5 + 9 = 15$
- $3 + 5 + 7 = 15$
- $6 + 5 + 4 = 15$
- $6 + 7 + 2 = 15$
- $4 + 9 + 2 = 15$

Então, a "dica" é colocar o 5 no centro, pois $1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6 = 10$.
Observe:

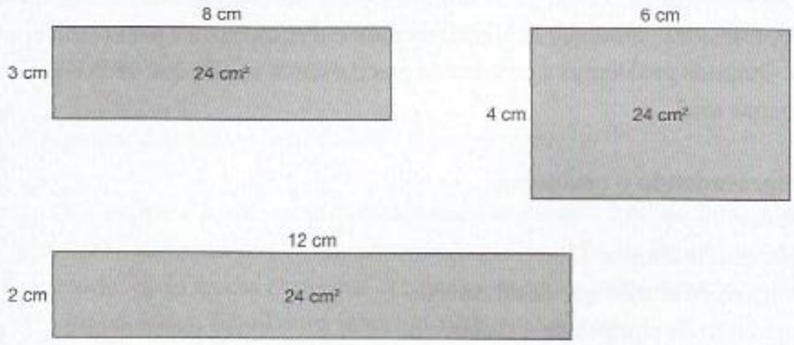


Há outras sete maneiras de escrever o quadrado mágico. Descubra todas elas.

5) (p. 50) Escreva o número 143 como soma de dois números naturais consecutivos, de todas as maneiras possíveis.
Os números naturais cuja soma é 143 são: 0 e 143, 1 e 142, 2 e 141, 3 e 140, ..., 70 e 73, 71 e 72, 72 e 71, 73 e 70, 74 e 69, ..., 142 e 1 e 143 e 0. Os naturais consecutivos cuja soma é 143 são 71 e 72. Portanto, há uma única maneira de escrever 143 como soma de dois números naturais consecutivos.

6) (p. 50) Escreva três números diferentes cujos únicos fatores primos sejam os números 2 e 3.
Os números são, por exemplo, $6 = 2 \times 3$, $12 = 2 \times 2 \times 3$ e $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$. Há outros; procure-os.

7) (p. 50) Desenhe três retângulos especificando suas dimensões, de modo que todos tenham área igual a $24\ cm^2$.



8) (p. 50) Nos criptogramas abaixo, cada letra assume um único valor, de 0 a 9. Qual é o valor de cada letra?

a)
$$\begin{array}{rr} & \text{J O S É} \\ + & \text{J O Ã O} \\ \hline & \text{P A U L O} \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 8\ 2\ 3\ 0 \\ + & 8\ 2\ 6\ 2 \\ \hline & 1\ 6\ 4\ 9\ 2 \end{array}$$

Então, J = 8, O = 2, S = 3, E = 0, A = 6, P = 1, U = 4 e L = 9.
Verifique se há outras possibilidades.

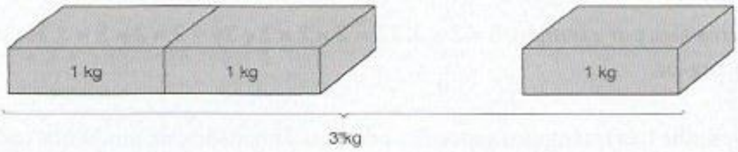
b)
$$\begin{array}{rr} & \text{H A V E} \\ + & \text{S O M E} \\ \hline & \text{M O N E Y} \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 9\ 2\ 3\ 5 \\ + & 7\ 6\ 1\ 5 \\ \hline & 1\ 6\ 8\ 5\ 0 \end{array}$$

Então, E = 5, V = 3, M = 1, A = 2, O = 6, N = 8, H = 9, S = 7 e Y = 0.
Verifique se há outras possibilidades.

9) (p. 50) Um tijolo pesa 1 kg mais meio tijolo. Quanto pesará um tijolo e meio?

Observando a figura, vemos que meio tijolo pesa 1 kg.

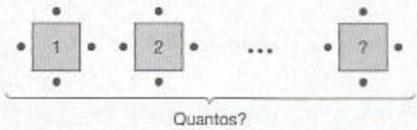
Logo, um tijolo e meio pesa 3 kg, conforme mostra a figura abaixo:



10) (p. 51) Na classe de Pedrinho há 37 alunos. Como choveu, faltaram 5 dos seus colegas. A professora pediu que os alunos formassem equipes de 4 para resolver problemas. Quantos problemas a professora precisa ter de modo que cada equipe resolva apenas um?

a) **Compreendendo o problema**

- *Dados:*
  Número de alunos: 37.
  Número de alunos que faltaram: 5.
  Formação de equipes de 4 alunos.
  Resolução de 1 problema por equipe.
- *Objetivo:*
  Determinar o número de problemas que a professora precisa ter.
- *Figura:*

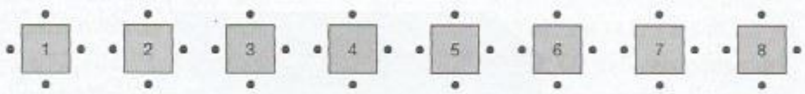


b) **Estabelecendo um plano**

- *1ª estratégia*
  Transformar o problema em desenho, no qual os dados possam ser contados.
- *2ª estratégia*
  Subtrair 5 de 37 e dividir o resultado por 4.

c) **Executando o plano**

- *1ª estratégia*
  Fazemos um desenho com 4 alunos em cada mesa, lembrando que há 32 alunos:



Assim, serão necessários 8 problemas.

• *2ª estratégia*

$$\begin{array}{r} 37 \\ -\ \ 5 \\ \hline 32 \end{array} \leftarrow \text{número de alunos presentes}$$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 4 \\ \cline{2-2} -32 & 8 \leftarrow \text{número de problemas necessários} \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

d) **Fazendo o retrospecto ou verificação**
O número necessário de problemas é 8, porque $8 \times 4 = 32$ e são 32 os alunos presentes, uma vez que faltaram 5 ($37 - 5 = 32$). A professora poderia ter também mais do que 8 problemas: 9, 10 etc. Ela daria um para cada equipe e ficaria com alguns de reserva.

Resposta: A professora precisa ter 8 problemas.

11) (p. 51) Felipe e Josué estão colecionando o mesmo tipo de figurinhas. Felipe já tem 190 figurinhas coladas no álbum e Josué tem 178. Se Felipe conseguir 28 figurinhas fazendo trocas com seus colegas de escola e Josué conseguir 37:
a) qual dos dois ficará com mais figurinhas no álbum?
b) quantas ele terá a mais que o outro?
c) quantas faltarão ainda para Felipe e Josué se o total de figurinhas do álbum for 300?
d) quantos pacotes Felipe ainda precisará comprar, se em cada um vêm 2 figurinhas, mas uma é sempre repetida?
e) quanto Felipe gastará se cada pacote custa R$ 0,20?

a) **Compreendendo o problema**
• *Dados:*
Número de figurinhas que Felipe tem no álbum: 190.
Número de figurinhas que Josué tem no álbum: 178.
Aquisição de Felipe: 28 figurinhas.
Aquisição de Josué: 37 figurinhas.
Total de figurinhas do álbum: 300.
Em cada pacote vêm 2 figurinhas, mas uma é sempre repetida.
Preço de cada pacote: R$ 0,20.
• *Objetivo:*
Responder às perguntas **a**, **b**, **c**, **d** e **e**.

b) **Estabelecendo um plano**
• Somar 190 com 28 e 178 com 37.
• Subtrair o menor desses resultados do maior.
• Subtrair de 300 os resultados encontrados nas adições.

• Multiplicar a diferença entre 300 e a soma de 190 com 28 por R$ 0,20.

c) **Executando o plano**

$$\begin{array}{r} 190 \\ +\ 28 \\ \hline 218 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 178 \\ +\ 37 \\ \hline 215 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 218 \\ -215 \\ \hline 003 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 300 \\ -218 \\ \hline 082 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 300 \\ -215 \\ \hline 085 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0{,}20 \\ \times\ 82 \\ \hline 40 \\ 160 \\ \hline \text{R\$}\,16{,}40 \end{array}$$

d) **Fazendo o retrospecto ou verificação**

Nossos cálculos estão corretos, porque 82 + 218 = 300 e 85 + 215 = 300.

Respostas:

a) Felipe ficará com 218 figurinhas e Josué com 215. Portanto, Felipe ficará com mais figurinhas.

b) Felipe ficará com 3 figurinhas a mais do que Josué.

c) Para Felipe ficarão faltando 82 figurinhas e para Josué, 85.

d) Como vem apenas uma figurinha não repetida em cada pacote, Felipe precisará comprar 82 pacotes e Josué, 85.

e) Felipe gastará R$ 16,40.

12) (p. 53) Uma banca vende 150 jornais por dia. No domingo, ela vende 100 jornais a mais do que nos outros dias. Quantos jornais são vendidos numa semana?

a) **Compreendendo o problema**

- *Dados:*
  Venda de jornais por dia: 150.
  Venda de jornais no domingo: 100 a mais.
- *Objetivo:*
  Determinar o número de jornais vendidos numa semana.

b) **Estabelecendo um plano**

- *1ª estratégia*
  Multiplicar 150 por 7 e, ao resultado, somar 100.
- *2ª estratégia*
  Multiplicar 150 por 6 e, ao resultado, somar 250.

c) **Executando o plano**

- *1ª estratégia*

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times \quad 7 \\ \hline 1\,050 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,050 \\ +\ \ 100 \\ \hline 1\,150 \end{array}$$

- *2ª estratégia*

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times \quad 6 \\ \hline 900 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 900 \\ +\ 250 \\ \hline 1\,150 \end{array}$$

d) **Fazendo o retrospecto ou verificação**

Nossos cálculos estão corretos, porque 1 050 + 100 = 1 150 e 900 + 250 = 1150.

Resposta: São vendidos 1150 jornais numa semana.

Algumas extensões para esse problema:

a) Se o jornal custa R$ 1,50, quanto o dono da banca recebe pela venda de jornais numa semana?

b) Quanto o dono da banca recebe num mês, sabendo que o jornal de domingo custa R$ 2,00?

13)(p. 64) Elisa ganhou de sua tia uma carteira contendo uma nota de R$ 50,00. Ela quer trocar essa nota por outras, de modo que a carteira fique "cheia" de notas. Vamos ajudar Elisa a encontrar todas as maneiras possíveis de fazer isso?

a) **Compreendendo o problema**

- *Dado:*

Quantia de Elisa: uma nota de R$ 50,00; sabemos que hoje existem notas de R$ 2,00, R$ 5,00, R$ 10,00 e R$ 20,00.

- *Objetivo:*

Determinar todas as maneiras possíveis de trocar uma nota de R$ 50,00 por outras notas.

b) **Estabelecendo um plano**

Fazer uma tabela para encontrar todas as maneiras possíveis.

c) **Executando o plano**

	Notas de R$ 20,00	Notas de R$ 10,00	Notas de R$ 5,00	Notas de R$ 2,00
1	2	1	—	—
2	2	—	2	—
3	2	—	—	5
4	1	3	—	—

	Notas de R$ 20,00	Notas de R$ 10,00	Notas de R$ 5,00	Notas de R$ 2,00
5	1	2	2	—
6	1	2	—	5
7	1	1	4	—
8	1	1	2	5
9	1	1	—	10
10	1	—	6	—
11	1	—	4	5
12	1	—	2	10
13	1	—	—	15
14	—	5	—	—
15	—	4	2	—
16	—	4	—	5
17	—	3	4	—
18	—	3	2	5
19	—	3	—	10
20	—	2	6	—
21	—	2	4	5
22	—	2	2	10
23	—	2	—	15
24	—	1	8	—
25	—	1	6	5
26	—	1	4	10
27	—	1	2	15
28	—	1	—	20
29	—	—	10	—
30	—	—	8	5
31	—	—	6	10
32	—	—	4	15
33	—	—	2	20
34	—	—	—	25

d) **Fazendo o retrospecto ou verificação**
Com a tabela, obtemos todas as maneiras possíveis de trocar R$ 50,00 por outras notas.

Resposta: Elisa tem 34 maneiras diferentes de trocar a sua nota de R$ 50,00.

14) (p. 64) Algumas crianças estão sentadas em volta de uma mesa, e a mãe de Joãozinho lhes dá um saquinho com 15 balas. Cada criança pega uma e passa o saquinho adiante. Joãozinho pega a primeira e a última bala, e poderia pegar mais do que essas duas. Quantas crianças poderiam estar sentadas em volta da mesa?

a) **Compreendendo o problema**
- *Dados:*
Número de balas no saquinho: 15.
Joãozinho pega a primeira e a última bala, e pode pegar mais que essas duas.
- *Objetivo:*
Determinar qual o número de crianças que poderiam estar sentadas em volta da mesa.
- *Figura:*

b) **Estabelecendo um plano**
- *1ª estratégia*
Fazer uma contagem de modo organizado, eliminando os números impossíveis.

- *2ª estratégia*
Procurar os números **n**, de modo que 15 dividido por **n** deixe resto igual a 1.

c) **Executando o plano**
- *1ª estratégia*
É possível ter 2 crianças, pois Joãozinho pega a 1ª, a 3ª, a 5ª, a 7ª, a 9ª, a 11ª, a 13ª e a 15ª bala.
Não é possível ter 3 crianças, pois, se Joãozinho pega a 1ª, não pega a última (15ª) bala. Não é possível ter 4 crianças. Experimente.
Não é possível ter 5 crianças. Experimente.
Não é possível ter 6 crianças. Experimente.
É possível ter 7 crianças, pois Joãozinho pega a 1ª, a 8ª e a 15ª bala.

Não é possível ter 8, 9, 10, 11, 12 ou 13 crianças.
É possível ter 14 crianças, pois Joãozinho pega a 1ª e a 15ª (última) bala.

Desse modo, concluímos que poderiam estar sentadas em volta da mesa 2, 7 ou 14 crianças.

• *2ª estratégia*

$$\begin{array}{r|l} 15 & 2 \\ \cline{2-2} -14 & 7 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 7 \\ \cline{2-2} -14 & 2 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 14 \\ \cline{2-2} -14 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Resposta: A quantidade de crianças possível é 2, 7 ou 14.

15) (p. 64) Existe algum número natural que, multiplicado por 4, resulte em 34? Se existe, qual é ele? Se não, por quê?

a) **Compreendendo o problema**
- *Dados:*
  Um fator igual a 4. Produto igual a 34.
- *Objetivo:*
  Determinar um outro fator que seja número natural.

b) **Estabelecendo um plano**
Procurar na tabuada do 4 o resultado igual a 34.
Dividir 34 por 4 e verificar se dá exato.

c) **Executando o plano**
$4 \times 6 = 24$ $\quad 4 \times 7 = 28$ $\quad 4 \times 8 = 32$ $\quad 4 \times 9 = 36$

$$\begin{array}{r|l} 34 & 4 \\ \cline{2-2} -32 & 8 \\ \cline{1-1} 2 \leftarrow \text{resto} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 34 & 4 \\ \cline{2-2} -32 & 8{,}5 \\ \cline{1-1} 20 & \\ -20 & \\ \cline{1-1} 0 \leftarrow \text{resto} & \end{array}$$

Resposta: Não existe número natural que, multiplicado por 4, dê 34, pois o número encontrado é decimal e igual a 8,5.

16) (p. 67) Felipe já tem 143 figurinhas coladas no seu álbum. Em cada pacotinho vêm 2 figurinhas. Ele comprou 10 pacotinhos. Lembrando que podem sair figurinhas repetidas, quantas Felipe poderá ter coladas no álbum depois dessa compra?

a) **Compreendendo o problema**

- *Dados:*

  Número de figurinhas coladas no álbum: 143.
  Número de pacotinhos comprados: 10.
  Número de figurinhas em cada pacotinho: 2.
  Podem vir figurinhas repetidas nos pacotinhos.

- *Objetivo:*

  Determinar quantas figurinhas podem estar coladas no álbum depois dessa compra.

b) **Estabelecendo um plano**

Supor, em primeiro lugar, que não venham figurinhas repetidas em nenhum pacotinho; em seguida, supor que venha uma repetida, depois duas, e assim por diante, até 20 repetidas.

c) **Executando o plano**

Nenhuma repetida: $143 + 20 = 163$
1 repetida: $143 + 19 = 162$
2 repetidas: $143 + 18 = 161$
$\vdots$
20 repetidas: $143 + 0 = 143$

Resposta: Após essa compra, Felipe terá de 143 a 163 figurinhas coladas no álbum, uma vez que ele poderá ter de 0 a 20 figurinhas para colar.

Algumas extensões para esse problema:

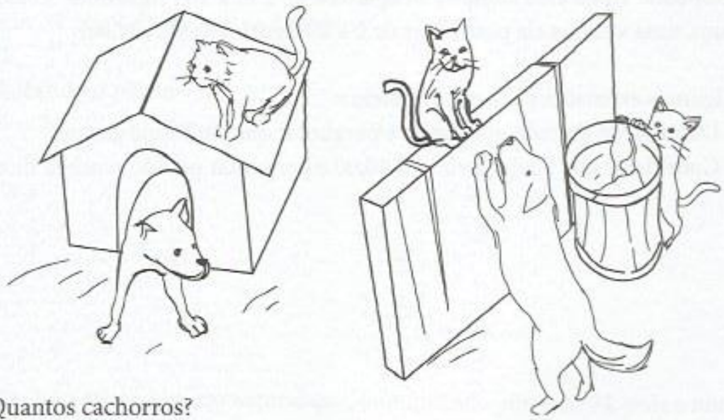
- Dar o preço de cada pacotinho e perguntar quanto Felipe gastou.
- Considerar que Felipe levou R$ 10,00 e perguntar quanto recebeu de troco.

Capítulo 8

Sugestões de problemas

Neste capítulo, apresentaremos sugestões de problemas[1] para que os professores trabalhem com os alunos de 1º a 5º ano. Embora tenha sido feita uma tentativa de colocá-los numa ordem crescente de dificuldade, o professor, conhecendo as potencialidades dos seus alunos, é que deverá decidir se apresentará este ou aquele problema nesta ou naquela turma. São apenas sugestões. O professor poderá adaptá-los, transformá-los e criar outros problemas baseando-se neles. Recordamos aqui a grande importância de o professor ter o próprio *banco de problemas*.

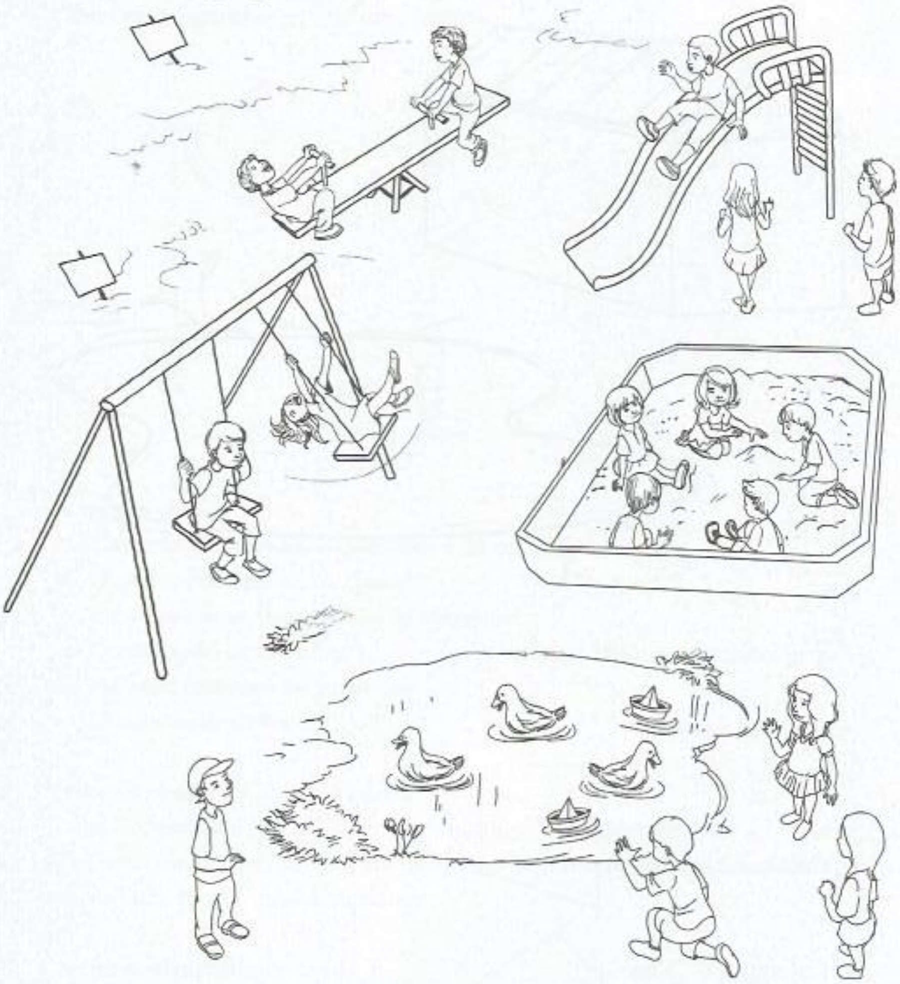
1) **Animais domésticos**



a) Quantos cachorros?
b) Quantos gatos?
c) Quantos animais ao todo?
d) Quantas cabeças ao todo?
e) Quantas pernas ao todo?

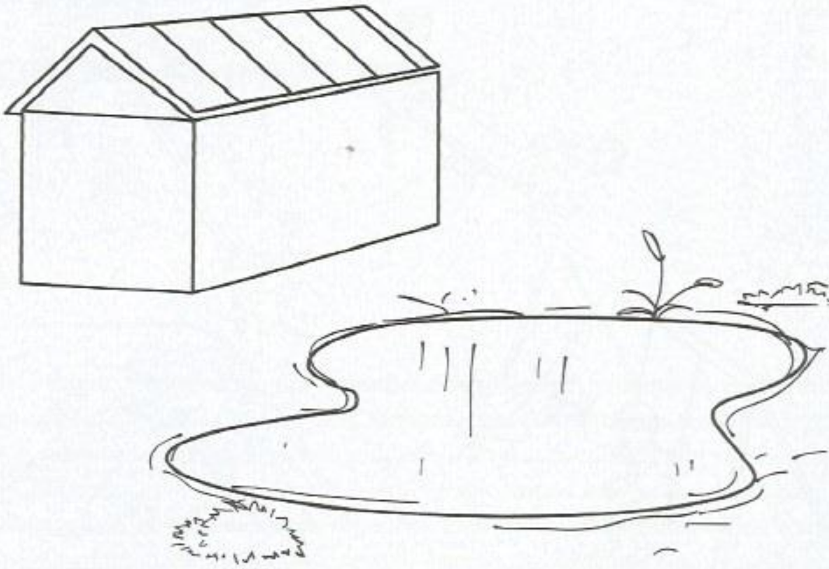
1. Veja a solução de todos os problemas no capítulo 9.

2) **Brincando no parquinho**

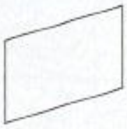
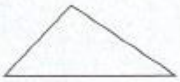


a) Quantas crianças estão no balanço?
b) Quantas crianças estão na gangorra?
c) Quantas crianças estão no escorregador ou próximas a ele?
d) Quantas crianças estão em volta do lago?
e) Quantas crianças estão na caixa de areia?
f) Quantas crianças estão no parquinho?
g) Onde há mais crianças brincando?
h) Onde há menos crianças brincando?
i) Faça você mesmo mais duas perguntas e responda.

3) **Vamos completar o desenho**

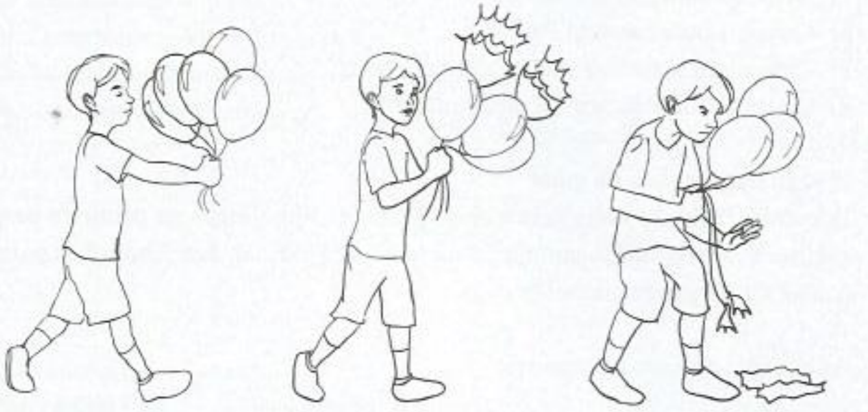


Copie o desenho em seu caderno e:

- Coloque 1 porta no 
- Coloque 2 janelas no 
- Coloque 1  no 
- Coloque 3 árvores perto da casa.
- Coloque 4 patinhos no lago.
- Coloque 2 nuvens no céu.
- Coloque 5 passarinhos voando.

a) Quantas coisas você já colocou no desenho?
b) Quais outras você poderia acrescentar? Dê três sugestões e, em seguida, coloque-as no desenho.
c) Some as coisas que você já havia desenhado com as que você inventou e desenhou. Qual é, agora, o total de coisas desenhadas?

4) **Inventando problemas**
Observe as figuras e invente uma história:



5) **A minha classe**
Na classe de Ricardo há 17 meninos e 22 meninas.
a) Quantas crianças há na classe?
b) E na sua classe, quantos são os meninos?
c) Quantas são as meninas?
d) Há mais meninos ou meninas?
e) Quantos são ao todo?

6) **Luke Skywalker × Darth Vader**
Luke Skywalker e Darth Vader são inimigos. Luke quer destruir a nave espacial de Darth Vader, mas ela dispara raios *laser* três vezes por segundo. Quantos disparos Luke recebe em 5 segundos?

7) **A chuva atrapalhou a aula**
O 1º ano B tem 29 alunos. Hoje, por causa da chuva, faltaram 6 alunos. Quantos vieram à aula?

8) **O triângulo mágico**
Copie em seu caderno o triângulo da figura ao lado e coloque os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 nos círculos, de modo que a soma em cada lado seja 10.

9) **Bolinhas de gude**

Paulo tem uma dezena de bolinhas de gude e Marcos, uma dúzia.

a) Quantas bolinhas tem Marcos?

b) Quantas bolinhas tem Paulo?

c) Quem tem mais bolinhas? Quantas a mais?

d) Quantas bolinhas têm os dois juntos?

10) **O jogo de bolinhas de gude**

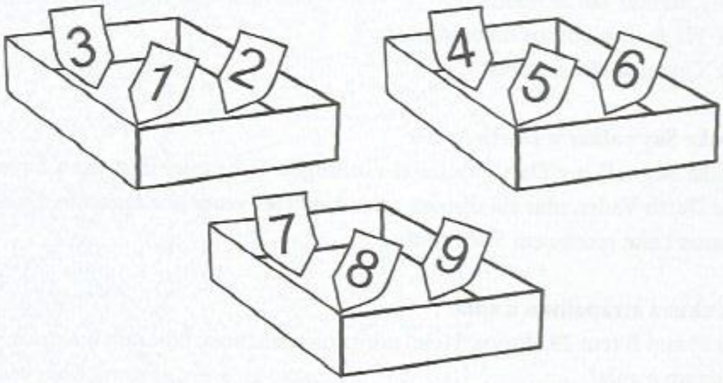
Pelezinho tinha 24 bolinhas de gude. Ganhou 12 bolinhas na primeira partida, perdeu 8 na segunda e ganhou 13 na terceira. No final, deu 7 bolinhas para seu irmão. Com quantas ficou?

11) **As bexigas do meu aniversário**

No meu aniversário, mamãe comprou 3 dúzias de bexigas. Estouraram 14. Quantas ficaram?

12) **Trocando fichas**

Mude as fichas de caixa, de modo que cada caixa continue com três fichas e a soma em cada caixa seja 15.



13) **Páginas do livro**

Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 99 páginas?

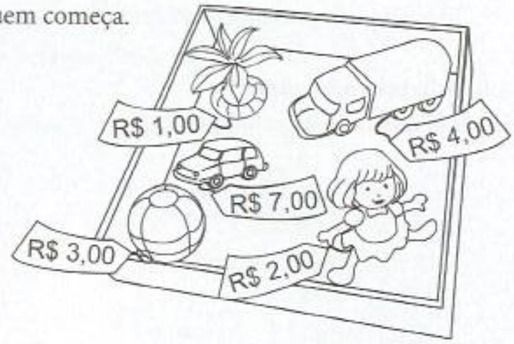
14) **Inventando problemas**

Invente uma história com estes dados e conte o seu final:

- 16 selos do Brasil;
- 12 selos da Argentina;
- 11 selos do Japão.

15) **Fazendo somas** (jogo para duas crianças)

- Tire par ou ímpar para ver quem começa.
- Escolha dois objetos.
- Determine o custo dos dois.
- Localize a soma no cartão e marque-a com um X.



8	6	3
10	4	9
7	11	5

O vencedor será aquele que conseguir primeiro três marcas numa mesma linha ou coluna.

16) **Estimando a soma**

Sem fazer a conta, responda:

a) Quais os dois brinquedos que, juntos, custam R$ 44,00?

b) Quais os dois brinquedos que, juntos, custam R$ 54,00?

Faça as contas e confira se acertou.

17) **O sabidinho**

Joãozinho vai distribuir 8 balas entre seus 5 amiguinhos. Ele disse: "Tenho certeza de que um de vocês vai receber pelo menos 2 balas". Como ele sabia disso?

18) **O presente de Natal**

Pedrinho viu um monte de caixas de presentes debaixo da árvore de Natal. Ele queria saber qual era o seu. Sua mãe deu algumas dicas:

- É uma caixa grande.
- O papel é listradinho.
- Há um laço na caixa.

- O laço é grande.

Identifique o presente de Pedrinho.

19) **Adivinhando números**

Em que número estou pensando?

a) 0 4 5 8
É maior que 4 e menor que 8.

b) 3 6 8 9
É maior que 7 e é ímpar.

c) 0 2 4 6
É menor que 5 – 2 e não é 2.

d) 2 3 5 8
Não é par e não é maior que 4.

e) 2 3 4 5
É menor que 4 e é par.

f) 4 5 6 7
É maior que 4 e menor que 3 + 3.

g) 0 4 8 9
É maior que 2 + 3 e não é ímpar.

h) 1 4 6 9
Não é ímpar e não é igual a 4.

20) **Uma tarde no parque**

Felipe e Serginho foram ao parque. No derruba-latas, Felipe jogou a primeira bola e derrubou 4 latas. Serginho jogou a segunda bola e derrubou 3 latas. Sobraram ainda 3 latas.

a) Quantas latas há no jogo?
b) Quantas bolas já foram atiradas?
c) Quantas latas Felipe derrubou?

d) Quantas latas Serginho derrubou?
e) Quantas bolas faltam para atirar?
f) Quantas latas faltam para ser derrubadas?

No tiro ao alvo eles fizeram os pontos indicados abaixo:

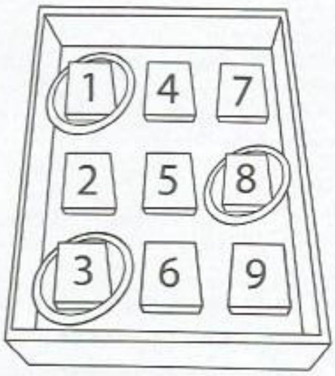
Felipe

Serginho

a) Quantos tiros deu cada um?
b) Quantos pontos Felipe fez?
c) Quantos pontos Serginho fez?
d) Quem fez mais pontos? Quantos pontos ele fez a mais?

No jogo de argolas, compraram meia dúzia de argolas, repartiram metade para cada um e acertaram os pontos indicados abaixo:

Felipe

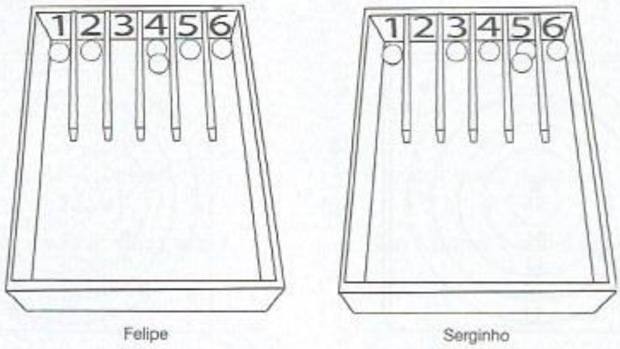


Serginho

a) Quantas argolas eles compraram?
b) Quantas argolas cada um jogou?
c) Quantos pontos Felipe fez?

d) Quantos pontos Serginho fez?
e) Quem fez mais pontos? Quantos pontos a mais?

No jogo das bolinhas, cada um comprou meia dúzia de bolinhas e jogou, fazendo os pontos assinalados abaixo:



a) Quantas bolinhas cada um jogou?
b) Quantos pontos Felipe fez?
c) Quantos pontos Serginho fez?
d) Quem fez mais pontos? Quantos pontos a mais?
e) Qual é o número máximo de pontos que dá para fazer?
f) Qual é o número mínimo de pontos que dá para fazer?

21) **Quem é o "craque" em problemas?** (jogo para três crianças)

30	?	?
?	?	?
?	?	?

- Tire no par ou ímpar quem será o primeiro, o segundo e o terceiro a jogar.
- Escreva em 9 pedaços de papel as letras de **a** a **i**. Dobre esses pedaços de papel.
- O primeiro jogador sorteia um problema (de **a** a **i**), resolve-o e assinala com um **X** a resposta do quadro.
- Idem para o segundo e o terceiro jogadores.

Quem conseguir primeiro três marcas **X** numa linha ou numa coluna será o vencedor.

Problemas

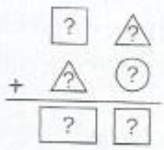
a) Sandro tinha 15 figurinhas. Ganhou 22 jogando "bafinho". Com quantas figurinhas ele ficou?

b) A mãe de Ricardo pediu-lhe que fosse comprar duas dúzias e meia de laranjas. Quantas laranjas ele comprou?

c) Quantos foram os dias úteis do mês de fevereiro de 2009?

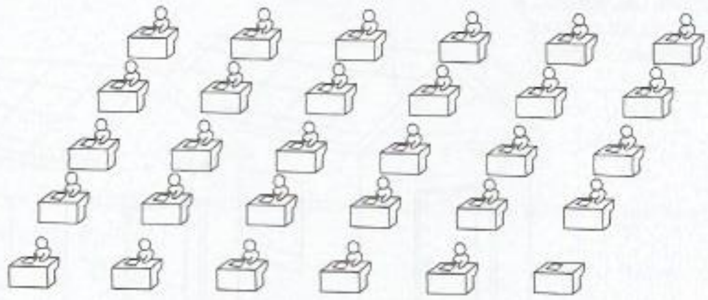
Fevereiro						2009
Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

d) Copie as figuras ao lado em seu caderno e coloque os números 2, 3, 5 e 7 dentro delas. Figuras iguais correspondem a números iguais. Qual é o resultado da adição?

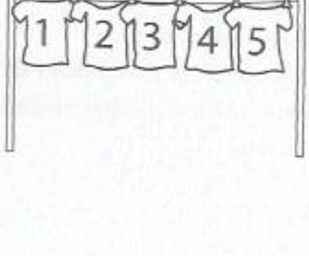


e) Hoje é o dia do aniversário de Felipe. Quantos anos ele terá daqui a 12 anos?

f) A classe de Serginho tem 6 fileiras. Cada fileira tem 5 carteiras. Uma carteira está sempre vazia. Quantos alunos há na classe dele?



g) Para prender 5 camisas no varal, mamãe usou 6 prendedores. Quantos serão necessários para prender 17 camisas?



h) Annelise saiu de casa com 4 notas de R$ 10,00 e 5 moedas de R$ 1,00. Gastou R$ 23,00. Com quanto ela ficou?

i) Há três cartões numerados virados de costas. Descubra qual é o número formado pelos cartões. Sugestões:

- Primeiro cartão: o menor número ímpar que existe.
- Segundo cartão: soma do número do primeiro cartão com o do terceiro.
- Terceiro cartão: número que representa meia dúzia.

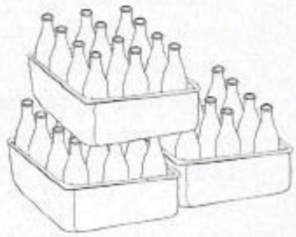
22) **Compra na papelaria**

Um caderno custa R$ 20,00. Um estojo custa R$ 8,00. Pedrinho tem R$ 40,00.

a) Pedrinho pode comprar os dois objetos?
b) Quanto pagará por eles?
c) Sobrará troco? Quanto?
d) Com o troco ele poderá comprar mais um estojo?
e) Qual é a diferença entre o preço do caderno e o do estojo?

23) **Garrafas e caixas**

Há 3 caixas.
Há 12 garrafas em cada caixa.
Quantas garrafas há ao todo?



24) **"Números vizinhos"**

25) **Jogos escolares**

Na abertura dos jogos escolares há uma apresentação de ginástica. Noventa e seis crianças estão colocadas em filas com 8 crianças cada uma. Quantas filas temos?

26) **A família e suas idades**

Pessoas	*Idade*
Luiz	43
Noemi	33
Annelise	16
Serginho	13
Felipe	12
Sandro	11
Ricardo	10

a) Qual é a idade da pessoa mais nova?
b) Qual é a idade da mulher mais nova?
c) Qual é a idade do homem mais velho?
d) Quantos anos Luiz é mais velho do que Felipe?
e) Quantos anos Noemi é mais velha do que Annelise?
f) Duas dessas pessoas têm, juntas, 45 anos. Quais são elas?
g) Duas dessas pessoas têm, juntas, a idade de uma outra. Quais são essas três pessoas? Existem outras três com as quais isso ocorre?

27) **Adivinhando números**

28) **Alunos em fileiras**

A professora Alícia colocou seus 36 alunos em 4 fileiras iguais. Quantos alunos ficaram em cada fileira?

29) **O álbum de figurinhas**

O álbum de figurinhas de Dudu tem 40 páginas. Em cada página cabem 9 figurinhas.

a) Qual é o número total de figurinhas que cabem no álbum?
b) Dudu já tem coladas 158 figurinhas. Quantas estão faltando para completar o álbum?

30) **Inventando problemas**

Você é capaz de inventar um problema que seja resolvido pela operação: $24 + 8 = 32$?

31) **O sabido**

Pedrinho disse a Joãozinho: se você distribuir 2 dúzias de lápis entre 5 colegas, você dará, com certeza, pelo menos 5 a um deles. Como Pedrinho sabia disso?

32) **Pagando a conta**

Serginho comprou um relógio por R$ 155,00 e pagou com 12 notas. Ele usou notas de R$ 5,00, R$ 10,00, R$ 50,00 e R$ 100,00. Quantas ele deu de cada uma?

33) **Vestindo a boneca**

Quantos trajes diferentes podemos formar com as peças de roupa desenhadas abaixo? Observe que são 3 blusas e 2 saias.

34) **Estatística escolar**

	Meninos	Meninas
2º ano	140	110
3º ano	120	115
4º ano	110	125
5º ano	140	125

a) Quantas crianças há no 2º ano?
b) Quantas crianças há no 5º ano?
c) Quantos meninos há no 3º e no 4º ano?
d) Quantas meninas há no 2º e no 4º ano?
e) Em que anos há mais meninos?
f) Em que anos há mais meninas?
g) Em que anos há o mesmo número de crianças?

35) **Flávia no elevador**

Flávia pegou o elevador. Desceu 5 andares, subiu 6, desceu 7 e chegou no 2º andar. Em que andar ela estava?

36) **As casas dos sitiantes**

Três sitiantes — sr. Manoel, sr. Joaquim e sr. Oliveira — moram na mesma estrada. O sr. Manoel mora a 10 km do sr. Joaquim. O sr. Oliveira mora a 2 km do sr. Joaquim. A que distância o sr. Manoel mora do sr. Oliveira?

37) **A classe de Ricardo**

A classe de Ricardo tem 34 alunos. Ela fará uma apresentação na véspera do Dia das Crianças. Para isso, foram formadas equipes de 5 crianças.

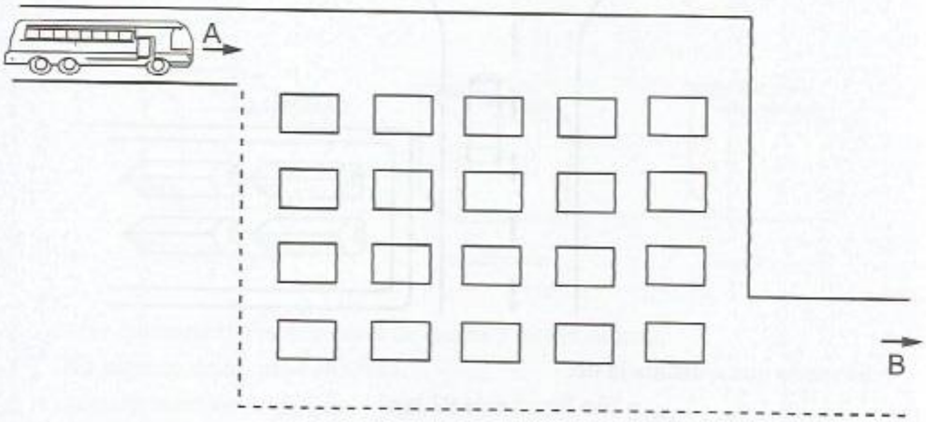
a) Quantos alunos há na classe de Ricardo?
b) Por que eles formaram equipes?
c) Quantos alunos estão em cada equipe?
d) Quantas equipes foram formadas?
e) Houve alguma equipe com menos alunos? Por quê?

38) **O trem-bala**

Um trem mede 1 km. Ele está a uma velocidade de 1 km por minuto. Quantos minutos ele levará para atravessar um túnel de 1 km?

39) **A rota do ônibus**

Um ônibus entra num bairro em **A** e sai em **B**:



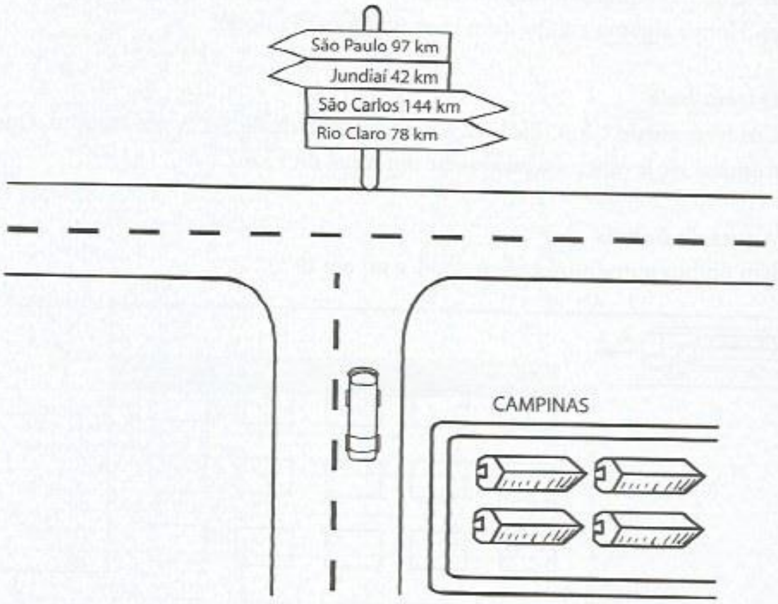
a) Indique algumas rotas diretas (virando no máximo em 4 esquinas) de **A** até **B**.
b) Indique qual dessas rotas é a melhor para todos os moradores do bairro.

40) **Os selos de Felipe**

Felipe, mexendo na sua coleção de selos, resolveu contar os que estavam soltos num envelope: 14 selos brasileiros, 13 argentinos, 10 uruguaios, 7 mexicanos, 6 japoneses e alguns italianos. No envelope estava escrito: "Total de selos = 58".

a) O que Felipe coleciona?
b) Ele contou os selos colados no álbum?
c) Onde estavam os selos que Felipe contou?
d) Felipe contava os selos de que países?
e) Havia selos franceses no envelope?
f) De que país Felipe tem mais selos soltos?
g) Quantos selos italianos havia no envelope?
h) Se em cada cartela cabem 9 selos, de quantas cartelas ele precisará para colocar todos os seus selos não italianos? Sobrarão alguns, ainda? Quantos?

41) **Distâncias entre cidades**



Sabendo que a distância de:

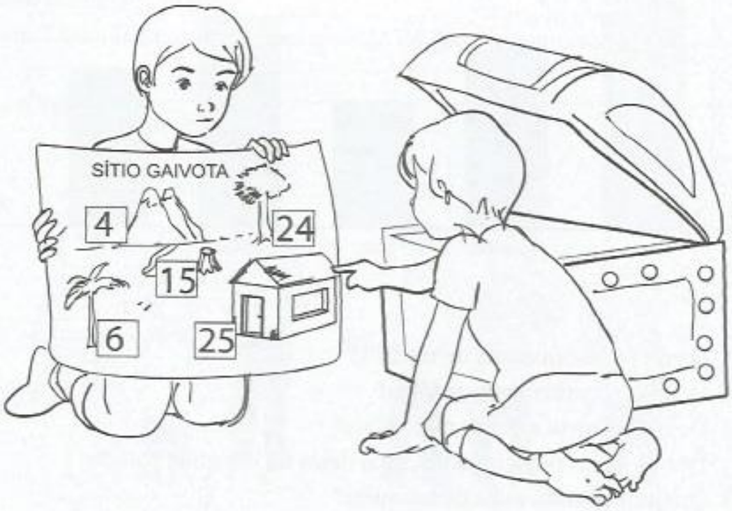
Campinas → a São Paulo é de 97 km
Campinas → a Jundiaí é de 42 km
Campinas → a São Carlos é de 144 km
Campinas → a Rio Claro é de 78 km

responda:

a) Qual é a distância entre Jundiaí e São Paulo?
b) Qual é a distância entre São Carlos e Rio Claro?
c) Qual é a distância entre Rio Claro e São Paulo?
d) Qual é a distância entre São Carlos e Jundiaí?
e) Que cidade está mais perto de Campinas: São Paulo ou Rio Claro?

42) **Em busca do tesouro perdido**

Juquinha e Zezinho estavam xeretando o baú da vovó. De repente, uma grande surpresa: encontraram um mapa todo amarelado pelo tempo. Era um mapa do tesouro e estava cheio de números.



Jogada mínima

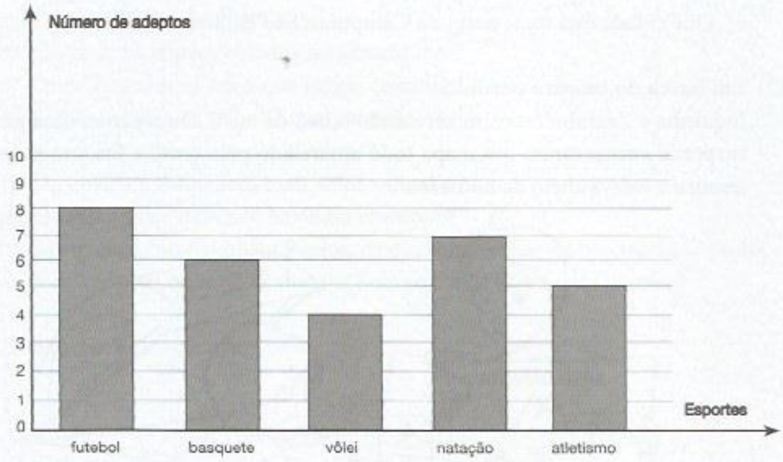
Jogada média

Jogada máxima

Atrás do mapa havia desenhos de dados e estava escrito:
"No jogo do dado, uma charada.
1 jogada máxima. Liga com 4 jogadas mínimas.
Liga com 5 jogadas médias. Liga com a soma de tudo.
Liga com 1 a menos da soma de tudo.
Aí está o tesouro perdido."
Vamos ajudar Juquinha e Zezinho a decifrar a charada e encontrar o tesouro?

43) **Interpretando gráficos**

Ao perguntar a uma classe de 32 alunos de 3º ano: "De qual esporte vocês mais gostam?", as respostas foram as do gráfico:



a) Quantos gostam mais de futebol?
b) Quantos gostam mais de vôlei?
c) De que esporte a classe mais gosta?
d) Dos esportes mencionados, qual deles foi o menos votado?
e) Quantos gostam mais de basquete?
f) Quantos gostam de esportes praticados com bola?
g) Quantos não gostam de nenhum desses esportes?

44) **O índice do livro**

Índice		
Capítulo	Título	Página
1	Números naturais	1
2	Sistemas de numeração	17
3	Adição de naturais	32
4	Multiplicação de naturais	49
5	Figuras geométricas	64
6	Subtração de naturais	79
7	Divisão de naturais	88

a) Quantos capítulos tem o livro?
b) Em que página começa o terceiro capítulo?
c) Qual é o título do sexto capítulo?
d) Quantas páginas tem o segundo capítulo?
e) Em que página termina o quarto capítulo?
f) Dentre os seis primeiros capítulos, qual é o mais longo e quantas páginas tem?
g) Se o capítulo 7 tem 20 páginas, qual é a última página do livro?
h) Qual é o capítulo mais curto e quantas páginas tem?
i) Escreva um problema usando esse índice e resolva-o.

45) **Contando dinheiro**
Isabel tem 7 notas na carteira, num total de R$ 20,00. Que notas são essas?

46) **Quem é o vencedor?**

Os seis meninos acabaram de apostar uma corrida. Analise as dicas abaixo e responda: quem ganhou a corrida?

- O vencedor tem uma camisa listrada.
- Ele não é o menino mais alto de todos.
- Ele está usando calças escuras.
- Sua camisa é de manga curta.

47) **O caminho da escola**
Todos os dias Annelise anda 600 m para ir à escola e mais outro tanto igual para voltar. Quantos metros ela anda por semana?

48) **Adivinhe se puder**
Qual é o maior número natural que você pode multiplicar por 6 e ainda ter um produto menor que 75?

49) **As idades**

a) O Brasil foi descoberto em 1500. Quantos anos de descobrimento do Brasil se comemoraram em 2007?

b) Tiradentes nasceu em 1746 e morreu enforcado em 1792. Quantos anos ele viveu?

c) Se Jesus Cristo estivesse vivo, quantos anos ele teria em 2007?

d) Machado de Assis nasceu em 1839 e morreu em 1908. Se ele estivesse vivo em 2009, quantos anos teria?

e) Vinicius de Moraes morreu em 1980, com 67 anos. Em que ano ele nasceu?

f) Einstein nasceu em 1879 e viveu 76 anos. Em que ano ele morreu?

g) O telefone foi inventado em 1876. Quantos anos ele completou em 2008?

h) Aline tinha 9 anos em 1989. Qual era sua idade no ano 2000?

i) Quando Felipe nasceu, seu pai tinha 31 anos. Hoje Felipe tem 13 anos. Qual é a idade do pai de Felipe hoje?

50) **A coleção de cédulas**

Felipe tem uma coleção de cédulas. Ele tinha 28 notas estrangeiras e 46 notas brasileiras. Seu pai conseguiu, com um colecionador, mais 13 notas brasileiras.

a) Quantas notas ele tinha?

b) Quantas notas seu pai lhe deu?

c) Com quantas notas ele ficou?

d) Com quantas notas brasileiras ele ficou?

e) Com quantas notas estrangeiras ele ficou?

51) **O vendedor de lanches**

Nas férias, Caio ajuda o pai, que tem um carrinho de lanches. No fim das férias, eles fizeram um balanço do que foi vendido e colocaram os números numa tabela:

	Cachorro-quente	Hambúrguer	Refrigerante
Dezembro	315	468	285
Janeiro	376	616	416
Fevereiro	298	314	311

a) Quantos cachorros-quentes foram vendidos?

b) Quantos hambúrgueres foram vendidos?

c) Quantos refrigerantes foram vendidos?

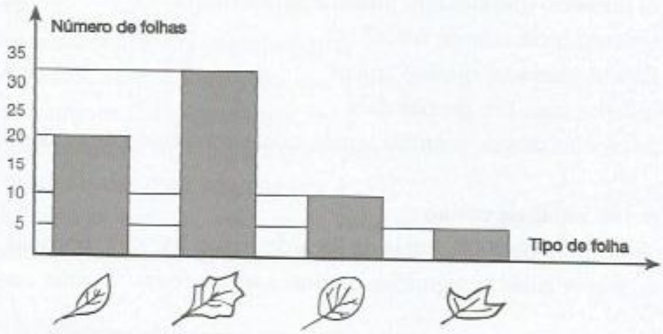
d) Quantos cachorros-quentes e hambúrgueres eles venderam?

e) Em que mês a venda total foi menor?

f) Em que mês a venda de refrigerantes foi maior?

52) **A excursão ao horto florestal**

Numa excursão ao horto florestal, os alunos do 4º ano coletaram vários tipos de folha: 5 crianças pegaram 20 folhas finas e compridas; 10 crianças pegaram 32 folhas largas e curtas; 8 crianças pegaram 10 folhas arredondadas; e 2 crianças pegaram 5 folhas em forma de estrela. Nenhuma criança deixou de pegar folhas e cada uma pegou folha de um único tipo. Vamos colocar essas informações num gráfico?



a) Para onde os alunos do 4º ano fizeram uma excursão?
b) O que eles fizeram lá?
c) Quantas crianças foram à excursão?
d) Qual foi o total de folhas coletadas?
e) Que tipo de folha foi mais coletada?
f) Que tipo de folha foi menos coletada?
g) Foram coletadas mais folhas arredondadas ou mais folhas largas e curtas?

53) **A fila da roda-gigante**

A cada 5 minutos sobe um grupo de 25 pessoas na roda-gigante. Quanto tempo Taís ficará na fila se há 52 pessoas na frente dela?

54) **Completando e interpretando histórias**

Claudinha sempre acompanha a mãe à padaria. Quando chega lá, vai logo procurando a prateleira de doces e balas. Ela sempre pega doces que custam R$ 0,50 cada e balas que custam R$ 0,20 cada. Sua mãe sempre lhe dá 2 moedas de R$ 1,00 para suas pequenas compras. (Complete essa historinha.)

a) Onde Claudinha e sua mãe vão sempre juntas?
b) Qual prateleira Claudinha gosta de visitar?
c) Quanto custa cada doce de que ela gosta?
d) Quanto custa cada bala de que ela gosta?
e) Quanto sua mãe lhe dá para fazer essas compras?

f) Cite algumas compras que Claudinha poderia fazer com esse dinheiro.
g) Faça uma pergunta e responda-a.

55) **A compra de Sandro e Ricardo**

Os irmãos Sandro e Ricardo foram à loja juntos. Sandro tem R$ 58,00 e Ricardo, R$ 62,00. Eles querem comprar uma mesa de pingue-pongue que custa R$ 92,00. Complete a história fazendo algumas perguntas e respondendo-as.

a) O dinheiro que eles têm juntos é suficiente?
b) Quanto receberão de troco?
c) Eles receberão o mesmo troco?
d) Quanto cada um precisa dar?
e) Se os dois derem quantias iguais, qual será o troco de cada um?

56) **Pagando aulas de violão**

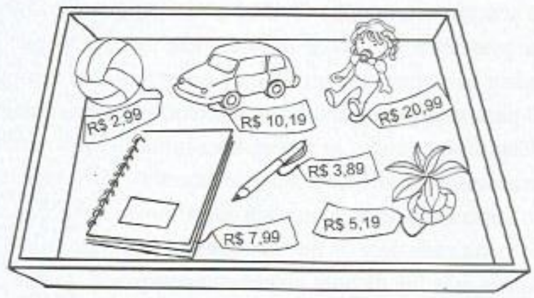
Em novembro de 2009, a mãe de Ricardo pagou R$ 90,00 por suas aulas de violão. Ricardo teve aulas às segundas, quartas e sextas-feiras. Quanto custou cada aula?

Novembro						2009
Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

57) **Alugando casas**

a) Se a duração do contrato for de 6 meses, quanto se gastará de aluguel?
b) E se for de 12 meses?

58) **Estimando o valor da compra** (jogo para duas crianças)



- O jogo do par ou ímpar decide quem começa.
- Escolha dois objetos.
- Arredonde os preços para estimar o custo total.
- Localize a soma no cartão e marque-a com um **X**.
- O vencedor será aquele que conseguir primeiro três marcas numa mesma linha ou coluna.

13	25	14
29	11	26
15	18	31

59) **Livro aberto**

A soma dos números destas páginas é 101.

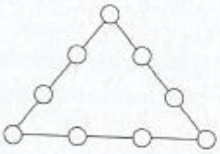
a) Onde devemos abrir o livro para que a soma dos dois números nas páginas seja 313?

b) Onde devemos abrir o livro para que o produto dos números das duas páginas seja 4 160?

Lembrando que, se preferir, você pode utilizar uma calculadora para resolver este problema.

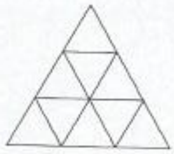
60) **O triângulo mágico**

Coloque, dentro dos círculos, números de 1 a 9, sem repeti-los. A soma em cada lado do triângulo deve ser 17.



61) **Testando a sua paciência**

Quantos triângulos há na figura ao lado?



62) **Contando dinheiro**

Pedrinho tem 9 notas e moedas, num total de R$ 93,00. As moedas são de R$ 1,00 e as notas são de R$ 5,00, R$ 10,00 e R$ 50,00. Quantas moedas e notas de cada valor ele tem?

63) **O quarteto no parque**

No Dia das Crianças, aproveitando os preços promocionais, os irmãos Felipe, Serginho, Sandro e Ricardo foram ao parque.

- Felipe foi duas vezes no carrinho de trombada e uma vez em cada um dos outros brinquedos.
- Serginho e Sandro foram duas vezes no carrossel e uma vez em cada um dos outros brinquedos.
- Ricardo foi duas vezes na roda-gigante e duas vezes no carrinho de trombada.
- Cada um deles comeu um saquinho de pipoca e tomou um refrigerante.

a) Qual foi a despesa total?

b) Se cada um levou uma nota de R$ 10,00, qual o total de troco que trouxeram para casa?

c) Quem gastou menos?

d) Qual foi o troco de cada um?

64) **Frequência de alunos na classe**

Numa classe, a metade dos alunos são meninos. A terça parte dos meninos está presente e são 6 os meninos presentes. Qual é o total de alunos da classe?

65) **Ajude os meninos a encontrar suas barracas**

Os meninos Marcelo, Luís e Zezinho montaram três barracas na praia:

- Na barraca da direita não há prancha.
- O menino que tem boia não é vizinho do menino que tem prancha.
- Na barraca de Zezinho não tem boia nem prancha.
- A prancha de Luís é bonita.

Qual é a barraca de cada um dos meninos?

66) **Dinheiro fácil e rápido!**

O livro de recordes mundiais relata que, nos Estados Unidos, um artista de cinema e televisão fez um comercial para a televisão. Ele falou duas palavras e cada palavra tinha apenas uma sílaba. Ele recebeu US$ 250 000 por sílaba.

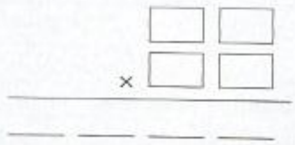
a) Quanto ele recebeu pelo comercial?

b) Quantas sílabas a mais ele precisaria dizer para receber US$ 1 000 000?

Faça de conta que você é o(a) artista de cinema e televisão. Você poderá escolher duas palavras para dizer em um comercial de televisão e receberá R$ 25 000,00 por sílaba.

c) Que produto você gostaria de anunciar?
d) Quais seriam as palavras que você escolheria?
e) Quantas sílabas estão presentes nessas palavras?
f) Quanto você receberia?

67) **Vamos multiplicar?**
Copie os retângulos abaixo em seu caderno e coloque os números 9, 7, 4 e 1 dentro deles, de modo a obter o maior produto possível:



68) **O auditório**
Um auditório possui 23 filas com 25 assentos em cada uma delas, e uma fila com 20 assentos. Para um espetáculo nesse auditório já foram vendidos 420 ingressos.
a) Quantos ingressos ainda estão à venda?
b) Quanto custa cada ingresso se, com o auditório lotado, a arrecadação é de R$ 29 750,00?

69) **O semáforo**
As cores do semáforo da frente da casa de Rafael mudam a cada 20 segundos. Rafael tem 9 anos. Durante todos esses anos, quantas vezes mudaram as cores do semáforo?

70) **Cercando o terreno**
O sr. João vai cercar seu terreno com estacas e arame farpado. O terreno mede 10 m por 30 m.
a) Colocando as estacas de 2 em 2 metros, de quantas estacas ele precisará?
b) Quantos metros de arame serão necessários se a cerca tiver 4 fios de arame?

71) **As pombas e o gavião**
O gavião chega ao pombal e diz:
— Adeus, minhas cem pombas.
As pombas respondem, em coro:
— Cem pombas não somos nós; com mais dois tantos de nós e com você, meu caro gavião, cem pássaros seremos nós.
Quantas pombas estavam no pombal?

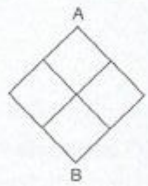
72) **Pesquisa de preços**

Faça uma pesquisa de preços e complete a tabela abaixo em seu caderno:

Produto	Preço unitário	Quantidade	Total
Macarrão	?	3	?
Leite	?	2	?
Arroz	?	4	?
Feijão	?	2	?
		Gasto total	?

73) **Procurando todos os caminhos possíveis**

Na figura ao lado, quantos caminhos diferentes você tem para ir de **A** até **B**, caminhando só para baixo?



74) **Ricardo na papelaria**

No início das aulas, Ricardo e sua mãe foram à papelaria comprar os materiais para a escola. A lista de preços era a seguinte:

- Caderno de espiral grande: R$ 10,00
- Caderno de espiral pequeno: R$ 6,50
- Caderno quadriculado: R$ 5,50
- Lápis de cor (caixa): R$ 6,00
- Apontador: R$ 0,50
- Borracha: R$ 2,50
- Lápis: R$ 0,80
- Caneta esferográfica: R$ 0,80
- Régua: R$ 2,30

Eles compraram:

- 3 cadernos de espiral grandes;
- 2 cadernos de espiral pequenos;
- 1 caderno quadriculado;
- 2 canetas esferográficas;
- 3 lápis;
- 1 borracha.

a) Quanto gastaram?

b) Se deram R$ 60,00 para pagar, quanto receberam de troco? No dia seguinte, Zezinho, amigo de Ricardo, foi à mesma papelaria com R$ 10,00. Que materiais ele poderia comprar? (Dê várias possibilidades.)

75) **Os quatro quatros**

Escreva os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 usando quatro quatros e as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão (mas não todas ao mesmo tempo).

Exemplos:

a) $0 = 44 - 44$ b) $6 = [(4 + 4) \div 4] + 4$ ou $6 = \dfrac{4 + 4}{4} + 4$

76) **Diferença de preços**

Numa loja do interior, uma bola de basquete custava R$ 95,00 e uma chuteira, R$ 160,00. Na capital, a mesma bola custava R$ 70,00 e a mesma chuteira, R$ 120,00. Os gastos para ir à capital e voltar eram de R$ 70,00. Onde era mais vantajoso comprar?

77) **A idade de Paulinho**

Um ano tem 365 dias. O ano bissexto tem 366 dias. Quantos dias já viveu Paulinho, que completou 9 anos, sendo que 2 deles foram bissextos?

78) **Inventando problemas**

Invente um problema e resolva-o usando dias, semanas e anos.

79) **Resolvendo criptogramas**

Cada letra assume um único valor, de 0 a 9. Determine o valor de cada letra nos criptogramas abaixo:

a) $\begin{array}{r} AB \\ +\ CA \\ \hline ABA \end{array}$ b) $\begin{array}{r} NOVE \\ +TRÊS \\ \hline DOZE \end{array}$

80) **Construindo quadrados com palitos**

Quantos palitos são necessários para construir quadrados de 1 por 1, dentro de um quadrado de 4 por 4?

81) **Atravessando o rio de bote**

Um homem que pesa 80 kg e seus dois filhos, cada um deles pesando 40 kg, querem atravessar um rio. Se eles tiverem apenas um bote, com capacidade de carregar com segurança somente 80 kg, de que modo eles poderão atravessar o rio?

82) **Visualizando no espaço**

Um cubo tem suas faces numeradas de 1 a 6. As figuras ao lado representam o mesmo cubo em três posições diferentes. Quais são as faces opostas nesse cubo?

83) **É possível resolver? Por quê?**

Pedrinho comprou 20 balas. Sabendo que as balas de laranja custam 3 por R$ 0,24 e as de chocolate R$ 0,10 cada, quantas balas de laranja e quantas de chocolate ele comprou?

84) **Cansada de viver**

A tartaruga Tata, de um zoológico, vive há 160 anos. Quantos minutos ela já viveu?

85) **Resultados surpreendentes**

Multiplique 36 por 42. Inverta os algarismos dos fatores e efetue: 63×24.

a) O que ocorreu?

b) Por que ocorreu isso?

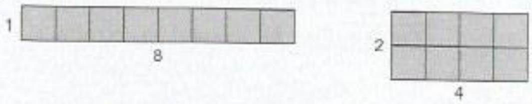
c) Você consegue encontrar outras multiplicações em que isso ocorra? Tente.

86) **Haja grafite!**

Um lápis mede 17 cm. Quantos metros de grafite são necessários para fabricar 1 milhão de lápis?

87) **Retângulos e divisores**

Com 8 quadradinhos podemos formar os seguintes retângulos:



Observe que os números 1, 2, 4 e 8 são, ao mesmo tempo, as dimensões desses retângulos e os divisores de 8.

a) Construa todos os retângulos possíveis com 12 quadradinhos.

b) Quais são os divisores de 12?

c) Construa todos os retângulos possíveis com 7 quadradinhos.

d) Quais são os divisores de 7?

88) **A vida de d. Pedro II**

Quando d. Pedro I voltou para Portugal, seu filho, Pedro, tinha 6 anos de idade. Nove anos mais tarde, este foi coroado imperador com o título de d. Pedro II, permanecendo nesse cargo durante 49 anos. Passou os últimos 3 anos de sua vida destronado e faleceu em Paris, em 1892.

a) Em que ano d. Pedro II nasceu?

b) Em que ano seu pai voltou para Portugal?

c) Em que ano ele foi coroado?

d) Em que ano foi destronado?

89) **Decifrando uma foto**
Tirei uma foto de algumas crianças brincando com cachorros. Na foto há 7 cabeças e 22 pernas. Quantas crianças estão na foto?

90) **A lesma persistente**
Uma lesma está no fundo de um poço de 6 m de altura. Ela sobe 2 m por dia, para um pouquinho e cai 1 m. Quantos dias ela levará para chegar ao topo do poço?

91) **Procurando idades**
Dona Luzia tem 42 anos. A sua idade, junto com as idades de seus dois filhos gêmeos, é de 66 anos. Qual é a idade de cada um dos seus filhos?

92) **Clipe, uma grande invenção**
Determine quantos quilômetros de arame são necessários para fazer 1 milhão de clipes do tamanho do da figura ao lado.

93) **Fazendo compras**

Dona Maria foi ao supermercado e comprou:
- 3 kg de arroz;
- 4 kg de batata;
- 2 kg de feijão;
- 2 kg de tomate.

Pagou essa compra com 3 notas de R$ 10,00. Qual foi o troco recebido?

94) **Números perfeitos**
Os divisores de 6 são 1, 2, 3 e 6. O número 6 é chamado *número perfeito* porque $1 + 2 + 3 = 6$ (o último divisor é igual à soma de todos os anteriores). Na sequência dos números naturais, 6 é o primeiro número perfeito. Qual é o número perfeito seguinte?

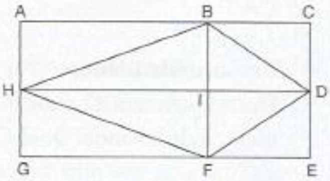
95) **Viagens espaciais**

A distância da Terra a Vênus é de 40 200 000 km. Em quantos dias uma espaçonave chegaria a Vênus se viajasse a uma velocidade de 24 000 km/h?

96) **Somando rapidamente**

Qual é a soma dos cem primeiros números naturais, exceto o zero?
(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... + 98 + 99 + 100)?

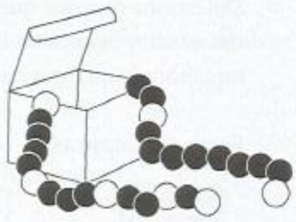
97) **Contando figuras**



a) Quantos triângulos há na figura ao lado? Enumere-os.
b) Quantos são os retângulos da figura ao lado?

98) **O colar de bolas**

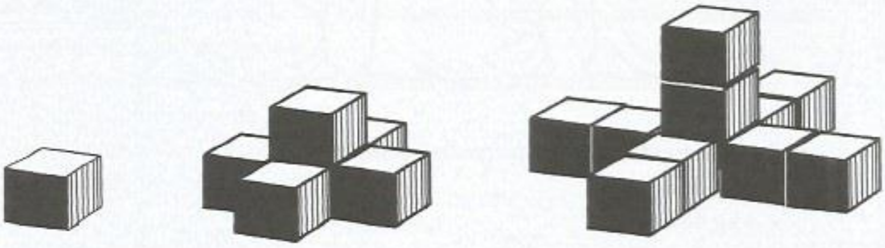
Descubra a sequência de bolas pretas e brancas.



a) Quantas bolas estão escondidas?
b) Quantas bolas tem o colar?
c) Quantas bolas pretas tem o colar?

99) **Empilhando cubos**

Usando cubos, podemos fazer as seguintes construções:



Na primeira construção usamos 1 cubo; na segunda, 6 cubos; na terceira, 11 cubos. Quantos cubos usaremos na décima construção?

100) **A coleção de selos**

Luís Felipe ganhou 4 selos para sua coleção, mas está confuso sobre a origem de cada selo. Vamos ajudá-lo a classificar seus selos?
Observe as dicas a seguir:

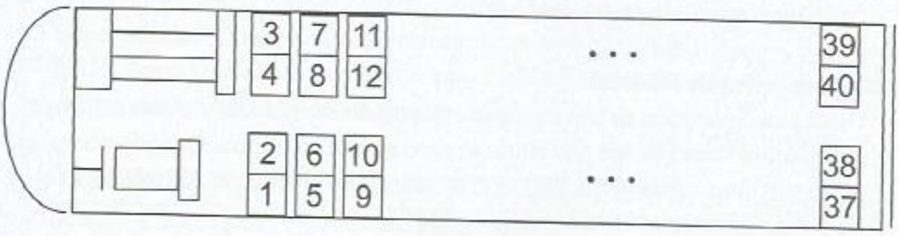
- O selo com a figura de um trem é vermelho.
- O selo alemão tem a figura de um corredor.
- O selo cuja figura é uma flor não é francês.
- O selo da Suíça não é vermelho.
- O selo que tem a figura de um avião não é amarelo.
- O selo dos Estados Unidos é azul.
- O selo com a figura de uma flor é verde.

Sugestão: Faça em seu caderno uma tabela como a do modelo abaixo:

País:	?	?	?	?
Cor:	?	?	?	?
Figura:	?	?	?	?

101) **O "figurinha difícil" no ônibus**

O "figurinha difícil" era uma pessoa muito esperta e legal. Sabia que a disposição da numeração nos ônibus era a seguinte:



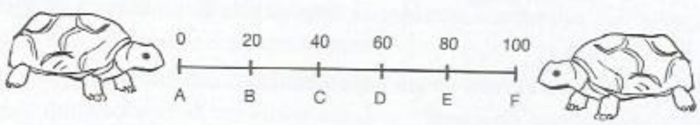
Num dia de calor, o sol batia do lado do motorista. Como o garoto queria viajar na sombra e na janela, pediu o lugar número 19.

a) Como ele chegou a essa conclusão?

b) Que outros números ele poderia pedir?

102) **Os jabutis amigos**

Artur e Tito são jabutis que se gostam muito.



Colocados em dois pontos afastados, começam logo a se movimentar, um em direção ao outro. Só que, para cada dois passos de Artur, Tito dá três. Colocando Artur em **A** e Tito em **F** (distantes 100 m entre si), qual deles chegará primeiro a cada um dos pontos **B, C, D** e **E**?

103) **Figurinhas repetidas**

Felipe e Sandro colecionam figurinhas, colando-as num álbum onde cabem 200 delas. Sandro vem com um monte de 500 figurinhas para trocar com Felipe. Felipe afirma que no monte existem triplicatas (3 figurinhas iguais), o que é negado por Sandro. Por que Felipe teria feito tal afirmação?

104) **A fila do parque de diversões**

Toda manhã há uma única fila de crianças esperando a vez para ir ou na roda-gigante, ou no trem fantasma, ou na montanha-russa. As crianças vão chegando, ficam nessa fila e se dirigem, em grupos, para uma dessas diversões, nessa ordem. A roda-gigante funciona com um grupo de 16 crianças; o trem fantasma, com 12; e a montanha-russa, com 6 crianças. Eduardo já esteve 3 vezes na fila e foi 2 vezes na roda-gigante e 1 vez na montanha-russa. Hoje veio bem cedo, com a esperança de chegar na vez do trem fantasma, mas a fila já estava grande. Contou quantas crianças havia na fila e resolveu esperar mais uma criança entrar na fila antes que ele entrasse. Por quê?

105) **A esperteza de Joãozinho**

Joãozinho participa de um jogo que é disputado em rodadas. Se uma rodada não lhe parece favorável, ele não entra; se parece favorável, entra. Quando acerta, ganha um ponto, mas perde dois se erra. Joãozinho entrou em 20 rodadas e fez 11 pontos. Quantas acertou e quantas errou?

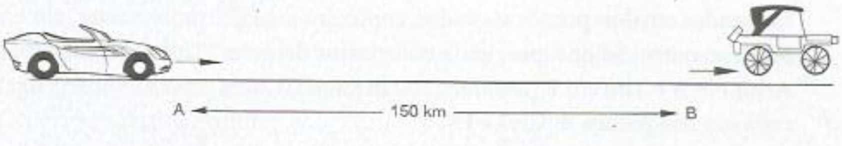
106) **Qual é a bolinha diferente?**

Oito bolinhas de gude têm mesmo tamanho, mesma cor e mesma forma. Sete delas têm o mesmo peso e a restante é mais pesada. Usando uma balança com dois pratos, como você encontrará a bolinha mais pesada efetuando somente duas pesagens?

107) **Calhambeque × Ferrari**

Uma Ferrari sai de uma cidade **A**, a 100 km/h, ao mesmo tempo em que um calhambeque sai, no mesmo sentido, de uma cidade **B**, a 50 km/h. A distância de **A** até **B** é de 150 km.

a) Quanto tempo a Ferrari levará para alcançar o calhambeque?
b) Em que lugar isso ocorrerá?

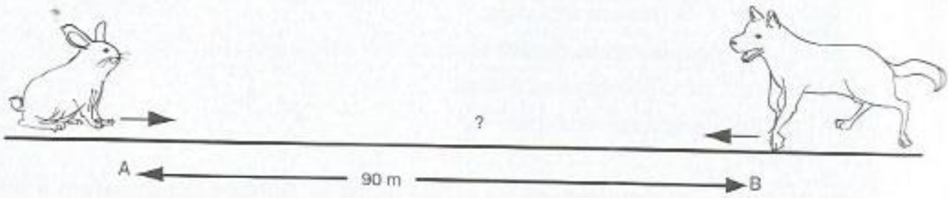


108) **Lebre × cachorro**

De dois pontos **A** e **B**, distantes 90 m, soltam-se, ao mesmo tempo e em sentidos contrários, uma lebre a 10 m/s e um cachorro a 5 m/s.

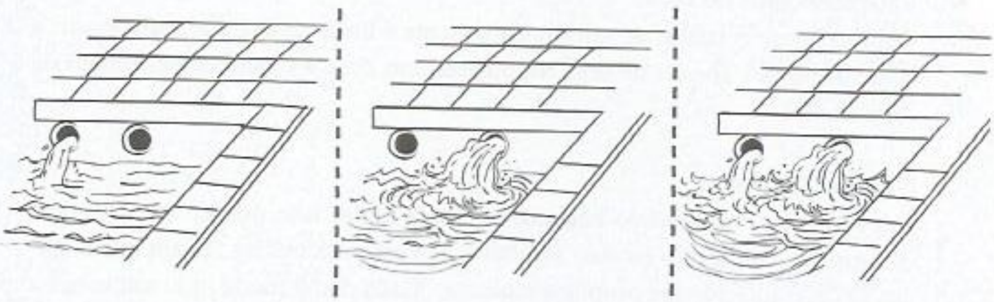
a) Depois de quanto tempo eles se encontrarão?

b) Em que lugar isso ocorrerá?



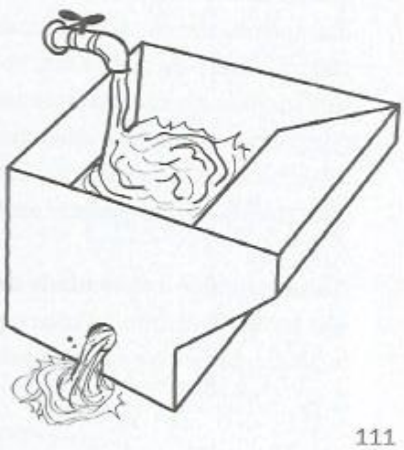
109) **Enchendo a piscina**

Há duas aberturas que enchem uma piscina com capacidade para 57 600 litros de água. Com uma das aberturas funcionando sozinha, a piscina fica cheia em 96 horas (4 dias). Com a outra abertura funcionando sozinha, a piscina fica cheia em 72 horas (3 dias). Em quanto tempo a piscina ficará cheia se as duas aberturas estiverem funcionando ao mesmo tempo?



110) **Enchendo e esvaziando um tanque**

Uma torneira sozinha enche um tanque em 2 horas. Um buraco, no fundo do tanque, quando aberto, esvazia-o em 3 horas. Se a torneira e o buraco estiverem abertos (uma enchendo e o outro esvaziando), em quanto tempo o tanque ficará cheio?



111) **Os clubes da escola de Leonardo**

Leonardo, falando de sua escola a um grupo de amigos, propôs um problema: "Na minha escola há 5 clubes: o de ciências, o de literatura, o de música, o de esportes e o de política. Esses clubes funcionam da seguinte forma:

- o de ciências, um dia sim e outro não;
- o de literatura, de três em três dias;
- o de música, de quatro em quatro dias;
- o de esportes, de cinco em cinco dias;
- o de política, de seis em seis dias.

No dia 1º de janeiro reuniram-se na escola todos os clubes e continuaram a se reunir nos dias estabelecidos, sem faltar um só. Sabendo que o ano é normal (não bissexto), quantas tardes mais, durante o primeiro trimestre, todos os clubes estiveram reunidos no mesmo dia?"

— Quer dizer então que o primeiro trimestre (janeiro, fevereiro, março) tem 90 dias? — perguntou Marcela.

— Sim, isso mesmo. E mais — disse Leonardo — quero saber em quantas tardes desse mesmo trimestre não se realizou na escola nenhuma reunião do clube.

112) **Retirando água do rio**

Como é possível retirar de um rio exatamente 6 litros de água, se, para medir a água, dispomos apenas de dois recipientes, um com 4 e outro com 9 litros de capacidade?

113) **Negócio da China!**

Um próspero e milionário negociante estava muito feliz por ter feito negócio com um desconhecido na rua. Também, não era para menos. Vejam que negócio. O desconhecido lhe propôs o seguinte: "Cada dia, durante todo um mês, eu lhe darei 100 mil reais e você, em troca, me dará, no primeiro dia, 1 real; no segundo dia, após eu lhe dar mais 100 mil reais, você me dará 2 reais; no terceiro dia, após eu lhe dar 100 mil reais pela terceira vez, você me dará 4 reais. Após os 100 mil reais pela quarta vez, você me dará 8 reais; depois da quinta vez, 16, e assim sucessivamente, durante todo o mês. Cada dia você me pagará o dobro do que pagou no anterior. Até o final do mês".

O negociante aceitou na hora. Também, centenas de milhares de reais em troca de alguns trocados! O negociante fez bem em aceitar? O que você faria no lugar dele?

114) **Como calcular a velocidade da correnteza de um rio**

Nas férias, Pedrinho foi com o pai a uma pescaria. Ele ficou intrigado com a velocidade da lancha e com a velocidade da correnteza do rio. Seu pai prometeu ensiná-lo a calcular a velocidade da correnteza. Um dia, marcaram um trecho do rio e observaram que:

- indo rio abaixo, com a lancha a 42 km/h (em relação ao rio), gastaram 3 horas para percorrer esse trecho;
- indo rio acima, com a lancha na mesma velocidade, gastaram 4 horas para o percurso.

Como Pedrinho e o pai descobriram a velocidade da correnteza?

Capítulo 9

Comentários, soluções e respostas dos problemas propostos

É importante ter em mente que a solução aqui apresentada para cada problema proposto não é única. Já vimos que há várias maneiras de resolver um mesmo problema. E é fundamental explorar isso com a criança. Cabe ao professor analisar a solução apresentada pela criança e valorizá-la quando seu raciocínio é correto, sobretudo quando a criança pensa de um jeito diferente daquele ensinado.

Antes de dar a solução e a resposta de cada problema, faremos um breve comentário sobre ele, destacando as ideias fundamentais envolvidas.

1) **Animais domésticos**

É um problema simples, que explora a *ideia de quantidade* e a contagem direta. Os itens **c**, **d** e **e** exploram a *ideia de juntar quantidades* por meio da expressão *ao todo*. E, como sabemos, essa ideia é representada matematicamente pela operação de adição.

Respostas:

a) 2 b) 3 c) 5 d) 5 e) 20

2) **Brincando no parquinho**

Este também é um problema que explora a observação, a ideia de quantidade e a contagem direta. Os itens **g** e **h** exploram a *ideia de comparação entre quantidades* por meio das perguntas: "Onde há mais?", "Onde há menos?" Já o item **i** tem por objetivo explorar a *observação* e a *imaginação criativa* da criança dentro de um determinado contexto.

Respostas:

a) 2 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

f) 16

g) Na caixa de areia.

h) No balanço e na gangorra.

i) **Sugestões:**

- Quantos patinhos há no lago? **Resposta:** 3.
- Quantos meninos estão no parquinho? **Resposta:** 10.

3) **Vamos completar o desenho**

Este problema dá oportunidade para o aluno se expressar por meio de desenhos, identificar algumas formas geométricas e criar as próprias sentenças a respeito de uma gravura. Aparecem, então, as ideias de quantidade e de adição de quantidades nas expressões "some" e "total".

Respostas:

a) 18

b) **Sugestões:**
- Coloque 1 menino perto do lago.
- Coloque 2 bolas no chão.
- Coloque 1 antena de TV no telhado.

c) 18 + 4 = 22 (no caso da sugestão acima)

4) **Inventando problemas**

Dado um desenho, o aluno precisa inventar uma história baseada nele. Este tipo de problema contribui para desenvolver a imaginação, a inventividade e a criatividade da criança. Uma sugestão para a história seria:

Paulinho estava segurando 5 bexigas. Estouraram 2. Quantas sobraram?

Resposta: 3.

5) **A minha classe**

Este é um problema do dia a dia da criança. Em geral, ela se envolve mais com questões que digam respeito a sua vida: sua classe, sua casa, seu time etc.

Solução:

a) Se o número de meninos é 17 e o número de meninas é 22, então o número de crianças (meninos e meninas juntos) será dado juntando essas duas quantidades, ou seja, efetuando a adição:

$17 + 22 = 39$ ou $\begin{array}{r} 17 \\ +22 \\ \hline 39 \end{array}$

Resposta: Na classe de Ricardo há 39 crianças.

As respostas às perguntas de **b** até **e** dependerão da classe que está sendo considerada. No item **d** explora-se a ideia de comparação e no item **e**, a ideia de adição.

6) **Luke Skywalker × Darth Vader**

As crianças gostam muito de histórias em quadrinhos, desenhos animados e filmes de ficção científica com super-heróis. Problemas sobre esses assuntos podem motivá-las bastante. Neste problema, aparece a ideia da multiplicação, pois sabe-se que em 1 segundo a nave espacial de Darth Vader dispara raios *laser* 3 vezes. Assim, pede-se que sejam calculados quantos disparos ocorrem em 5 segundos.

1ª solução:

- No 1º segundo: 3 disparos
- No 2º segundo: 3 disparos
- No 3º segundo: 3 disparos
- No 4º segundo: 3 disparos
- No 5º segundo: 3 disparos

15 disparos

2ª solução:

Poderíamos raciocinar assim: se em 1 segundo a nave dispara 3 vezes, então em 5 segundos haverá 5 vezes 3 disparos, ou seja:

$5 \times 3 = 15$ disparos

Resposta: Em 5 segundos ocorrem 15 disparos.

Observe que na 1ª solução usamos a ideia da *multiplicação como uma adição de parcelas iguais*:

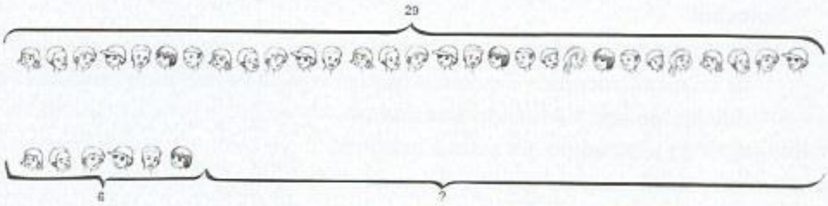
$$5 \times 3 = \underbrace{3 + 3 + 3 + 3 + 3}_{5 \text{ vezes}}$$

7) **A chuva atrapalhou a aula**

Neste problema estão presentes as ideias de completar para atingir uma certa quantidade e de tirar uma quantidade de outra. Ambas são representadas pela operação *subtração*.

1ª solução: *ideia de completar*

São 29 alunos na classe e faltaram 6:



De quantos alunos precisamos para completar os 29? Por contagem direta, vemos que precisamos de 23. Ou, fazendo a "continha", temos:

$$\begin{array}{r} 29 \\ -\ \ 6 \\ \hline 23 \end{array}$$

Podemos perguntar: "Seis para chegar no 29 (ou para completar 29); quantos faltam?"

2ª solução: *ideia de tirar*

São 29 alunos na classe. Como faltaram 6, precisamos tirar esses 6 dos 29 para ver quantos vieram à aula:

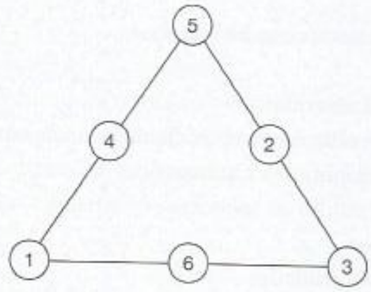
$$\begin{array}{r} 29 \\ -\ \ 6 \\ \hline 23 \end{array}$$

Resposta: Foram 23 os alunos que vieram à aula.

8) **O triângulo mágico**

Este tipo de problema desafia a criança e faz com que ela encontre várias possibilidades de obter o 10 numa soma cujas parcelas são três desses números: 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Solução:



Há outras possibilidades; tente encontrá-las.

9) **Bolinhas de gude**

Este problema explora as noções de dezena e de dúzia, além de ideias já mencionadas em problemas anteriores.

Solução:

Paulo: 1 dezena = 10 unidades

Marcos: 1 dúzia = 12 unidades

Respostas:

a) 12

b) 10

c) Marcos. Ele tem 2 bolinhas a mais que Paulo.

d) Juntos eles têm 12 + 10 = 22 bolinhas.

10) **O jogo de bolinhas de gude**

É um problema da vivência dos meninos. Na prática, eles resolvem problemas como este com muita facilidade.

1ª solução:

- Pelezinho tinha 24 bolinhas.
- Ganhou 12 na 1ª partida: $24 + 12 = 36$.
- Perdeu 8: $36 - 8 = 28$.
- Ganhou 13: $28 + 13 = 41$.
- Deu 7: $41 - 7 = 34$.

2ª solução:

Podemos *juntar* com 24 tudo o que ele ganhou:

$24 + 12 + 13 = 49$

Em seguida, *juntamos* tudo que perdeu e deu:

$8 + 7 = 15$

Finalmente, podemos verificar com quanto ficou, *tirando* tudo que perdeu e deu do que tinha e ganhou:

$49 - 15 = 34$

Resposta: Pelezinho ficou com 34 bolinhas.

11) **As bexigas do meu aniversário**

Este também é um problema da vivência da criança, envolvendo a noção de dúzia e as ideias de multiplicação e subtração.

Solução:

1 dúzia = 12 unidades

3 dúzias = $3 \times 12 = 36$ unidades

Estouraram 14. Então, precisamos *tirar* 14 das 36:

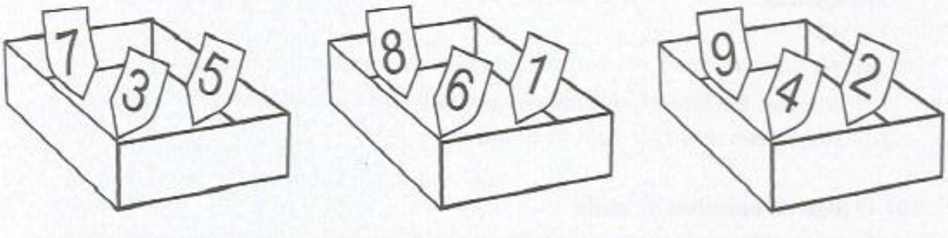
$36 - 14 = 22$

Resposta: Ficaram 22 bexigas.

12) **Trocando fichas**

Este problema é uma espécie de quebra-cabeça, que envolve todas as adições possíveis de 3 parcelas cujo resultado seja 15 e cujas parcelas sejam 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Uma solução possível é a seguinte:



Experimente encontrar outras.

13) **Páginas do livro**

Os números das páginas que contêm o 9 são: 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98 e 99.

Resposta: Usamos 20 vezes o 9 para numerar as páginas de um livro de 99 páginas. As respostas mais comuns dadas pelas crianças são 10 ou 11, porque elas contam de 10 em 10: 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89 e 99, esquecendo-se de 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97 e 98.

14) **Inventando problemas**

Este é um problema em aberto. Cada criança poderá criar a sua própria história, o seu próprio problema e resolvê-lo. Um bom estímulo à criatividade e inventividade da criança.

Solução:

Observe algumas sugestões:

a) Felipe comprou para a sua coleção 16 selos do Brasil, 12 da Argentina e 11 do Japão. Quantos selos Felipe comprou?

Resposta: Ele comprou 39 selos (16 + 12 + 11 = 39).

b) Sandro ganhou 16 selos do Brasil, 12 da Argentina e 11 do Japão. Deu ao seu amigo 4 selos do Brasil, 3 da Argentina e 2 do Japão por serem repetidos. Com quantos selos ainda ficou para colar no álbum?

- Ganhou: 16 + 12 + 11 = 39
- Deu: 4 + 3 + 2 = 9
- Ficou com: 39 – 9 = 30 selos para colar no álbum.

Há muitas outras possibilidades que certamente as crianças mencionarão.

15) **Fazendo somas** (jogo para duas crianças)

Esta é uma maneira de a criança resolver problemas por meio de um jogo semelhante ao jogo da velha. Cada jogador faz mentalmente a soma de dois preços de objetos e assinala essa soma com um **X**. O vencedor será aquele que conseguir um resultado do tipo:

X	6	3
X	4	9
X	11	5

ou

8	6	3
X	X	X
7	11	5

Ou, ainda, em qualquer linha ou coluna.

Ao aplicar este problema em sala de aula, você pode pedir que os alunos formulem outros do mesmo tipo.

16) **Estimando a soma**

Uma das noções importantes que precisamos desenvolver nas crianças é a de *estimativa*. Estimar os resultados das operações antes de efetuá-las, estimar comprimentos, áreas etc. antes de efetuar as medidas são atividades que colaboram com o desenvolvimento dessa importante noção.

Solução:

a) A criança pode estimar assim:

$$\begin{cases} 15 = 10 + 5 \\ 29 = 20 + 9 \end{cases}$$

$$\text{Logo: } \begin{cases} 10 + 20 = 30 \\ 5 + 9 = 14 \end{cases} \quad \text{e} \quad 30 + 14 = 44$$

Então: 44 é a soma de 15 + 29.

b) Da mesma maneira, ela pode fazer:

$$\begin{cases} 15 = 10 + 5 \\ 39 = 30 + 9 \end{cases}$$

Assim:

$$\begin{cases} 10 + 30 = 40 \\ 5 + 9 = 14 \end{cases} \quad \text{e} \quad 40 + 14 = 54$$

Logo:

a) boneca e bola:

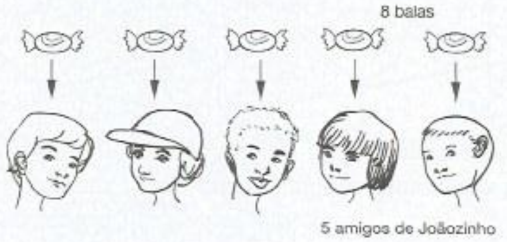
$$15 + 29 = 15 + \underbrace{30 - 1}_{29} = 45 - 1 = 44$$

b) boneca e carrinho:

$$15 + 39 = 15 + \underbrace{40 - 1}_{39} = 55 - 1 = 54$$

17) **O sabidinho**

Este problema exige apenas raciocínio lógico para a sua solução. O mesmo raciocínio utilizado aqui será também aplicado nos problemas 31 e 103. É importante esclarecer que a expressão "pelo menos 2" significa 2 ou mais, isto é, 2, 3, 4 etc. O diagrama abaixo ajudará a compreender qual é o raciocínio a ser utilizado:



Se Joãozinho desse 1 bala para cada amiguinho, ainda restariam 3 balas.

Ao distribuir essas 3 balas restantes entre seus amiguinhos, *é certeza* que um deles receberá *pelo menos* 2 balas.

Há outras possibilidades que satisfazem a condição do problema. Por exemplo, se ele desse 4 balas para um deles e 1 bala para cada um dos 4 restantes, também estaria satisfeita a exigência de que "um deles receba pelo menos 2 balas".

Quais são as outras possibilidades?

Você concorda que, se ele tivesse 11 balas para distribuir entre 5 amiguinhos, um deles receberia pelo menos 3 balas? Explique por quê.

18) **O presente de Natal**

As dicas dadas farão com que Pedrinho, por eliminação, selecione a caixa grande embrulhada com papel listradinho e que tem um laço grande. É, então, a primeira caixa da esquerda.

19) **Adivinhando números**

Este problema explora o fato de um número satisfazer, ao mesmo tempo, duas condições afirmativas, uma afirmativa e outra negativa ou duas negativas. É um bom exercício de lógica.

Respostas:

a) 5	c) 0	e) 2	g) 8
b) 9	d) 3	f) 5	h) 6

20) **Uma tarde no parque**

Em geral, a criança se envolve muito com problemas de competição que façam parte da sua vivência. Este é um problema que tem exatamente essas características.

O item *derruba-latas* explora a observação, a contagem e as operações de adição e subtração.

Respostas:

a) 10 b) 2 c) 4 d) 3 e) 1 f) 3

O item *tiro ao alvo* explora a observação, a comparação e as operações de adição e subtração.

Respostas:

a) 5

b) 88 (55 + 22 + 11 = 88)

c) 88 (44 + 33 + 11 = 88)

d) Ambos fizeram o mesmo número de pontos.

O item *jogo de argolas* explora as noções de meia dúzia e metade, a comparação de quantidades e as operações de adição e divisão.

Solução:

1 dúzia = 12 unidades

metade de 12 = 12 ÷ 2 = 6

Respostas:

a) 6
b) 3
c) 15 (7 + 2 + 6 = 15)
d) 12 (1 + 8 + 3 = 12)
e) Felipe. Ele fez 3 pontos a mais que Serginho (15 = 12 + 3).

O item *jogo das bolinhas* explora as noções de meia dúzia, de adição, de multiplicação, de divisão, de comparação e de máximo e mínimo de acordo com um determinado contexto.

Solução:

1 dúzia = 12 unidades

meia dúzia = metade de 1 dúzia = metade de 12 = 6

Respostas:

a) 6
b) 22 (1 + 2 + 8 + 5 + 6 = 22)
c) 24 (1 + 3 + 4 + 10 + 6 = 24)
d) Serginho. Ele fez 2 pontos a mais que Felipe (24 = 22 + 2).
e) O número máximo de pontos que é possível fazer é 36. Isso ocorre quando se acertam as 6 bolinhas na casinha do 6, ou seja, 6 × 6 = 36.
f) O número mínimo de pontos que é possível fazer é 6. Isso ocorre quando se acertam as 6 bolinhas na casinha do 1, ou seja, 6 × 1 = 6.

21) **Quem é o "craque" em problemas?** (jogo para três crianças)

Este é um jogo interessante: as crianças vão resolvendo os problemas e assinalando com um **X** a resposta que já se encontra no quadro. O vencedor será aquele que conseguir primeiro:

30	$\cancel{19}$	75
21	$\cancel{29}$	176
37	$\cancel{18}$	22

ou

30	19	75
21	29	176
$\cancel{37}$	$\cancel{18}$	$\cancel{22}$

ou em qualquer outra linha ou coluna.

Solução:

a) Tinha: 15
Ganhou: 22

Juntando: $15 + 22 = 37$

Resposta: Sandro ficou com 37 figurinhas.

b) 1 dúzia = 12 unidades

2 dúzias = $2 \times 12 = 24$ unidades

meia dúzia = 6 unidades

2 dúzias e meia = $24 + 6 = 30$ unidades

Resposta: Ele comprou 30 laranjas.

c) O mês de fevereiro de 2009 tem 28 dias ao todo. Precisamos tirar os 4 sábados, os 4 domingos e o dia 24 (terça-feira de Carnaval), ou seja:

$4 + 4 + 1 = 9$

Assim, o número de dias úteis é 19, pois:

$28 - 9 = 19$

Resposta: Foram 19 os dias úteis do mês de fevereiro de 2009.

d)
$$\begin{array}{rcc} & \boxed{5} & 2 \\ + & 2 & 3 \\ \hline & \boxed{7} & \boxed{5} \end{array}$$

Resposta: O resultado da adição é 75.

e) Como há 9 velinhas no bolo, Felipe está completando 9 anos. Daqui a 12 anos ele terá:

$12 + 9 = 21$ anos

Resposta: Felipe terá 21 anos daqui a 12 anos.

f) Como na classe de Serginho há 6 fileiras e em cada fileira há 5 carteiras, temos:

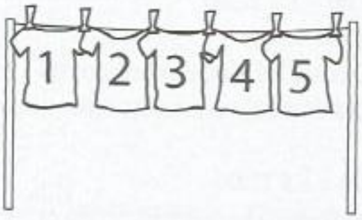
$6 \times 5 = 30$ carteiras

Como 1 carteira está sempre vazia, então:

$30 - 1 = 29$ alunos na classe

Resposta: Há 29 alunos na classe de Serginho.

g) Para prender 5 camisas foram usados 6 prendedores:



Para prender:

1 camisa $\longrightarrow$ 2 prendedores

2 camisas $\longrightarrow$ 3 prendedores

3 camisas $\longrightarrow$ 4 prendedores

4 camisas ⟶ 5 prendedores
5 camisas ⟶ 6 prendedores
6 camisas ⟶ 7 prendedores
e assim sucessivamente.
Então, para prender 17 camisas precisaremos de 18 prendedores.
Observe que, reduzindo a casos mais simples, descobrimos como se comportava a sequência e pudemos obter o próximo item.
Resposta: Serão necessários 18 prendedores.

h) 4 notas de R$ 10,00 = R$ 40,00
5 moedas de R$ 1,00 = + R$ 5,00
Total: R$ 45,00
Gastou: R$ 23,00
R$ 45,00
– R$ 23,00
R$ 22,00
Resposta: Annelise ficou com R$ 22,00.

i) Primeiro cartão: 1
Terceiro cartão: 6
Segundo cartão: 7
Resposta: O número formado é 176.

22) **Compra na papelaria**
Caderno: R$ 20,00
Estojo: R$ 8,00
Pedrinho: R$ 40,00

a) Sim.
b) R$ 20,00 + R$ 8,00 = R$ 28,00
Ele pagará R$ 28,00 pelos dois objetos.
c) Sim.
R$ 40,00 – R$ 28,00 = R$ 12,00
Sobrarão R$ 12,00 de troco.
d) Sim, pois o estojo custa R$ 8,00 e sobraram R$ 12,00.
e) O caderno custa R$ 20,00 e o estojo, R$ 8,00. Então, a diferença de preços entre eles é:
R$ 20,00 – R$ 8,00 = R$ 12,00
A diferença entre o preço do caderno e o do estojo é de R$ 12,00.

23) **Garrafas e caixas**
Esta é uma forma simplificada de apresentar um problema. Colocam-se apenas as informações essenciais, com poucas palavras.

Solução:

1 caixa = 12 garrafas

3 caixas = 3 × 12 = 36 garrafas ou $\underbrace{12 + 12 + 12}_{\text{3 vezes}} = 36$

Resposta: Ao todo há 36 garrafas.

24) **"Números vizinhos"**

"Números vizinhos" são números consecutivos. Por exemplo: 3 e 4, 7 e 8, 10 e 11 etc.

Solução:

2 dúzias: 24; 1 a mais que 2 dúzias: 1 + 24 = 25

Então, procuramos dois números consecutivos cuja soma seja 25.

Uma maneira de encontrar esses números é por tentativa e erro organizados. Nesse caso, é fácil perceber quais são esses números:

10 + 11 = 21

11 + 12 = 23

$\boxed{12 + 13 = 25}$

13 + 14 = 27

Resposta: São os números 12 e 13.

Outra maneira de resolver esse problema seria raciocinar da seguinte maneira: como os números são consecutivos, um deles tem 1 unidade a mais do que o outro. Então, cairíamos no problema conhecido: "A soma de dois números é 25 e um deles tem 1 unidade a mais que o outro. Quais são esses números?" As várias maneiras para solucionar este problema estão nas páginas 29 a 34. Resolva-o pelo menos por duas maneiras diferentes.

25) **Jogos escolares**

Como temos 96 crianças, colocadas em filas de 8 crianças cada uma, a pergunta que se coloca é a seguinte: Quantas filas existem, ou seja, quantos 8 cabem em 96? Esta é uma das ideias da divisão:

$$\begin{array}{rl} 96 & \underline{|\,8\quad} \\ -\underline{8\;\,} & \;12 \\ 16 & \\ -\underline{16} & \\ 0 & \end{array}$$

Cabem 12 vezes o 8 em 96. Assim, existem 12 filas com 8 crianças em cada uma.

26) **A família e suas idades**

Este é um problema interessante, que cada aluno poderá elaborar com os membros da sua família.

Respostas:

a) 10 anos

b) 16 anos

c) 43 anos

d) Luiz: 43 anos

Felipe: 12 anos

$$\begin{array}{r} 43 \\ -12 \\ \hline 31 \end{array}$$

Luiz é 31 anos mais velho do que Felipe.

e) Noemi: 33 anos

Annelise : 16 anos

$$\begin{array}{r} 33 \\ -16 \\ \hline 17 \end{array}$$

Noemi é 17 anos mais velha do que Annelise.

f) As duas únicas pessoas que, juntas, têm 45 anos são Noemi (33) e Felipe (12), pois 33 + 12 = 45.

g) Observe que Noemi (33) e Ricardo (10) são duas pessoas cujas idades somadas resultam 43 (33 + 10 = 43), a idade de Luiz. Não há outras 3 pessoas nessa lista, tais que a idade de uma delas seja a soma das idades das outras duas.

27) **Adivinhando números**

Os alunos gostam desse tipo de formulação de problema. Eles o encaram como um desafio e procuram, a todo custo, resolvê-lo.

Solução:

$$\begin{array}{lcr} \text{1 dúzia} & = & \text{12 unidades} \\ \text{meia dúzia} & = & + \text{ 6 unidades} \\ \hline & & \text{18 unidades} \end{array}$$

Então:

1 dúzia e meia = 18 unidades

Como a metade de um número é 18, o número vale:

18 × 2 = 36

Resposta: O número procurado é 36.

28) **Alunos em fileiras**

Este problema explora a ideia de *distribuir igualmente* 36 alunos em 4 fileiras, que é representada pela operação de divisão.

Solução:

36 ÷ 4 = 9

Resposta: Ficaram 9 alunos em cada fileira.

29) **O álbum de figurinhas**

Álbum: 40 páginas

Cada página: 9 figurinhas

a) Se em 1 página cabem 9 figurinhas, em 40 páginas caberão:
$9 \times 40 = 360$ figurinhas

b) Se cabem 360 figurinhas no álbum e já temos coladas 158, a quantidade que falta para completá-lo é dada pela subtração:
$360 - 158 = 202$
Resposta: No álbum de Dudu cabem 360 figurinhas e ainda faltam 202 figurinhas para completá-lo.

30) **Inventando problemas**

Este é um problema desafiador e aberto para o qual os alunos inventarão várias histórias, vários enunciados.

Sugestões:

a) Eu tinha 24 bolinhas. Ganhei 8. Com quantas fiquei?

b) Mamãe comprou 2 dúzias de bananas e 8 abacates. Quantas frutas mamãe comprou?

c) Meu irmão tem 2 anos e 8 meses. Quantos meses tem meu irmão?

31) **O sabido**

A solução é semelhante à do problema 17.

Solução:

2 dúzias = 24 lápis

Temos de distribuí-los entre 5 pessoas.

Note que a expressão *pelo menos* 5 significa 5, 6, 7 etc. E a única certeza que Pedrinho tem é que um de seus colegas receberá pelo menos 5 lápis. Observe algumas possibilidades que satisfazem essa condição:

- Pedrinho dá os 24 lápis a um dos colegas e nenhum aos demais. O que recebeu 24 recebeu *pelo menos* 5.
- Pedrinho dá 23 lápis a um dos colegas, 1 lápis a um outro e nenhum aos outros 3. O que recebeu 23 recebeu *pelo menos* 5.
- Pedrinho distribui igualmente os 24 lápis entre os 5 colegas, dando 4 para cada um, e restam 4. Se ele der esses 4 para um dos colegas, este ficará com 8 e os demais com 4. O que recebeu 8 recebeu *pelo menos* 5.
- Se, desses 4 que restaram, ele der um para cada um, deixando de dar apenas para o quinto, teremos 4 colegas com 5 lápis e um com 4 lápis, e também está satisfeita a condição segundo a qual um deles receberá *pelo menos* 5 lápis:

$$\begin{array}{rl} 24 & \underline{|\,5\quad} \\ -\underline{20} & \ 4 \\ 4 & \end{array}$$

Assim, a afirmação de Pedrinho está correta.

Agora, é a sua vez de resolver: Se na sua classe há 40 alunos, podemos garantir que *pelo menos* 4 fazem aniversário num mesmo mês. Explique por quê. (Lembre-se de que 1 ano tem 12 meses.)

32) **Pagando a conta**

Inicialmente os alunos chutam algumas possibilidades, mas, depois, é o caso de se fazer uma tabela organizada de possibilidades, do mesmo modo como foi feita a da p. 42:

Notas de R$ 100,00	Notas de R$ 50,00	Notas de R$ 10,00	Notas de R$ 5,00
1	1		1
1	—	5	1
1	—	4	3
1	—	3	5
1	—	2	7
1	—	1	9
1	—	—	11
—	3	—	1
—	2	5	1
—	2	4	3
—	2	3	5
—	2	2	7
—	2	1	9
—	2	—	11
—	1	10	1
—	1	9	3
—	1	8	5
—	1	7	7
—	1	6	9
—	1	5	11
—	1	4	13
—	1	3	15
—	1	2	17
—	1	1	19
—	1	—	21
—	—	15	1

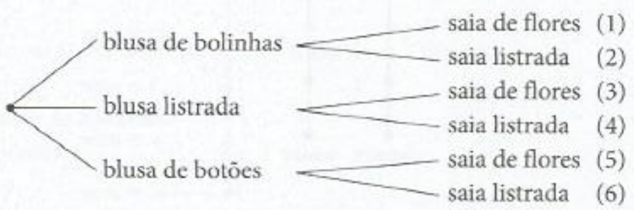
Notas de R$ 100,00	Notas de R$ 50,00	Notas de R$ 10,00	Notas de R$ 5,00
—	—	14	3
—	—	13	5
—	—	12	7
—	—	11	9
—	—	10	11
—	—	9	13
—	—	8	15
—	—	7	17
—	—	6	19
—	—	5	21
—	—	4	23
—	—	3	25
—	—	2	27
—	—	1	29
—	—	—	31

Há apenas 3 possibilidades de se pagar R$ 155,00 com 12 notas entre as de R$ 5,00, R$ 10,00, R$ 50,00 e R$ 100,00. São elas:

- 1 nota de R$ 100,00 e 11 notas de R$ 5,00;
- 2 notas de R$ 50,00, 1 nota de R$ 10,00 e 9 notas de R$ 5,00;
- 1 nota de R$ 50,00, 10 notas de R$ 10,00 e 1 nota de R$ 5,00.

33) **Vestindo a boneca**

Este é um problema que envolve raciocínio combinatório. Precisamos combinar 3 blusas com 2 saias de todas as maneiras possíveis. Isso pode ser feito por tentativa e erro, ou podemos organizar uma *árvore de possibilidades*. Observe:



Há um total de 6 possibilidades, que são:

- blusa de bolinhas com saia de flores;
- blusa de bolinhas com saia listrada;
- blusa listrada com saia de flores;

- blusa listrada com saia listrada;
- blusa de botões com saia de flores;
- blusa de botões com saia listrada.

Poderíamos também pensar assim: Como há 3 possibilidades para as blusas e 2 possibilidades para as saias, o total de possibilidades é 6, pois $2 \times 3 = 6$.

A vantagem da árvore é que, além de dar o número de possibilidades, ela fornece também quais são efetivamente essas possibilidades.

34) **Estatística escolar**

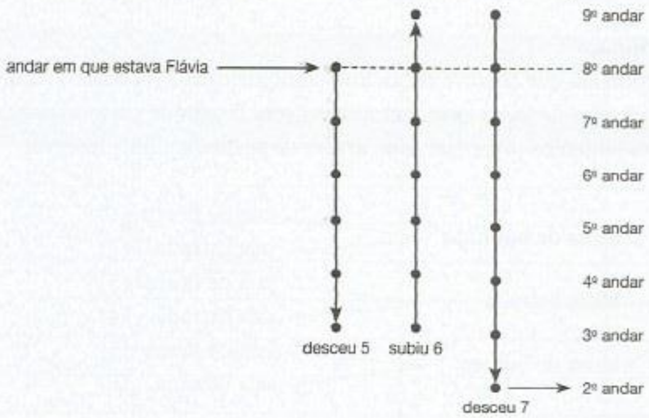
Este problema é interessante para incentivar as crianças a coletar e organizar dados do seu interesse, do interesse da escola etc. É o começo para se introduzir as primeiras noções de estatística no ensino fundamental.

Respostas:

a) 250 ($140 + 110 = 250$)
b) 265 ($140 + 125 = 265$)
c) 230 ($120 + 110 = 230$)
d) 235 ($110 + 125 = 235$)
e) No 2º e no 5º ano, cada um com 140.
f) No 4º e no 5º ano, cada um com 125.
g) No 3º e no 4º ano temos 235 crianças.

35) **Flávia no elevador**

Usaremos um diagrama para compreender bem a situação:



Sabendo a posição do 2º andar, é fácil ver que Flávia estava, inicialmente, no 8º andar.

Uma outra maneira é representar o descer por –, o subir por + e utilizar a estratégia do caminho inverso (ver p. 61):

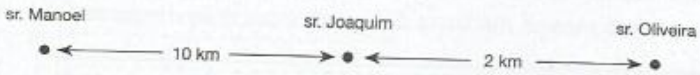
(número do andar) − 5 + 6 − 7 = 2
(número do andar) − 5 + 6 = 2 + 7 = 9
(número do andar) − 5 = 9 − 6 = 3
(número do andar) = 3 + 5 = 8
Logo, Flávia estava no 8º andar.

36) **As casas dos sitiantes**

ou

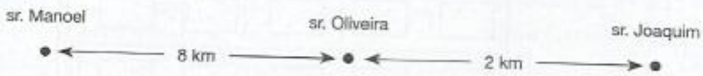
Este problema é interessante porque apresenta duas possibilidades de resposta.

1ª solução:



Nesse caso, o sr. Manoel mora a 12 km do sr. Oliveira.

2ª solução:



Nesse caso, o sr. Manoel mora a 8 km do sr. Oliveira.

37) **A classe de Ricardo**

Respostas:

a) 34

b) Para fazer uma apresentação.

c) 5

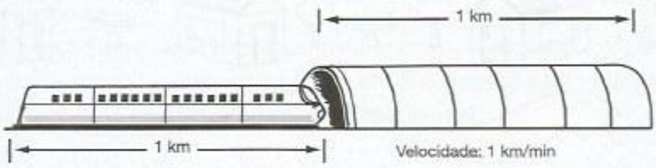
d)
```
  34 |5
 -30  6
   4 (resto)
```

Foram formadas 6 equipes com 5 alunos e 1 equipe com 4 alunos. Então, o total de equipes formadas foi 7.

e) Sim, houve uma equipe com 4 alunos, pois 34 dividido por 5 não é uma divisão exata.

38) **O trem-bala**

A criança é levada a responder rapidamente que é 1 minuto. Mas não é. Observe a figura abaixo:

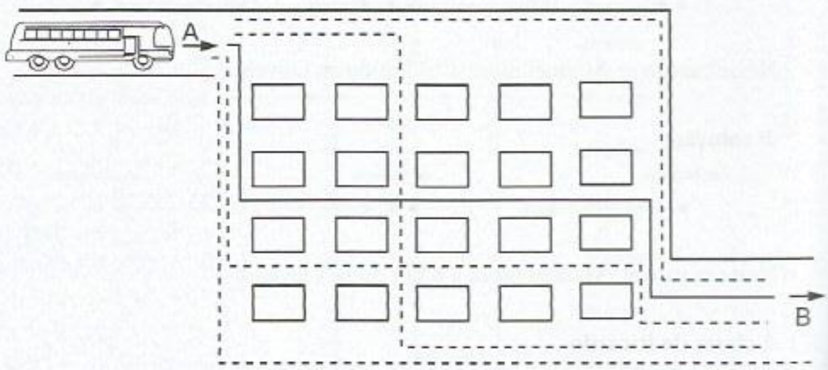


A locomotiva está na boca do túnel. Depois de 1 minuto o trem estará totalmente dentro do túnel. E para que ele saia por inteiro do túnel é preciso mais 1 minuto.
Resposta: O trem demora 2 minutos para atravessar o túnel.

39) **A rota do ônibus**

a) Traçamos algumas rotas diretas na figura abaixo (linhas tracejadas).

b) A melhor rota para todos os moradores é a rota indicada por uma linha cheia. Ela passa à mesma distância dos quarteirões mais distantes dela.



40) **Os selos de Felipe**

Este problema explora também a interpretação de texto pela criança. Algumas perguntas têm por objetivo ver se houve entendimento do texto.

Respostas:

a) Ele coleciona selos.

b) Não. Ele contou os selos que estavam soltos.

c) Num envelope.
d) Do Brasil, da Argentina, do Uruguai, do México, do Japão e da Itália.
e) Não.
f) Do Brasil.
g) Total de selos = 58. Logo, 58 – 50 = 8 selos italianos.
h) Total de selos não italianos: 14 + 13 + 10 + 7 + 6 = 50
Em cada cartela cabem 9 selos. Então:

$$\begin{array}{r|l} 50 & 9 \\ \cline{2-2} -\underline{45} & 5 \\ 5 & \end{array}$$

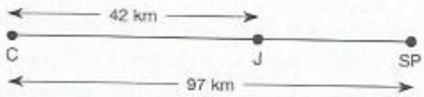
Felipe precisará de 5 cartelas e sobrarão exatamente 5 selos.
Tudo isso sem contar os selos italianos.

41) **Distâncias entre cidades**

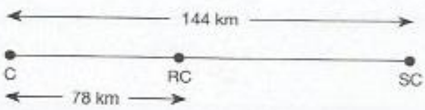
Problemas que envolvem distâncias entre cidades geralmente despertam a curiosidade da criança. Além disso, informações úteis podem ser passadas às crianças por meio deles.

Respostas:

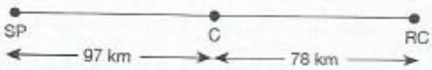
a) Se de Campinas a Jundiaí temos 42 km e de Campinas a São Paulo 97 km, então de Jundiaí a São Paulo temos:



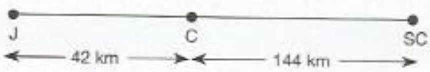
97 – 42 = 55 km
A distância de Jundiaí a São Paulo é de 55 km.

b) 

144 – 78 = 66 km
A distância de Rio Claro a São Carlos é de 66 km.

c) 

97 + 78 = 175 km
A distância de Rio Claro a São Paulo é de 175 km.

d) 

42 + 144 = 186 km
A distância de São Carlos a Jundiaí é de 186 km.

e) Rio Claro está a 78 km de Campinas e São Paulo a 97 km. Portanto, Rio Claro está mais próximo de Campinas do que São Paulo.

42) **Em busca do tesouro perdido**

Problemas desse tipo, que incluem mapas de tesouro, charadas, mistérios etc, envolvem muito as crianças. Perceba como elas se sentem bastante motivadas a resolvê-los.

Solução:

- 1 jogada máxima: 6.
- Liga com 4 jogadas mínimas: $4 \times 1 = 4$. Então, ligamos o 6 com o 4.
- 5 jogadas médias: $5 \times 3 = 15$. Ligamos o 4 com o 15.
- Soma de tudo: $6 + 4 + 15 = 25$. Ligamos o 15 com o 25.

Um a menos da soma de tudo: $25 - 1 = 24$. Ligamos o 25 com o 24.

Aí está o tesouro — debaixo da árvore, no número 24. E o caminho para chegar até ele já ficou traçado.

43) **Interpretando gráficos**

Uma boa e simples iniciação à estatística é fazer com que as crianças coletem dados, organizem-nos em tabelas e gráficos e os interpretem. Problemas simples como este podem ajudar nessa iniciação.

Respostas:

a) 8
b) 4
c) futebol
d) vôlei
e) 6
f) $8 + 6 + 4 = 18$
g) Somamos o número de adeptos de cada um dos esportes e subtraímos essa soma de 32:
$8 + 6 + 4 + 7 + 5 = 30$
$32 - 30 = 2$
Portanto, 2 alunos não gostam de nenhum desses esportes.

44) **O índice do livro**

Respostas:

a) 7
b) 32
c) Subtração de naturais.
d) O 2º capítulo começa na p. 17 e termina na p. 31. Logo:
$31 - 16 = 15$ páginas.
e) Na p. 63.
f) Capítulo 1: $17 - 1 = 16$ páginas
Capítulo 2: $32 - 17 = 15$ páginas

Capítulo 3: 49 – 32 = 17 páginas
Capítulo 4: 64 – 49 = 15 páginas
Capítulo 5: 79 – 64 = 15 páginas
Capítulo 6: 88 – 79 = 9 páginas
Capítulo 7: não sabemos
O capítulo mais longo é o 3º. Ele tem 17 páginas.

g) 88 + 19 = 107
A última página do livro será a de número 108.

h) O capítulo mais curto do livro é o 6º. Ele tem apenas 9 páginas.

i) **Sugestões:**
- Quantas páginas têm juntos os capítulos pares?

Solução:
Capítulo 2: 15
Capítulo 4: 15
Capítulo 6: + 9
39

Eles têm juntos 39 páginas.
- Quais capítulos começam numa página ímpar?

Resposta: Os capítulos 1, 2, 4 e 6.

45) **Contando dinheiro**

Atualmente temos notas de R$ 2,00, R$ 5,00, R$ 10,00, R$ 20,00, R$ 50,00 e R$ 100,00. O importante aqui é saber que precisamos fazer uma tabela de possibilidades. Pelo enunciado do problema, já sabemos que a menina tem 7 notas, totalizando R$ 20,00, então não precisamos levar em conta as notas de R$ 100,00, de R$ 50,00 e de R$ 20,00. Desse modo, trabalharemos apenas com as de R$ 2,00, R$ 5,00 e R$ 10,00:

Notas de R$ 10,00	Notas de R$ 5,00	Notas de R$ 2,00
2	0	0
1	2	0
1	0	5
0	4	0
0	2	5
0	0	10

As notas que ela tem na carteira são 2 de R$ 5,00 e 5 de R$ 2,00, totalizando 7 notas de R$ 20,00.

46) **Quem é o vencedor?**

Este é outro problema que envolve raciocínio lógico. Por exclusão, chegamos ao menino que ganhou a corrida. O item **a** exclui os dois meninos de camisa branca; o **b**, o menino mais alto; o **c**, o menino de calça branca; e o **d**, o menino de camisa de manga comprida.

Então, o vencedor é o 2º menino da direita para a esquerda: camisa listrada de manga curta e calça preta.

47) **O caminho da escola**

Problemas envolvendo atividades que a criança faz diariamente despertam o seu interesse em resolvê-los. Este é um exemplo.

Solução:

Annelise anda 600 m para ir e 600 m para voltar. Então, ela anda:

$2 \times 600 = 1\,200$ m por dia

Como a semana escolar é de 5 dias (e não 7), temos:

$5 \times 1\,200 = 6\,000$ m ou 6 km

Resposta: Numa semana, Annelise anda 6 000 m ou 6 km.

48) **Adivinhe se puder**

A tabuada do 6 vai até $6 \times 10 = 60$. Se continuarmos, teremos:

$6 \times 11 = 66$

$\boxed{6 \times 12 = 72}$

$6 \times 13 = 78$

O maior número que se pode multiplicar por 6 para obter um produto menor que 75 é o 12.

49) **As idades**

Problemas como este podem ser formulados não apenas nas aulas de matemática, mas também nas de história, português, ciências, entre outras. Sempre que se citar um fato, uma personalidade ou uma data importante é oportuno elaborar este tipo de problema.

Solução:

a) $$\begin{array}{r} 2007 \\ -\,1500 \\ \hline 0507 \end{array}$$

Em 2007 o descobrimento do Brasil completou 507 anos.

b) $$\begin{array}{r} 1792 \\ -\,1746 \\ \hline 0046 \end{array}$$

Tiradentes viveu apenas 46 anos.

c) Ele teria 2007 anos.

d) $$\begin{array}{r} 2009 \\ -1839 \\ \hline 0170 \end{array}$$

Ele teria 170 anos em 2009.

Observe que não utilizamos o ano em que morreu Machado de Assis.

e) $$\begin{array}{r} 1980 \\ -\ 67 \\ \hline 1913 \end{array}$$

Vinicius de Moraes nasceu em 1913.

f) $$\begin{array}{r} 1879 \\ +\ 76 \\ \hline 1955 \end{array}$$

Einstein morreu em 1955.

g) $$\begin{array}{r} 2008 \\ -1876 \\ \hline 0132 \end{array}$$

O telefone completou 132 anos em 2008.

h) Aline tinha 9 anos em 1989. Então, ela nasceu em 1980. No ano 2000 ela tinha:

2000 – 1980 = 20 anos

i) Felipe nasceu ⟶ seu pai tinha 31 anos.

Felipe tem 13 anos ⟶ seu pai tem 31 + 13 = 44 anos.

50) **A coleção de cédulas**

Em geral, as crianças gostam muito de fazer coleções (de chaveiros, figurinhas, selos etc.). Este é um bom assunto para ser explorado nos problemas.

Solução:

- Notas brasileiras: 46
- Notas estrangeiras: 28
- Mais 13 notas brasileiras

Respostas:

a) 46 + 28 = 74

Ele tinha 74 notas.

b) Seu pai lhe deu 13 notas.

c) 74 + 13 = 87

Ele ficou com 87 notas.

d) 46 + 13 = 59

Ele ficou com 59 notas brasileiras.

e) Ele ficou com as mesmas 28 notas estrangeiras.

51) **O vendedor de lanches**

Colocar dados em forma de tabelas é uma maneira simplificada de dar muitas informações. É interessante habituar as crianças a fazerem tabelas e as interpretarem, buscando a informação solicitada. É o caso deste problema.

Respostas:

a) $315 + 376 + 298 = 989$

Foram vendidos 989 cachorros-quentes.

b) $468 + 616 + 314 = 1\,398$

Foram vendidos 1 398 hambúrgueres.

c) $285 + 416 + 311 = 1\,012$

Foram vendidos 1 012 refrigerantes.

d) $989 + 1\,398 = 2\,387$

Eles venderam 2 387 cachorros-quentes e hambúrgueres.

e) $\begin{cases} \text{Dezembro: } 315 + 468 + 285 = 1\,068 \\ \text{Janeiro: } 376 + 616 + 416 = 1\,408 \\ \text{Fevereiro: } 298 + 314 + 311 = 923 \end{cases}$

A venda total foi menor no mês de fevereiro.

f) A venda de refrigerantes foi maior no mês de janeiro.

Observação: Muitas outras perguntas ou problemas poderiam ser elaborados com base na tabela deste problema.

52) **A excursão ao horto florestal**

As excursões didáticas constituem bons motivos para elaborar problemas a respeito. Nesta excursão, por exemplo, as crianças coletaram vários tipos de folha, cujas quantidades foram colocadas num gráfico. Assim, basta observá-lo para responder às perguntas. Neste problema explorou-se também a interpretação do texto.

Respostas:

a) Para o horto florestal.

b) Os alunos coletaram folhas para fazer uma classificação.

c) Número de crianças na excursão:

$5 + 10 + 8 + 2 = 25$

Foram 25 crianças à excursão.

Observação: A informação *nenhuma criança deixou de pegar folhas* foi importante para afirmarmos que o número de crianças na excursão foi de 25. Ou seja, nenhuma criança ficou de fora nessa soma.

d) Total de folhas coletadas:

$20 + 32 + 10 + 5 = 67$

e) Folhas largas e curtas: 32.

f) Folhas em forma de estrela: 5.

g) Foram coletadas mais folhas largas e curtas (32) do que arredondadas (10).
Observação: Outras perguntas poderiam ser feitas sobre esse gráfico.

53) **A fila da roda-gigante**

A cada 5 minutos sobe um grupo de 25 pessoas.
Há 52 pessoas.
5 minutos ——— 25 pessoas
10 minutos ——— 50 pessoas
Ficará na fila 10 minutos, pois na próxima vez irão as 2 pessoas restantes, Taís e as 22 pessoas que estiverem atrás dela.

54) **Completando e interpretando histórias**

É muito importante para o desenvolvimento de sua criatividade que a criança invente histórias, complete histórias iniciadas, faça desenhos ilustrativos de histórias etc. Este problema é uma tímida tentativa nessa direção. Uma história com números, valores etc.

Solução:

Um possível complemento desta história seria:
Um dia Claudinha comprou 2 doces e 3 balas. Pagou com 2 moedas de R$ 1,00 e recebeu de troco R$ 0,40. Resolveu, então, comprar mais 2 balas.

Respostas:

a) Vão à padaria.
b) A prateleira de doces e balas.
c) Custa R$ 0,50.
d) Custa R$ 0,20.
e) Duas moedas de R$ 1,00, ou seja, R$ 2,00.
f) Algumas compras possíveis:
   - 4 doces;
   - 3 doces e 2 balas;
   - 2 doces e 5 balas;
   - 1 doce e 7 balas;
   - 10 balas.
g) Uma possível pergunta seria:
   Se Claudinha comprar 1 doce e 7 balas, qual será o seu troco?
   1 doce: R$ 0,50
   1 bala: R$ 0,20
   7 balas: 7 × R$ 0,20 = R$ 1,40
   1 doce e 7 balas: R$ 0,50 + R$ 1,40 = R$ 1,90
   Troco: R$ 2,00 – R$ 1,90 = R$ 0,10
   Claudinha receberá R$ 0,10 de troco.

55) **A compra de Sandro e Ricardo**

Este também é um problema para a criança completar a história.

Respostas:

a) Sandro: R$ 58,00

Ricardo: + R$ 62,00

Total: R$ 120,00

A mesa de pingue-pongue custa R$ 92,00.

Sim, o dinheiro que eles têm juntos (R$ 120,00) é suficiente, pois a mesa custa R$ 92,00.

b) R$ 120,00

− R$ 92,00

R$ 28,00

Receberão R$ 28,00 de troco.

c) Não, pois cada um deu uma quantia diferente.

d) R$ 92,00 | 2

12 R$ 46,00

0 00

Cada um dará R$ 46,00.

e) Sandro: R$ 58,00

− R$ 46,00

R$ 12,00

Ricardo: R$ 62,00

− R$ 46,00

R$ 16,00

O troco de Sandro é de R$ 12,00 e o de Ricardo, de R$ 16,00.

56) **Pagando aulas de violão**

Esse mês tem 4 semanas e ainda uma segunda-feira. Porém, dia 2 foi feriado. Ricardo foi à aula 3 vezes por semana (2ª, 4ª e 6ª feira). Então:

$4 \times 3 = 12$ aulas

Como foram pagos R$ 90,00 pelas 12 aulas, 1 aula custou:

R$ 90,00 ÷ 12 = R$ 7,50

Cada aula custou R$ 7,50.

57) **Alugando casas**

Retirar anúncios de jornais ou revistas e formular problemas sobre eles torna as aulas de matemática bem próximas da realidade fora da escola.

Solução:

Aluguel: R$ 1 000,00

a) Em 6 meses, gastará:
$6 \times$ R\$ 1 000,00 = R\$ 6 000,00

b) Em 1 ano, ou seja, 12 meses, gastará:
$12 \times$ R\$ 1 000,00 = R\$ 12 000,00

58) **Estimando o valor da compra** (jogo para duas crianças)
Neste problema, as crianças devem arredondar os preços. Por exemplo, de R\$ 10,19 para R\$ 10,00 e de R\$ 7,99 para R\$ 8,00. O jogo é semelhante ao apresentado no problema número 15. O vencedor será aquele que conseguir um resultado do tipo:

13	25	~~14~~
29	11	~~26~~
15	18	~~31~~

ou

13	25	14
29	11	26
~~15~~	~~18~~	~~31~~

ou, ainda, em qualquer outra coluna ou linha.

59) **Livro aberto**

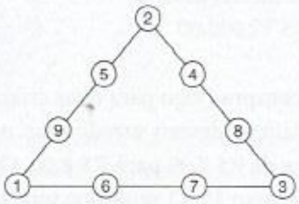
a) Para que a soma dos dois números das páginas seja 313, devemos procurar dois números consecutivos que apresentem essa soma. Por tentativa e erro, utilizando a calculadora, descobrimos esses dois números:
$152 + 153 = 305$
$153 + 154 = 307$
$154 + 155 = 309$
$155 + 156 = 311$
$\boxed{156 + 157 = 313}$
$157 + 158 = 314$
Os números das páginas são 156 e 157.

b) Também por tentativa e erro e utilizando novamente a calculadora, descobrimos dois números consecutivos cujo produto é 4 160:
$60 \times 61 = 3\,660$
$61 \times 62 = 3\,782$
$62 \times 63 = 3\,906$
$63 \times 64 = 4\,032$
$\boxed{64 \times 65 = 4\,160}$
$65 \times 66 = 4\,290$
Os números das páginas são 64 e 65.

Observação: Reveja a solução do problema 24.

60) **O triângulo mágico**

Uma possível solução é a seguinte:



Observação: Faça o mesmo triângulo mágico de modo que, agora, a soma em cada lado dê 20.

61) **Testando a sua paciência**

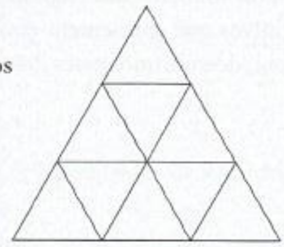
Este problema é semelhante àquele resolvido na página 60. Entretanto, a expressão geral que dá o número de triângulos é bem mais difícil de ser encontrada. Assim, resolveremos este problema apenas por contagem.

Temos:

- 1 triângulo grande;
- 9 triângulos pequenos;
- 3 triângulos médios.

Logo:

$1 + 9 + 3 = 13$ triângulos



Observações:

a) O erro que mais se comete é não contar os triângulos médios.

b) Fórmula geral do cálculo do número de triângulos:

O número total ($\mathbf{N_t}$) de triângulos formados a cada horizontal **n** construída é dado pela fórmula:

$$N_t = \frac{4n^3 + 10n^2 + 4n + (-1)^n - 1}{16}$$

No caso anterior, temos 3 horizontais, ou seja, n = 3. Se você tiver curiosidade, substitua **n** por 3 na fórmula acima e encontrará o valor 13.

A importância de se ter a fórmula geral é que, para **n** igual a 4, 5, 6 etc., é praticamente impossível ficar contando o número total de triângulos formados. Daí a importância da generalização em matemática.

62) **Contando dinheiro**

Aqui também é o caso de se fazer uma tabela organizada com todas as possibilidades:

Notas de R$ 50,00	Notas de R$ 10,00	Notas de R$ 5,00	Moedas de R$ 1,00
1	4	—	3
1	3	2	3
1	3	1	8
1	3	—	13
—	9	—	3
—	8	2	3
—	7	4	3
—	6	6	3
—	5	8	3
—	4	10	3
—	3	12	3
—	2	14	3
—	1	16	3
—	—	18	3
—	—	17	8
—	—	16	13
—	—	15	18

Não há necessidade de continuar a tabela, pois Pedrinho tem apenas 9 notas e moedas. Aliás, poderíamos interrompê-la bem antes.

Então, Pedrinho tem:

- 1 nota de R$ 50,00;
- 3 notas de R$ 10,00;
- 2 notas de R$ 5,00;
- 3 moedas de R$ 1,00.

Totalizando R$ 93,00.

63) **O quarteto no parque**

Este é um problema que as crianças enfrentam quando vão a um parque de diversões.

- Gastos de Felipe:

  2 × R$ 1,50 = R$ 3,00

  R$ 3,00 + R$ 1,00 + R$ 1,50 + R$ 1,00 + R$ 0,50 + R$ 0,60 = R$ 7,60

- Gastos de Serginho:
  $2 \times$ R\$ 1,50 = R\$ 3,00
  R\$ 3,00 + R\$ 1,00 + R\$ 1,50 + R\$ 1,00 + R\$ 0,50 + R\$ 0,60 = R\$ 7,60
- Gastos de Sandro:
  R\$ 7,60 (cálculo igual ao de Serginho)
- Gastos de Ricardo:
  $2 \times$ R\$ 1,00 = R\$ 2,00
  $2 \times$ R\$ 1,50 = R\$ 3,00
  R\$ 2,00 + R\$ 3,00 + R\$ 0,50 + R\$ 0,60 = R\$ 6,10

a) Despesa total:
   R\$ 7,60 + R\$ 7,60 + R\$ 7,60 + R\$ 6,10 = R\$ 28,90

b) Troco total:
   $4 \times$ R\$ 10,00 = R\$ 40,00
   R\$ 40,00 – R\$ 28,90 = R\$ 11,10
   Trouxeram de troco R\$ 11,10.

c) Ricardo; apenas R\$ 6,10.

d) O troco de Felipe, Serginho e Sandro foi de:
   R\$ 10,00 – R\$ 7,60 = R\$ 2,40
   O troco de Ricardo foi de:
   R\$ 10,00 – R\$ 6,10 = R\$ 3,90

64) **Frequência de alunos na classe**

Neste problema, a informação pela qual devemos iniciar a solução não é a que aparece em primeiro lugar, e isso, às vezes, confunde a criança.

Solução:

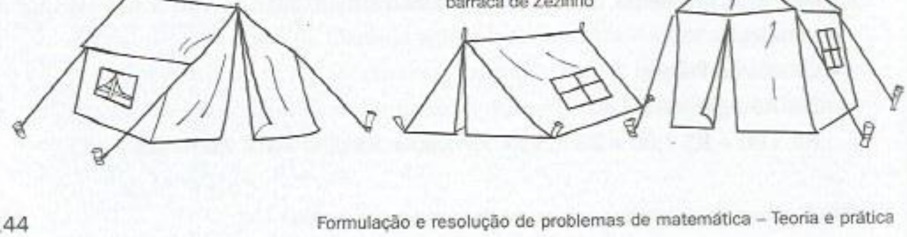
- Alunos: meninos e meninas.
- 6 meninos representam a terça parte: $3 \times 6 = 18$ meninos ao todo.

Se metade dos alunos são meninos e temos 18 meninos, então teremos 18 meninas. Logo, a classe toda terá 36 alunos.

Resposta: O número total de alunos (meninos e meninas) da classe é 36.

65) **Ajude os meninos a encontrar suas barracas**

Este é um outro problema de raciocínio lógico:



66) **Dinheiro fácil e rápido!**

A criança se entusiasma com coisas fantásticas como as deste problema. De vez em quando, é interessante colocar problemas desse tipo.

Respostas:

a) 2 × US$ 250 000 = US$ 500 000.

b) Para US$ 1 000 000 faltam ainda US$ 500 000. Para encontrar o número de sílabas que ainda faltam, efetuamos a seguinte divisão:
US$ 500 000 ÷ US$ 250 000 = 2,
pois o artista ganha US$ 250 000 por sílaba.
Portanto, para receber US$ 1 000 000 o artista precisaria pronunciar mais 2 sílabas.

c) Suponha que você tenha escolhido anunciar uma marca de chá gelado.

d) Como você ganhará por sílaba, precisará escolher duas palavras compridas. Uma sugestão é, após tomar um gole do chá, dizer: "Estupidamente refrescante".

e) Nessas duas palavras existem 10 sílabas.

f) 1 sílaba: R$ 25 000,00
10 sílabas: 10 × R$ 25 000,00 = R$ 250 000,00
Receberia R$ 250 000,00.

67) **Vamos multiplicar?**

$$\begin{array}{rcccc} & & & \boxed{9} & \boxed{1} \\ & \times & & \boxed{7} & \boxed{4} \\ \hline & & 3 & 6 & 4 \\ + & 6 & 3 & 7 & 0 \\ \hline & \underline{6} & \underline{7} & \underline{3} & \underline{4} \end{array}$$

68) **O auditório**

Solução:

- 23 filas com 25 assentos em cada fila: 23 × 25 = 575 assentos;
- mais 1 fila com 20 assentos: 575 + 20 = 595 assentos.

a) Se já foram vendidos 420 ingressos, ainda estão à venda:
595 – 420 = 175 ingressos
Resposta: Ainda estão à venda 175 ingressos.

b) Para saber o preço de um ingresso, precisamos dividir:
R$ 29 750 ÷ 595 = R$ 50,00
Resposta: O preço de cada ingresso é R$ 50,00.

69) **O semáforo**

Este é um outro problema com dados fantásticos. Não vamos considerar os anos bissextos.

Solução:

9 anos = 9 × 365 dias = 3 285 dias

$$\left.\begin{array}{l}\text{1 dia = 24 horas}\\ \text{1 hora = 60 minutos}\\ \text{1 minuto = 60 segundos}\end{array}\right\} \text{ 1 dia} = 24 \times 60 \times 60 = 86\,400 \text{ segundos}$$

Se em 1 dia temos 86 400 segundos, em 3 285 dias teremos:

86 400 × 3 285 = 283 824 000 segundos

Como o semáforo muda a cada 20 segundos, então:

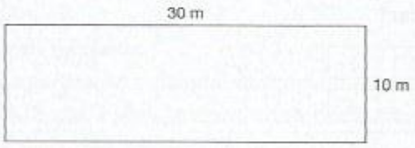
283 824 000 ÷ 20 = 14 191 200

Resposta: Em 9 anos, o semáforo da frente da casa de Rafael mudou 14 191 200 vezes.

70) **Cercando o terreno**

Este é um problema que envolve a ideia de perímetro do retângulo (soma das 4 dimensões), ou seja, a medida do seu contorno.

Solução:



a) O contorno do terreno mede:

10 m + 30 m + 10 m + 30 m = 80 m

Como as estacas serão colocadas de 2 em 2 metros, ele precisará de:

80 ÷ 2 = 40 estacas

Resposta: Serão necessárias 40 estacas.

b) Como o perímetro é de 80 m, usando 4 fios de arame, temos:

4 × 80 m = 320 m

Resposta: Serão necessários 320 m de arame.

71) **As pombas e o gavião**

Esta é uma maneira curiosa de propor um problema. É um jogo de palavras que os alunos gostam de desvendar e interpretar.

Solução:

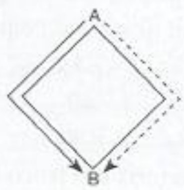
$$\underbrace{\text{(número de pombas)}}_{\text{"número que nós somos"}} + \underbrace{2 \times \text{(número de pombas)}}_{\text{"com mais 2 tantos de nós"}} + \underset{\text{gavião}}{1} = 100$$

Assim:
3 × (número de pombas) + 1 = 100
3 × (número de pombas) = 100 – 1 = 99
3 × (número de pombas) = 99
número de pombas = 99 ÷ 3
número de pombas = 33
Verificação:
33 + 2 × 33 + 1 = 33 + 66 + 1 = 100
Resposta: Estavam no pombal 33 pombas.

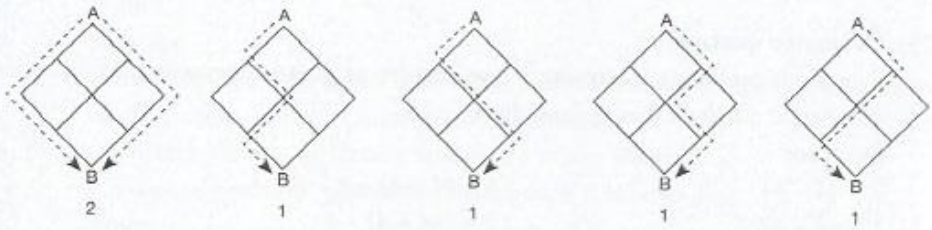
72) **Pesquisa de preços**
Em uma pesquisa de preços foram obtidos os seguintes valores:

Produto	Preço unitário	Quantidade	Total
Macarrão	R$ 2,50	3 pacotes	R$ 7,50
Leite	R$ 1,90	2 caixas	R$ 3,80
Arroz	R$ 2,30	4 kg	R$ 9,20
Feijão	R$ 3,00	2 kg	R$ 6,00
		Gasto total	R$ 26,50

73) **Procurando todos os caminhos possíveis**
Solução:
Se tivéssemos a figura ao lado, teríamos apenas os 2 caminhos indicados.

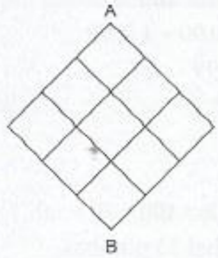


Na figura dada, temos as seguintes possibilidades:



num total de 6.
Portanto, existem 6 caminhos diferentes para ir de **A** a **B**, caminhando só para baixo.

E na figura abaixo, quantos caminhos teríamos?



74) **Ricardo na papelaria**

Solução:

3 cadernos de espiral grandes: 3 × R$ 10,00 = R$ 30,00

2 cadernos de espiral pequenos: 2 × R$ 6,50 = R$ 13,00

1 caderno quadriculado: 1 × R$ 5,50 = R$ 5,50

2 canetas esferográficas: 2 × R$ 0,80 = R$ 1,60

3 lápis: 3 × R$ 0,80 = R$ 2,40

1 borracha: 1 × R$ 2,50 = R$ 2,50

a) R$ 30,00 + R$ 13,00 + R$ 5,50 + R$ 1,60 + R$ 2,40 + R$ 2,50 = R$ 55,00

Resposta: Gastaram R$ 55,00.

b) R$ 60,00 – R$ 55,00 = R$ 5,00

Resposta: Receberam R$ 5,00 de troco.

Com R$ 10,00, Zezinho poderia fazer várias compras. Entre elas, citamos:

1 caderno de espiral pequeno: 1 × R$ 6,50

1 borracha: 1 × R$ 2,50

1 lápis: 1 × R$ 0,80

Gasto total: R$ 9,80.

Ele ainda teria um troco de R$ 0,20.

Escreva pelo menos mais duas possibilidades de compra.

75) **Os quatro quatros**

Este é um problema interessante que envolve as quatro operações. As crianças gostam de quebra-cabeças desse tipo.

Solução:

$0 = 44 - 44$

$1 = 44 \div 44$

$2 = (4 \div 4) + (4 \div 4)$

$3 = (4 + 4 + 4) \div 4$

$4 = 4 + (4 - 4) \div 4$

$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$

$6 = (4 + 4) \div 4 + 4$

$7 = (44 \div 4) - 4$

$8 = 4 + 4 + 4 - 4$

$9 = 4 + 4 + (4 \div 4)$

$10 = (44 - 4) \div 4$

76) **Diferença de preços**

Compra no interior: R$ 95,00 + R$ 160,00 = R$ 255,00
Compra na capital: R$ 70,00 + R$ 120,00 = R$ 190,00
Diferença de preços: R$ 255,00 – R$ 190,00 = R$ 65,00
Gastos para ir à capital: R$ 70,00
Se o motivo dessa viagem for apenas fazer essa compra, é mais vantajoso economicamente fazê-la no interior, embora os objetos sejam mais caros.

77) **A idade de Paulinho**

Ano normal: 365 dias
Ano bissexto: 366 dias
7 anos normais: $7 \times 365 = 2\,555$ dias
2 anos bissextos: $2 \times 366 = 732$ dias
Total de dias: $2\,555 + 732 = 3\,287$
Resposta: Paulinho já viveu 3 287 dias.

78) **Inventando problemas**

Novamente aqui deixamos solta a imaginação da criança para formular um problema e resolvê-lo.

Sugestões:

a) Se em média há 4 semanas num mês, quantas semanas há, aproximadamente, em 1 ano?
Solução: Como num ano há 12 meses, temos:
$4 \times 12 = 48$ semanas, aproximadamente
Na realidade, não há exatamente 48 semanas, e sim 51 ou 52, pois, ao considerarmos um mês de 4 semanas, estamos levando em conta 28 dias ($4 \times 7 = 28$), o que, como sabemos, não ocorre. Daí a necessidade de colocar a palavra *aproximadamente*.

b) Quantos dias, aproximadamente, foi à escola um aluno que está no final do 4º ano?
Solução:
Vamos supor que ele tenha feito todos os anos iniciais do ensino fundamental. São, então, 4 anos (1 bissexto). Descontando:
- 3 meses por ano de férias e feriados: $3 \times 30 = 90$ dias
- 8 dias por mês dos sábados e domingos: $8 \times 12 = 96$ dias

temos:

$$\begin{cases} \text{Total de dias descontados: } 90 + 96 = 186 \\ \text{Total de dias em 4 anos: } (4 \times 365) + 1 = 1\,461 \\ \text{Total de dias em que foi à aula: } 1\,461 - 186 = 1\,275 \end{cases}$$

Resposta: Em 4 anos, o aluno foi à aula, aproximadamente, 1 275 dias.

79) **Resolvendo criptogramas**

Os criptogramas encorajam as crianças a tentarem descobrir os valores para as letras. Com isso, "brincando" elas começam a compreender melhor as operações.

Solução:

Lembramos que letras diferentes têm valores diferentes.

a)
$$\begin{array}{r} AB \\ +\ CA \\ \hline ABA \end{array}$$

Para A = 1, B = 0 e C = 9, temos:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 91 \\ \hline 101 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} NOVE \\ +\ TRÊS \\ \hline DOZE \end{array}$$

Para E = 5, S = 0, V = 8, Z = 3, O = 1, R = 9, N = 2, T = 4 e D = 7, temos:

$$\begin{array}{r} 2185 \\ +\ 4950 \\ \hline 7135 \end{array}$$

Encontre outras soluções.

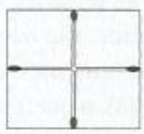
80) **Construindo quadrados com palitos**

Vamos analisar os casos mais simples para ver se descobrimos uma lei de formação geral.

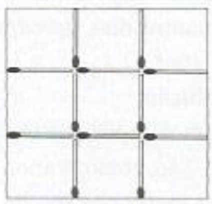
a) Quadrado 2 por 2:

São necessários 4 palitos:

$(1 + 2) \times 1 + 1 = 4$



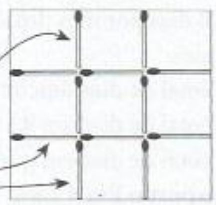
b) Quadrado 3 por 3:



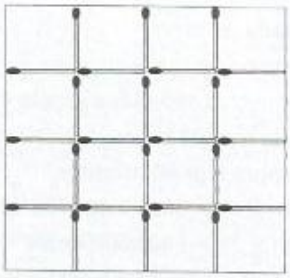
São necessários 12 palitos:

isto se repete 2 vezes

$(2 + 3) \times 2 + 2 = 12$



c) Quadrado 4 por 4:



São necessários 24 palitos:

$(3 + 4) \times 3 + 3 = 24$

Agora, sem desenhar nem contar os palitos, já sabemos que num quadrado 5 por 5 podemos construir quadrados de 1 por 1 necessitando de:

$(4 + 5) \times 4 + 4 = 40$ palitos

De modo geral, podemos dizer que num quadrado de **n** por **n** podemos construir quadrados de 1 por 1 precisando de:

$(n - 1 + n) \times (n - 1) + (n - 1)$ palitos

81) **Atravessando o rio de bote**

Este é um problema que exige apenas raciocínio lógico para a sua solução.

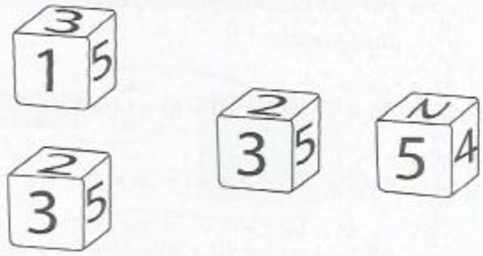
Solução:

Inicialmente, vão os dois filhos para a outra margem. Um fica e outro volta. Na segunda viagem, vai o pai e volta o filho que havia ficado. Finalmente, vão os dois filhos.

82) **Visualizando no espaço**

Este é um excelente exercício de visualização espacial.

As duas posições iniciais mostram que as faces com os números 1 e 2 são opostas (houve um giro: 1 foi para baixo e 2 ficou em cima).



As duas posições finais mostram que as faces com os números 3 e 4 são opostas (houve um giro no sentido horário: o 3 foi para trás, à esquerda).

Logo, as faces opostas são: 1 e 2; 3 e 4; 5 e 6.

83) **É possível resolver? Por quê?**

De vez em quando é interessante dar à criança um problema em que faltem ou sobrem dados, para que ela mesma descubra isso. Neste exemplo, os dados fornecidos são insuficientes para responder à pergunta do problema. Se o problema trouxesse o preço das 20 unidades, poderíamos, por meio de uma tabela, encontrar todas as possibilidades.

84) **Cansada de viver**

Tata viveu 160 anos.

Um ano tem 365 dias e a cada 4 anos acrescentamos 1 dia.

Um dia tem 24 horas.

Uma hora tem 60 minutos.

Então: $(160 \times 365) + 40 = 58\,440$ dias

$58\,440 \times 24 = 1\,401\,600$ horas

$1\,401\,600 \times 60 = 84\,096\,000$ minutos

Resposta: Tata já viveu 84 096 000 minutos.

85) **Resultados surpreendentes**

Este tipo de problema desenvolve uma maior compreensão do sistema de numeração decimal e das quatro operações fundamentais.

Solução:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 42 \\ \hline 72 \\ +1440 \\ \hline 1512 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 63 \\ \times\ 24 \\ \hline 252 \\ +1260 \\ \hline 1512 \end{array}$$

$36 = 3 \times 10 + 6$ $\qquad$ $63 = 6 \times 10 + 3$

$42 = 4 \times 10 + 2$ $\qquad$ $24 = 2 \times 10 + 4$

a) Deu o mesmo resultado.

b) Porque na multiplicação decomposta aparecem os mesmos valores, como vemos abaixo:

$$36 \times 42 = (3 \times 10 + 6) \times (4 \times 10 + 2) =$$

$$= 12 \times 100 + 6 \times 10 + 24 \times 10 + 12$$

$$63 \times 24 = (6 \times 10 + 3) \times (2 \times 10 + 4) =$$

$$= 12 \times 100 + 24 \times 10 + 6 \times 10 + 12$$

Observe que isso é algo que sempre ocorre quando encontramos o mesmo resultado:

$6 \times 2 = 12$

$36 \quad \times \quad 42$

$3 \times 4 = 12$

c) 28×41

$8 \times 1 = 8$

28×41

$2 \times 4 = 8$

$28 \times 41 = 1\,148$ e

$82 \times 14 = 1\,148$

26×93

$6 \times 3 = 18$

26×93

$2 \times 9 = 18$

$26 \times 93 = 2\,418$ e

$62 \times 39 = 2\,418$

Encontre outras duas multiplicações em que isso ocorra.

Observação: Este problema permite que a criança brinque de "mágica" com seus colegas de classe.

86) **Haja grafite!**

Este é o tamanho real de um lápis (17 cm). É importante apresentar problemas com dados reais, sempre que possível.

Solução:

1 lápis   17 cm = 0,17 m

1 000 000 $1\,000\,000 \times 0{,}17 = 170\,000$ m ou 170 km

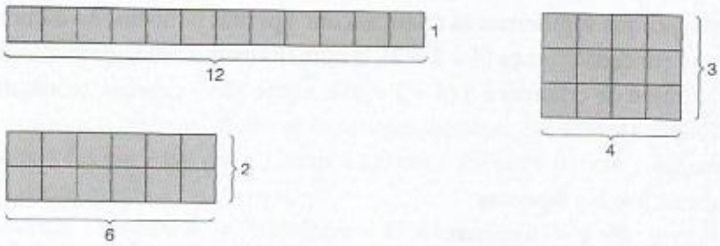
Resposta: Serão necessários 170 000 m ou 170 km de grafite.

87) **Retângulos e divisores**

Esta é uma maneira interessante de fazer a interpretação geométrica dos divisores de um número.

Solução:

a)



b) Os divisores de 12 são 1, 2, 3, 4, 6 e 12 (todas as dimensões dos retângulos construídos).

c)

Este é o único retângulo possível.

d) Os divisores de 7 são 1 e 7 (dimensões do retângulo construído). Observe que o 7 tem apenas dois divisores.

Observação: Quando o número é primo (como o 7), só é possível construir um retângulo. Nesse caso, temos só dois divisores, ele mesmo e o 1. São as dimensões do único retângulo possível.

88) **A vida de d. Pedro II**

Uma maneira simples de resolver este problema é fazer o caminho inverso, respondendo do item **d** ao item **a**:

d) 1892 – 3 = 1889 (foi destronado)
c) 1889 – 49 = 1840 (foi coroado)
b) 1840 – 9 = 1831 (volta de seu pai para Portugal)
a) 1831 – 6 = 1825 (nasceu)

Assim, d. Pedro II nasceu em 1825, seu pai voltou para Portugal em 1831, foi coroado em 1840, destronado em 1889 e faleceu em 1892.

89) **Decifrando uma foto**

1ª solução:

Temos:

- 7 cabeças;
- 22 pernas;
- cada criança tem 2 pernas;
- cada cachorro tem 4 pernas.

Vamos supor que tanto a criança como o cachorro tivessem 4 pernas. Como temos 7 cabeças, então:

$7 \times 4 = 28$ pernas

O problema diz que temos 22 pernas. Então, as 6 pernas a mais ($28 - 22 = 6$) apareceram porque supusemos as crianças com 4 pernas também. Ao aumentarmos 2 pernas em cada criança ($4 - 2 = 2$), o número total ficou aumentado de 6. Logo, o número de crianças é 3 ($6 \div 2 = 3$) e, como são 7 cabeças, temos 4 cachorros ($7 - 3 = 4$).

Verificação:

3 crianças: $3 \times 2 = 6$ pernas
4 cachorros: $4 \times 4 = 16$ pernas
$6 + 16 = 22$ pernas
$3 + 4 = 7$ cabeças

Resposta: Na foto estão 3 crianças e 4 cachorros.

2ª solução:

Poderíamos supor que tanto a criança como o cachorro tivessem 2 pernas. Como temos 7 cabeças, teríamos 14 pernas ($7 \times 2 = 14$). Mas o problema diz que há 22 pernas. Então, as 8 pernas a menos ($22 - 14 = 8$) apareceram porque supusemos os cachorros com 2 pernas. Ao diminuirmos 2 pernas em cada cachorro (4 – 2 = 2), o número total ficou diminuído de 8. Logo, o número de cachorros é 4 (8 ÷ 2 = 4) e, como são 7 cabeças, temos 3 crianças (7 – 4 = 3). Portanto, na foto estão 3 crianças e 4 cachorros.

90) **A lesma persistente**

Este é um problema que exige um pouco mais de atenção da criança. Ele é bem simples, mas "pega" muitas crianças apressadas.

Solução:

Como a cada dia ela sobe 2 m e desce 1 m, nos 4 primeiros dias ela sobe 4 m. No 5º dia, ela sobe 2 m e já chega ao topo (4 + 2 = 6 m). Então, ela levará 5 dias para chegar ao topo.

Observação: A resposta apressada (e errada) é 6 dias, pois é comum esquecer que no 5º dia ela estava a 4 m do fundo e subiu 2 m, chegando ao topo (6 m do fundo).

91) **Procurando idades**

Solução:

Como os filhos gêmeos têm a mesma idade, então:

42 + 2 × (idade de um filho) = 66

2 × (idade de um filho) = 66 – 42 = 24

(idade de um filho) = 24 ÷ 2 = 12

Verificação:

42 + 12 + 12 = 66

Resposta: A idade de cada filho gêmeo é de 12 anos.

92) **Clipe, uma grande invenção**

Solução:

Vamos somar todas as medidas das partes do clipe. De dentro para fora, temos:

1,5 cm + 0,5 cm + 0,5 cm + 1,8 cm + 1,0 cm + 2,7 cm + 0,7 cm + 0,7 cm + 2,0 cm = 11,4 cm

11,4 cm × 1 000 000 = 11 400 000 cm = 11,4 km

Resposta: São necessários 11,4 km de arame.

93) **Fazendo compras**

Arroz: 3 × R$ 2,30 = R$ 6,90

Batata: 4 × R$ 2,00 = R$ 8,00

Feijão: 2 × R$ 3,00 = R$ 6,00

Tomate: 2 × R$ 3,80 = R$ 7,60

Despesa total: R$ 28,50

3 notas de R$ 10,00: R$ 30,00
Troco: R$ 30,00 – R$ 28,50 = R$ 1,50
Resposta: O troco recebido foi de R$ 1,50.

94) **Números perfeitos**
É uma maneira interessante de pedir que se calculem os divisores de um número.
Solução:
O número 6 é o primeiro *número perfeito*, pois seu último divisor (6) é igual à soma de todos os divisores anteriores.
O segundo número perfeito é o 28, pois seus divisores são 1, 2, 4, 7, 14 e 28 e, além disso, $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.
Tente encontrar o próximo.

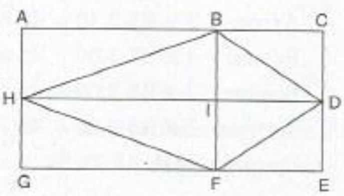
95) **Viagens espaciais**
Distância da Terra a Vênus: 40 200 000 km.
Velocidade: 24 000 km por hora ou $24\,000 \times 24 = 576\,000$ km por dia.
Agora, precisamos saber quantos 576 000 cabem em 40 200 000.
Assim:
$40\,200\,000 \div 576\,000 \cong 69{,}4$ dias $\cong$ 69 dias, 9 horas e 36 minutos
Resposta: Em 69 dias, 9 horas e 36 minutos.

96) **Somando rapidamente**
Uma maneira é ir somando parcela por parcela. Mas isso tomaria muito tempo.
A história conta que o famoso matemático Gauss, quando ainda não tinha 10 anos de idade, resolveu esta questão da seguinte maneira:

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcccrcrcr} & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & 5 & + & \ldots & + & 98 & + & 99 & + & 100 \\ + & 100 & + & 99 & + & 98 & + & 97 & + & 96 & + & \ldots & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\ \hline & 101 & + & 101 & + & 101 & + & 101 & + & 101 & + & \ldots & + & 101 & + & 101 & + & 101 \end{array}$$

Temos 100 parcelas iguais a 101. Isso totaliza 10 100 ($100 \times 101 = 10\,100$). Mas cada parcela (1, 2, ..., 99, 100) apareceu 2 vezes. Então, precisamos dividir 10 100 por 2, obtendo 5 050.
Logo:
$1 + 2 + 3 + \ldots + 99 + 100 = 5\,050$
Procure determinar a soma $1 + 2 + 3 + \ldots + 49 + 50$.

97) **Contando figuras**



a) São 12: ABH, GHF, BHI, FHI, BCD, FED, BID, FID, BDF, BHF, BHD e FHD.
b) São 9: ABIH, GFIH, FIDE, BIDC, ACDH, GEDH, ABFG, BCEF e ACEG.

98) **O colar de bolas**

Este é um problema que requer muita observação da criança para descobrir a lei de formação da sequência, ou seja, descobrir como o colar vai sendo formado com bolas brancas e pretas.

Solução:

Observe como o colar está sendo formado:

1 bola branca e 1 bola preta;

1 bola branca e 2 bolas pretas;

1 bola branca e 3 bolas pretas;

1 bola branca e 4 bolas pretas.

a) Na sequência viriam:

1 bola branca (fora da caixa) e 5 bolas pretas (escondidas);

1 bola branca e 6 bolas pretas (escondidas);

1 bola branca e 7 bolas pretas (das quais 2 estão fora da caixa).

Assim, as bolas escondidas são:

5 pretas + 1 branca + 6 pretas + 1 branca + 5 pretas = 18 bolas.

b) Número total de bolas do colar:

$1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 3 + 1 + 4 + 1 + 5 + 1 + 6 + 1 + 7 + 1 + 8 + 1 = 45.$

c) Número total de bolas pretas:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36.$

99) **Empilhando cubos**

1ª solução:

Na 2ª construção há 2 cubos no meio, para cima, e 1 cubo em cada braço. Logo:

$2 + (4 \times 1) = 2 + 4 = 6$

Na 3ª construção há 3 cubos no meio, para cima, e 2 cubos em cada braço. Logo:

$3 + (4 \times 2) = 3 + 8 = 11$

Na 10ª construção haverá 10 cubos no meio, para cima, e 9 cubos em cada braço. Logo:

$10 + (4 \times 9) = 10 + 36 = 46$

2ª solução:

Há 10 cubos em cada um dos 5 braços ($5 \times 10 = 50$). Como contamos o cubo do centro 5 vezes, precisamos subtrair 4. Então:

$50 - 4 = 46$

100) **A coleção de selos**

Este é um problema de lógica, cuja tabela dada na sugestão ajuda bastante na solução. Observe:

País:				
Cor:	vermelho			
Figura:	trem			
País:		Alemanha		
Cor:	vermelho			
Figura:	trem	corredor		
País:		Alemanha	EUA	
Cor:	vermelho		azul	
Figura:	trem	corredor		

E assim sucessivamente, até completar a tabela toda.

País:	França	Alemanha	EUA	Suíça
Cor:	vermelho	amarelo	azul	verde
Figura:	trem	corredor	avião	flor

101) **O "figurinha difícil" no ônibus**

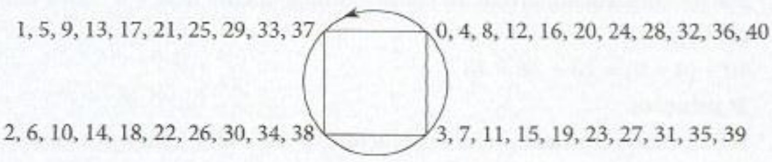
O "figurinha difícil" descobriu que a disposição da poltrona pode ser achada dividindo o seu número por 4 e observando o resto:

resto 1: lado do motorista na janela;
resto 2: lado do motorista no corredor;
resto 3: lado da porta na janela;
resto 0: lado da porta no corredor.

a) $$\begin{array}{r|l} 19 & 4 \\ \cline{2-2} -\underline{16} & 4 \\ 3 & \end{array}$$

Como o resto é 3, a poltrona está do lado da porta, na janela.

b) Uma maneira de classificar os números que, quando divididos por 4, deixam restos 0, 1, 2 e 3 é distribuí-los seguidamente nos vértices de um quadrado:



Desse modo, o "figurinha difícil" poderia escolher qualquer um dos seguintes números (que deixam resto 3 quando divididos por 4): 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35 e 39.

E se o "figurinha difícil" quisesse sentar do *lado da porta*, mas no *corredor*, quais números poderia escolher?

102) **Os jabutis amigos**

A cada 2 passos de Artur, Tito dá 3. Ou seja, a cada 20 m que Artur anda, Tito anda 30 m. Assim, quando Artur chega a **B**, Tito chega no meio de **D** e **E**.
Logo, quem chega primeiro a **B** é Artur e a **E** é Tito.
Depois, enquanto Artur anda de **B** para **C**, Tito anda de onde estava (entre **D** e **E**) até **C** (passando por **D**), junto com Artur.
Logo, Tito chega primeiro a **D** e ambos chegam juntos a **C**.

103) **Figurinhas repetidas**

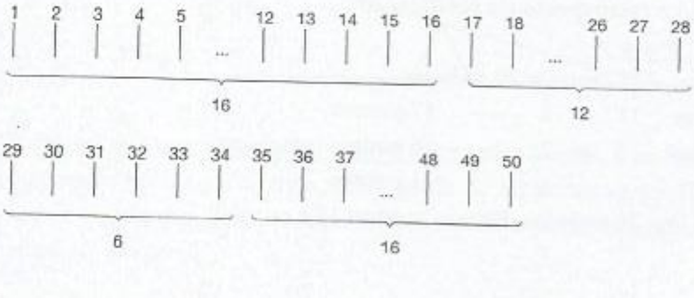
A solução é semelhante à dos problemas 17 e 31.
Solução:
O álbum é de 200 figurinhas e Sandro tem 500 na mão. Felipe afirma que no monte existem triplicatas (3 figurinhas iguais). Está correto? Por quê?
Sandro poderia ter 500 figurinhas iguais (e, portanto, teria 3). Sandro poderia ter 499 figurinhas iguais (e, portanto, teria 3) e 1 diferente. E assim sucessivamente.
Na melhor das hipóteses, Sandro poderia ter 2 figurinhas de cada uma do álbum (totalizando 400, pois $2 \times 200 = 400$) e as outras 100 todas diferentes entre si, mas iguais àquelas que estavam entre as 400. E aí teríamos 3 também:

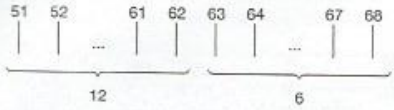
$$\begin{array}{r|l} 500 & 200 \\ \cline{2-2} -400 & 2 \\ \cline{1-1} 100 & \end{array}$$

Bastava que o resto fosse 1 (e não 100) para que Felipe já pudesse ter a certeza de que pelo menos uma figurinha constava como triplicata.

104) **A fila do parque de diversões**

Roda-gigante: grupos de 16.
Trem fantasma: grupos de 12.
Montanha-russa: grupos de 6.
Eduardo percebeu que a fila era formada da seguinte maneira:





Assim, ele só iria no trem fantasma se estivesse do 17º ao 28º lugar, ou do 51º ao 62º, ou do 85º ao 96º etc.

Portanto, como Eduardo contou as crianças da fila e resolveu esperar mais uma criança antes de entrar nela, já havia na fila 15 crianças (ou 49, ou 83 etc.). Entrando mais uma criança na fila, ela passaria a ter 16 crianças (ou 50, ou 84 etc.). O próximo seria ele, no 17º lugar (ou 51º, ou 85º etc.).

105) **A esperteza de Renato**

A solução é semelhante à do problema 89.

Solução:

a) **Compreendendo o problema**

- *Dados:*

  Renato ganha 1 ponto se acerta e perde 2 pontos se erra. Ele participou de 20 rodadas e fez 11 pontos.

- *Objetivo:*

  Determinar o número de rodadas que ele acertou e que ele errou.

b) **Estabelecendo um plano**

Vamos supor que Renato tivesse acertado em todas as rodadas (20). Assim, ele teria feito 20 pontos. A diferença de 9 ($20 - 11 = 9$) existe porque, ao errar em uma rodada, além de ele não ganhar 1 ponto, perde 2, ou seja, a cada erro ele deixa de ganhar 3 pontos.

Dividindo, então, 9 por 3 obtemos o número de rodadas em que ele errou. Em seguida, subtraímos, do total de rodadas, o número de rodadas erradas, obtendo o número de rodadas certas.

c) **Executando o plano**

$20 \times 1 = 20$ (total de rodadas)

$9 \div 3 = 3$ (rodadas em que errou)

$20 - 3 = 17$ (rodadas em que acertou)

d) **Fazendo o retrospecto ou verificação**

Temos:

3 erradas + 17 certas = 20 rodadas

17 certas:	17	×	1	=	17 pontos
3 erradas:	3	×	2	=	− 6 pontos (perdidos)
Total:					11 pontos

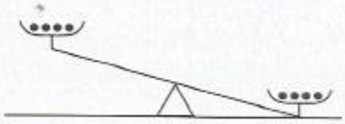
Resposta: Das 20 rodadas, Renato acertou 17 e errou 3.

106) **Qual é a bolinha diferente?**

Este é um problema de raciocínio lógico que não envolve nenhuma das 4 operações. Como dizemos, é um "problema só de pensar".

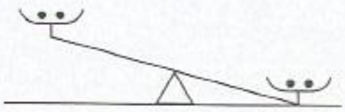
Solução:

As crianças, em geral, começam colocando 4 bolinhas num prato e 4 no outro:



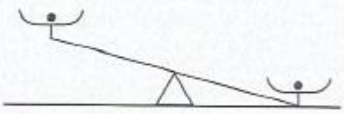
A balança pende para um dos lados.

Pegam as 4 bolinhas que baixaram o prato e colocam 2 em cada prato da balança:



A balança pende para um dos lados.

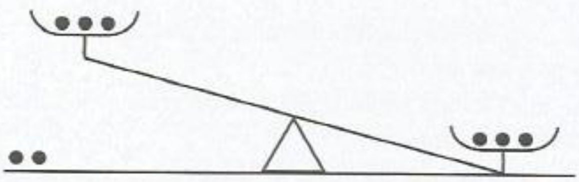
Pegam as 2 que baixaram o prato e colocam 1 em cada prato da balança:



A balança pende para um dos lados, apontando a mais pesada.

O problema está resolvido, mas foram usadas 3 pesagens e não *apenas* 2, como pede o problema.

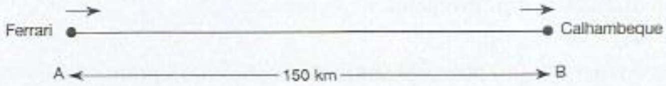
Vamos, agora, explorar outro caminho. Colocamos 3 bolinhas em cada prato e deixamos duas de fora. Se a balança se equilibrar, a mais pesada ficou de fora. Colocamos as duas que ficaram de fora, 1 em cada prato, e observamos qual é a mais pesada. Assim, o problema está resolvido com apenas 2 pesagens. Se ela não se equilibrar, é porque a mais pesada está entre as 6 que estão na balança:



Pegamos as 3 que baixaram o prato e colocamos 2 delas, 1 em cada prato. Se um dos pratos baixar, ali estará a mais pesada. Se a balança se equilibrar, a mais pesada é aquela que ficou de fora. Então, o problema também está resolvido com apenas 2 pesagens.

107) **Calhambeque × Ferrari**

Solução:



Em 1 hora, a Ferrari ganha 50 km (100 – 50 = 50) da distância que os separa (150 km). Ganhando 50 km por hora, ela precisará de 3 horas para alcançar o calhambeque (150 ÷ 50 = 3). Em que lugar alcançará?

Se depois de 3 horas a Ferrari alcançou o calhambeque e estava a 100 km por hora, então ela o alcançou a 300 km da cidade **A**.

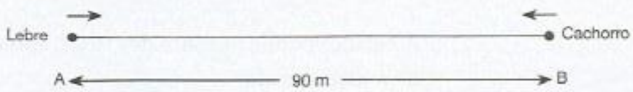
Respostas:

a) A Ferrari levará 3 horas para alcançar o calhambeque.

b) Ela o alcançará a 300 km da cidade **A**.

108) **Lebre × cachorro**

Solução:



Em 1 segundo, a distância (de 90 m) diminui em 15 m pois 10 m + 5 m = 15 m. Logo, serão necessários 6 segundos (90 ÷ 15 = 6) para que essa distância fique igual a zero, ou seja, para que eles se encontrem.

Depois de 6 segundos, a lebre andou 6 × 10 = 60 m e o cachorro, 6 × 5 = 30 m. Então, eles se encontrarão a 60 m do ponto **A**, ou a 30 m do ponto **B**. Observe que a soma totaliza os 90 m (60 + 30 = 90).

109) **Enchendo a piscina**

Solução:

Em 1 hora, a primeira abertura derrama na piscina:

57 600 ÷ 96 = 600 litros

Nessa mesma 1 hora, a segunda abertura derrama na piscina:

57 600 ÷ 72 = 800 litros

Logo, em 1 hora as duas aberturas juntas derramam na piscina:

800 + 600 = 1400 litros

As duas aberturas juntas encherão a piscina em:

57 600 ÷ 1 400 = 41,1 horas

Resposta: Com as duas aberturas funcionando ao mesmo tempo, a piscina ficará cheia em aproximadamente 41 horas.

110) **Enchendo e esvaziando um tanque**

Solução:

Vamos supor que o tanque seja desses comuns, com 60 litros de capacidade.

Em 1 hora, a torneira enche:

$60 \div 2 = 30$ litros

Nessa mesma 1 hora, o buraco deixa escapar:

$60 \div 3 = 20$ litros

Estando os dois abertos, em 1 hora o tanque terá:

$30 - 20 = 10$ litros

O tanque ficará cheio (com 60 litros) em:

$60 \div 10 = 6$ horas

Resposta: O tanque ficará cheio em 6 horas.

111) **Os clubes da escola de Leonardo**

Temos, então, de responder a duas perguntas:

a) Quantas vezes, no primeiro trimestre, se reunirão na escola, ao mesmo tempo, os cinco clubes?

b) Quantas tardes deixará de haver reunião de qualquer clube?

Solução:

a) Precisamos descobrir o menor de todos os números que seja divisível, ao mesmo tempo, por 2, 3, 4, 5 e 6. Em outras palavras, precisamos descobrir o mínimo múltiplo comum (mmc) entre os números 2, 3, 4, 5 e 6. Então:

mmc(2, 3, 4, 5, 6) = 60

No 61º dia se reunirão, de novo, os 5 clubes:

- o de ciências, depois de 30 intervalos de 2 dias ($60 \div 2 = 30$);
- o de literatura, depois de 20 intervalos de 3 dias ($60 \div 3 = 20$);
- o de música, depois de 15 intervalos de 4 dias ($60 \div 4 = 15$);
- o de esportes, depois de 12 intervalos de 5 dias ($60 \div 5 = 12$);
- o de política, depois de 10 intervalos de 6 dias ($60 \div 6 = 10$).

Antes de 60 dias não haverá uma tarde assim. Passados outros 60 dias (121º do ano), virá uma nova tarde com os cinco clubes reunidos. Mas isso já é no segundo trimestre. Portanto, no primeiro trimestre haverá apenas uma tarde em que se reunirão novamente na escola os 5 clubes.

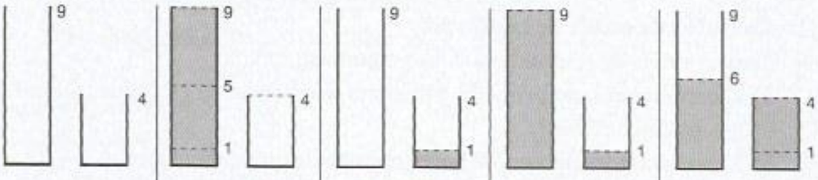
b) Para encontrar a resposta à segunda pergunta é preciso escrever em ordem os números de 1 a 90 e cancelar na série os dias em que funciona o clube de ciências, isto é, os números 1, 3, 5, 7, 9 etc. Em seguida, é preciso cancelar os dias em que funciona o clube de literatura, isto é, os números 1, 4, 7, 10 etc. e assim sucessivamente, cancelando os números correspondentes aos clubes de música, de esportes e de política. Depois disso, restarão os dias em que, no primeiro trimestre, não funciona qualquer clube. Ao todo, são 24, ou seja, 8 em janeiro, 7 em fevereiro e 9 em março. Verifique quais são esses dias.

Em 24 tardes do primeiro trimestre não haverá reunião de qualquer clube.

112) **Retirando água do rio**

Vamos supor que os recipientes sejam cilíndricos, de bases iguais, e que as alturas estejam entre si como 9 está para 4 (fig. 1). Considerando que no recipiente de 9 litros cabem 2 vezes 4 litros mais 1 litro (fig. 2), retiramos do maior 2 vezes 4 litros, restando 1 litro.

Passamos esse 1 litro para o recipiente de 4 (fig. 3). Como 9 litros é igual a 6 mais 3 litros, se despejarmos a água do recipiente maior no menor até enchê-lo, ficaremos com 6 litros no recipiente maior (figs. 4 e 5) e 4 litros no menor.



(fig. 1) (fig. 2) (fig. 3) (fig. 4) (fig. 5)

113) **Negócio da China!**[1]

Vamos entender bem o problema. Para cada 100 mil reais que o desconhecido trouxesse todos os dias, durante o mês todo, o negociante pagaria: no 1º dia, 1 real; no 2º dia, 2 reais; no 3º dia, 4 reais; no 4º dia, 8 reais etc., cada dia pagando o dobro do que pagou no dia anterior. E esse compromisso não poderia se romper antes do final do mês.

O negócio foi fechado e logo no 1º dia o negociante, feliz da vida, recebe 100 mil reais e paga em troca 1 real. Ele pensa que o desconhecido é louco, ou que o dinheiro é falso, ou que o desconhecido está fazendo isso para conhecer sua casa, para depois assaltá-la. Mas nada disso se confirma. No 2º dia, o desconhecido trouxe mais 100 mil reais e pediu seus 2 reais. No 3º dia trouxe os 100 mil reais pela terceira vez e, em troca, o negociante todo sorridente entregou-lhe a bagatela de 4 reais. E, assim, foram chegando os quartos 100 mil reais por 8 reais, os quintos por 16, os sextos por 32 reais etc. O ambicioso negociante só lamentava ter feito o negócio apenas por 1 mês.

No 7º dia, o negociante já havia recebido 700 mil reais e pagado a insignificância de $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 127$ reais. Ele não se continha de alegria e o des-

1. Adaptado de: Perelman, Y. I. "Um ajuste vantajoso". In: *Brincando de Matemática*. Rio de Janeiro: Vitória, 1960.

conhecido, sempre calmo e tranquilo, trazia pontualmente o dinheiro e levava para casa as "migalhas" pagas pelo negociante. No 13º dia, o negociante já havia recebido 1 300 000 reais e pagado a bagatela de 8 191 reais.

Mas a alegria do negociante durou pouco. Ele começou a perceber que o desconhecido não era tão bobo como ele havia imaginado e nem o negócio tão vantajoso. A partir do 14º dia passou a pagar vários milhares de reais, e não apenas alguns reais. Mas não se abalou, pois ainda estava tendo lucro. É certo que um lucro bem menor que no início.

Vamos fazer uma tabela dos pagamentos posteriores:

Dia	Dinheiro já recebido pelo negociante (reais)	Dinheiro pago naquele dia pelo negociante (reais)
15º	1 500 000	16 384
16º	1 600 000	32 768
17º	1 700 000	65 536
18º	1 800 000	131 072
19º	1 900 000	262 144
20º	2 000 000	524 288
21º	2 100 000	1 048 576
22º	2 200 000	2 097 152
23º	2 300 000	4 194 304

A partir do 18º dia o negociante começou a pagar mais do que recebia. Ele gostaria de parar aí, mas o contrato era para 1 mês inteiro.

A continuação foi ainda mais desastrosa. Nos últimos dias ele precisou pagar milhões de reais. Descobriu tarde demais que o desconhecido era bem mais esperto do que ele e receberia muito mais, mas muito mesmo, do que deveria pagar.

Vejamos o final da tabela:

Dia	Dinheiro já recebido pelo negociante (reais)	Dinheiro pago naquele dia pelo negociante (reais)
24º	2 400 000	8 388 608
25º	2 500 000	16 777 216
26º	2 600 000	33 554 432
27º	2 700 000	67 108 864
28º	2 800 000	134 217 728
29º	2 900 000	268 435 456
30º	3 000 000	536 870 912

Desconsolado, após o desconhecido se despedir, o negociante fez os cálculos de quanto havia perdido. Pelos 3 000 000 de reais recebidos havia pagado 1 073 741 823 reais. E se o desconhecido tivesse dado 1 000 000 de reais todos os dias, ainda assim o negociante sairia perdendo, pois 30 × 1 000 000 = 30 000 000 de reais, valor bem menor que 1 073 741 823 reais.

Observação: Como podemos somar rapidamente a série de números 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + ...?

Repare que:

1 = 1

2 = 1 + 1

4 = (1 + 2) + 1

8 = (1 + 2 + 4) + 1

16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1

32 = (1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 1

etc.

Cada um dos números dessa série é igual à soma de todos os anteriores, mais 1. Assim, quando queremos somar todos os números de uma série, por exemplo, de 1 a 32, basta acrescentar ao último número (32) a soma de todos os anteriores, ou seja, somamos a ele o mesmo número, subtraindo o 1 (32 – 1 = 31):

32 + 31 = 63

Verificação:

1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63

Por isso é rápido calcular quanto dinheiro o negociante pagou ao desconhecido:

1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + ... + 268 435 456 + 536 870 912

Basta fazer:

536 870 912 + 536 870 911 = 1 073 741 823

114) **Como calcular a velocidade da correnteza de um rio**

Vamos chamar de v a velocidade da correnteza. Em relação à terra, a velocidade da lancha rio abaixo é:

$42 + v$

Indo rio acima, essa velocidade é:

$42 - v$

Logo, o trecho percorrido é:

$(42 + v) \times 3$ (rio abaixo)

$(42 - v) \times 4$ (rio acima)

Igualando essas expressões, obtemos:

$(42 + v) \times 3 = (42 - v) \times 4$

$3 \times 42 + 3v = 4 \times 42 - 4v$

Somando 4v em ambos os membros da igualdade, encontramos:

$3 \times 42 + 3v + 4v = 4 \times 42 + 4v - 4v$

$3 \times 42 + 7v = 4 \times 42$

Subtraindo 3×42 de ambos os membros da igualdade, temos:

$3 \times 42 - 3 \times 42 + 7v = 4 \times 42 - 3 \times 42$

$7v = 1 \times 42$

$7v = 42$

$v = 42 \div 7$

$v = 6$

Então, a velocidade da correnteza é de 6 km/h.

Verificação:

$(42 + v) \times 3 = (42 + 6) \times 3 = 48 \times 3 = 144$

$(42 - v) \times 4 = (42 - 6) \times 4 = 36 \times 4 = 144$

Logo, o trecho tem 144 km e é percorrido em:

$144 \div (42 + 6) = 144 \div 48 = 3$ horas rio abaixo;

$144 \div (42 - 6) = 144 \div 36 = 4$ horas rio acima.

Capítulo 10

Sugestões de situações-problema contextualizadas[1]

Neste capítulo, apresentaremos, a título de exemplo, algumas situações-problema contextualizadas, voltadas mais para o 4º e o 5º ano. O professor poderá adaptá-las, transformá-las e ainda criar outras inspirando-se nelas.

Entendemos que as crianças na faixa etária que pretendemos alcançar (1º ao 5º ano), por intermédio dos professores, apresentam peculiaridades específicas da idade. Aproveitando a curiosidade e o dinamismo dos alunos nesse período, o professor poderá apresentar problemas com textos mais elaborados, contendo personagens com os quais as crianças se identificam (e que podem ser retirados de livros, filmes e gibis) ou mesmo personalidades da música e do esporte. O aprendizado infantil em matemática também será favorecido pela utilização de elementos do cotidiano, como contas de luz, folhetos de supermercado, rótulos de alimentos.

A identificação com situações-problema que tragam informações a respeito de fatos e assuntos do mundo cultural do aluno também o motivará em suas descobertas. Para tal, o professor poderá lançar mão de receitas regionais, assuntos ecológicos, festividades locais etc.

Portanto, ao provocar a imaginação das crianças com assuntos e personagens que lhes causam encantamento, estaremos preparando-as para a elaboração de suas próprias situações-problema, contribuindo para uma nova etapa na construção de seu conhecimento matemático e sua relação com as outras áreas de conhecimento.

1) **Uma receita de bolo**

   Dona Maria é boleira. Faz bolos deliciosos para todo tipo de festa. Outro dia ela encontrou na internet a receita do "bolo estampado em pele de zebra" e decidiu experimentar. Vamos ajudá-la a decidir de que maneira é mais vantajoso vender o bolo?

1. Veja a solução dessas situações-problema contextualizadas no capítulo 11.

Bolo estampado em pele de zebra[2]

- *Ingredientes*

  5 ovos
  2 xícaras (chá) de açúcar (300 g)
  1 colher (café) de bicarbonato de sódio peneirado
  ¾ xícara (chá) de água filtrada
  3 xícaras (chá) de farinha de trigo especial (375 g – base: xícara de 125 g)
  1 colher (sopa rasa) de fermento em pó peneirado
  125 ml de óleo de milho ou de girassol
  4 colheres (sopa rasa) de cacau em pó peneirado (40 g)
  ¾ xícara (chá) de água filtrada (usaremos o suficiente)

- *Modo de fazer*

  Separe as claras e as gemas.

  Bata as claras em neve e junte aos poucos, batendo sempre, a metade da quantidade de açúcar e o bicarbonato. Bata até ficar uma massa tipo suspiro. Reserve.

  Bata as gemas com a água até espumar bem; depois junte o açúcar e bata até dobrar o volume. Baixe a velocidade para a mínima e junte, alternando, a farinha de trigo peneirada e o óleo.

  Sempre batendo em velocidade mínima, coloque metade do suspiro reservado e bata apenas o suficiente para a massa assumir totalmente o suspiro. Retire da batedeira, misture delicadamente o restante do suspiro e junte o fermento em pó.

  Divida a massa em duas porções. Em uma delas coloque o cacau e a água e mexa delicadamente até a massa assumir por completo o cacau.

  Unte generosamente com manteiga uma forma redonda de 24 cm de diâmetro, alta, forre o fundo com papel manteiga, unte o papel com manteiga e polvilhe toda a forma com farinha de trigo. Coloque no centro da forma uma colher de massa branca; sobre ela, uma colher de massa de chocolate. Repita até terminar as massas. Delicadamente, bata a forma sobre uma superfície forrada com um pano, para que a massa possa acomodar-se por igual no fundo da forma.

  Leve para assar em forno a 180ºC por 45 a 50 minutos.

  Retire do forno, desenforme ainda morno e polvilhe açúcar de confeiteiro com uma pitada de açúcar ou decore a gosto.

---

2. Receita da *chef* Cecília Fernandes. Contato: (11) 9690-0663.

- *Observações*
  Grau de dificuldade: fácil
  Tempo de preparo: 30 minutos na elaboração e 45 minutos para assar.
  Rendimento: 8 porções
  Peso médio total: 1,2 kg
  Custo total para a confecção do bolo: R$ 8,00
  Preço para venda: R$ 3,00 por porção ou R$ 20,00 total, fechado.

Para ajudar dona Maria, é preciso fazer alguns cálculos. Vamos lá?

a) Qual é o tempo total de preparo do bolo? Esse tempo é maior ou menor do que 1 hora?
b) Quanto pesa cada porção do bolo?
c) Qual será o lucro da boleira se ela vender o bolo inteiro?
d) Se o bolo todo for vendido em porções, de quanto será o lucro?
e) Se dona Maria quer vender o bolo, de que maneira será mais vantajoso: inteiro ou em porções?
f) Dona Maria precisa verificar se os ingredientes que tem em casa são suficientes para fazer três receitas de bolo. Vamos ajudá-la? Ela tem meio quilograma (1/2 kg) de farinha de trigo, uma lata de óleo com 900 ml e 1 kg de açúcar. Será que ela precisa comprar mais algum desses ingredientes antes de começar a preparar os bolos?
g) Vamos fazer uma atividade em equipe. Aponte tudo o que há de matemática no texto *Modo de fazer*. Troque ideias com seus colegas sobre o que destacaram. Na opinião da equipe, quanto seria justo cobrar pela mão de obra de dona Maria?

2) **Pontos perdidos no trânsito**

De acordo com o Código de Trânsito Brasileiro, um motorista que tem 20 ou mais pontos negativos em sua Carteira Nacional de Habilitação perde o direito de dirigir por um período.

A tabela abaixo apresenta os pontos perdidos quando um motorista comete uma infração, de acordo com sua gravidade.

Tipos de infração	Pontos perdidos
Leve	3
Média	4
Grave	5
Gravíssima	7

a) Calcule quantos pontos um motorista perde se cometer as infrações indicadas nos casos abaixo:
   I. Duas infrações médias e duas graves.
   II. Três infrações leves e uma gravíssima.
   III. Quatro infrações médias.

b) Complete a afirmação seguinte: O número de pontos correspondente a uma infração gravíssima e duas infrações médias é igual ao número de pontos correspondente a ___?___ infrações leves.

c) Escreva duas possibilidades diferentes para que um motorista acumule 17 pontos.

3) **Haja água!**

Certamente você consome água mineral todos os dias do ano. Pensando no mundo todo, esse consumo deve ser bem grande, não acha? Para se ter uma ideia, veja o gráfico com os países que mais consomem água mineral (os dados são de 2006):

Fonte: revista *Veja*, 28 nov. 2007.

a) Entre os países destacados nesse gráfico, qual é o que consome menos água mineral por ano?

b) Escreva os cinco valores indicados no gráfico, só que usando todos os algarismos.

c) Responda:
   I. Quantos litros o México consome por ano a mais do que a China?
   II. Qual é o valor posicional do 2 em 12 500 000 000?
   III. Que país consome anualmente 4 500 000 000 de litros a menos do que a China?
   IV. Juntos, EUA e México consomem quantos litros por ano?

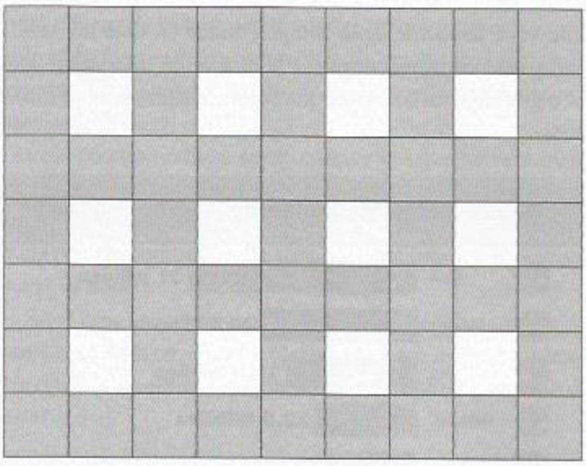
4) **As mesas do restaurante**

O restaurante de Daniel tem 29 mesas, sendo algumas para 4 pessoas e outras para 2 pessoas. Ao preparar o restaurante para o almoço, Daniel colocou 80 pratos nas 29 mesas.

Quantas mesas de cada tipo existem no restaurante de Daniel?

5) **Ladrilhando a cozinha**

Caio resolveu trocar o piso da cozinha de sua casa. Ele o revestiu de ladrilhos brancos e cinza, conforme a figura abaixo. Cada ladrilho branco custou R$ 2,00 e cada ladrilho cinza custou R$ 3,00. De quanto foi o gasto total na compra dos ladrilhos?



6) **Arte com figuras planas**

Laura fez os desenhos abaixo para a aula de Artes.

I II III

a) Na figura I temos uma região quadrada decomposta em 13 regiões pentagonais. Descreva as figuras II e III.

b) Desenhe um quadrado com lados de 4 cm e faça a decomposição da região quadrada em 10 regiões triangulares.

7) **A gincana**

Na gincana do 4º ano B, a equipe de Marisa tem 3 meninas e alguns meninos. Depois de colocar todos os alunos da equipe em fila, a professora observou que:

- Jorge é o 3º aluno contando do início da fila.
- Paulo é o 2º aluno contando do final da fila.
- As três meninas estão entre Jorge e Paulo.

Quantos alunos tem a equipe de Marisa?

8) **Concurso na TV**

No programa Sabidão Milionário, o apresentador faz uma pergunta e oferece três opções de resposta: **A**, **B** e **C**. Os participantes se posicionam, então, em frente ao mural em que está escrita a resposta escolhida, e os que erram saem da competição.

Após uma determinada pergunta, 36 participantes se dividiram igualmente entre as três opções de resposta. O apresentador perguntou quem queria mudar de opção: dois terços dos que haviam escolhido a opção **B** mudaram para a opção **A** e um quarto dos que haviam escolhido a opção **C** mudaram para a opção **B**.

A resposta correta foi a **C**. Determine o número de participantes que foram eliminados nessa pergunta e a porcentagem correspondente a eles.

9) **Colocando combustível**

Em diversas situações que envolvem dinheiro, precisamos fazer cálculos para resolver questões do nosso cotidiano. Veja a seguir uma dessas situações.

Depois de abastecer o carro, Mário observou o que a bomba marcava. Copie a tabela abaixo em seu caderno e complete cada quadro com o que falta.

a)

	R$ 2,15 por litro 30 litros	Total a pagar: R$ ___?___

b)

	R$ __?__ por litro 25 litros	Total a pagar: R$ 54,50

c)

	R$ 2,00 por litro _?_ litros	Total a pagar: R$ 45,00

10) **Nota fiscal – garantia da compra**

Examine a nota fiscal de uma compra feita em um depósito de material de construção. Faça os cálculos necessários e complete com os valores da última coluna (custo). Copie a tabela abaixo em seu caderno.

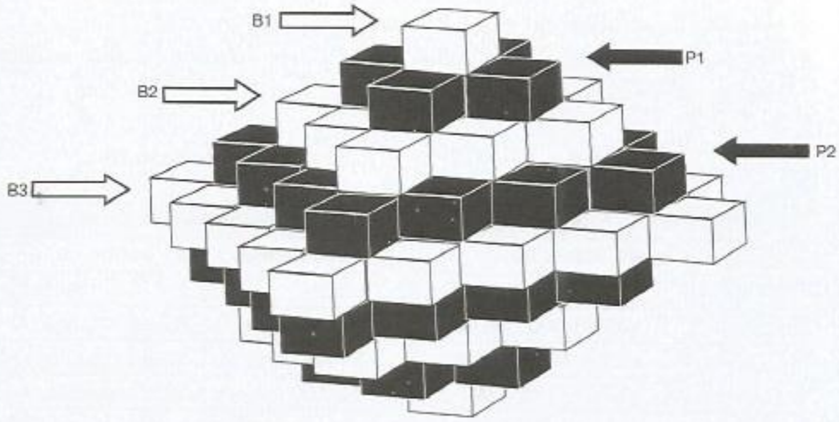
NOTA FISCAL			
Item	Quantidade	Preço unitário	Custo
Cimento	3 pacotes	R$ 10,00	R$?
Argamassa	4 pacotes	R$ 6,50	R$?
DEPÓSITO DE MATERIAL DE CONSTRUÇÃO IDEAL		Total	R$?
		5% de desconto	R$?
		Total a pagar	R$?

11) **Matemática e escultura**

Um artista plástico construiu uma escultura com peças brancas e pretas, todas com a forma de paralelepípedo e de mesmo tamanho. Veja a seguir o desenho da escultura depois de pronta.

B_1, B_2 e B_3 representam os 3 tipos de camadas brancas.

P_1 e P_2 representam os 2 tipos de camadas pretas.



Calcule o número total de peças usadas na escultura.

12) **Compras na quitanda**

Regina consultou dois folhetos com o preço dos produtos de duas quitandas da sua cidade. Veja alguns dos preços.

Quitanda do Lago	
Pé de alface	R$ 0,70
Kg de tomate	R$ 3,50
Maço de couve	R$ 1,15
Dúzia de ovos	R$ 3,50

Quitanda da Vila	
Pé de alface	R$ 0,80
Kg de tomate	R$ 3,00
Maço de couve	R$ 1,25
Dúzia de ovos	R$ 3,40

Ela pretende comprar 1 pé de alface, 1,5 kg de tomate, 2 maços de couve e $\frac{1}{2}$ dúzia de ovos.

a) Se comprar tudo em uma mesma quitanda, em qual delas gastará menos?

b) Em porcentagem, quanto ela vai economizar em relação ao que gastaria na outra quitanda?

c) Quanto ela gastaria se fosse às duas quitandas e comprasse os produtos mais baratos?

13) **Modelos de automóvel**

Observe as duas tabelas com dados técnicos e de mercado de dois modelos de automóvel em fevereiro de 2009.

Modelo A

Dados técnicos e de mercado	
Preço sugerido	**R$ 36 885,00**
Motor	1.4. 4 cil., 8V, flexível
Potência (cv)	105 a 6 000 rpm (A)
Torque (mkgf)	13,2 a 4 000 rpm (A)
0 a 100 km/h	12,2 segundos (A)
Veloc. máxima	180 km/h (A)
Comprimento	4,18 metros
Entre-eixos	2,49 metros
Porta-malas	432 litros
Peso	1043 kg
Tanque	44 litros
País de origem	Brasil

Modelo B

Dados técnicos e de mercado	
Preço sugerido	**R$ 36 600,00**
Motor	1.4. 4 cil., 8V, flexível
Potência (cv)	86 a 6 500 rpm (A)
Torque (mkgf)	12,5 a 6 500 rpm (A)
0 a 100 km/h	12,8 segundos (A)
Veloc. máxima	167 km/h (A)
Comprimento	4,15 metros
Entre-eixos	2,37 metros
Porta-malas	500 litros
Peso	1076 kg
Tanque	48 litros
País de origem	Brasil

a) Considerando os valores da tabela, indique:

I. Uma medida de massa na tabela do modelo **A**.
II. Uma medida de capacidade na tabela do modelo **B**.
III. Uma medida de tempo na tabela do modelo **A**.
IV. A distância máxima que pode ser percorrida pelo modelo **A** em 3 horas.
V. Uma característica comum aos dois modelos.

b) O carro do modelo **B** está sendo vendido pelo preço sugerido com o seguinte plano de pagamento: 25% de entrada e o restante em 5 prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?

c) Em qual dos dois modelos se gastava mais para encher o tanque com gasolina, considerando-se R$ 2,70 o preço do litro de gasolina na época? Quantos reais a mais do que o outro?

14) **Caixas de supermercado**

Os caixas de supermercado costumam ter nas gavetas cédulas e moedas de diferentes valores para que tenham mais possibilidade de fornecer o troco exigido nas compras. No final do dia, as cédulas e moedas são separadas em recipientes (saquinhos, por exemplo), e cada um contém cédulas ou moedas do mesmo tipo.

a) Copie em seu caderno o esquema a seguir e complete as cédulas que faltam para que fiquem representados todos os tipos do nosso sistema monetário.

2 reais R$ 2,00	?	?
?	?	?

b) Um saquinho contém cédulas do mesmo tipo e a quantia total nele é de R$ 70,00. Que tipo de cédulas ele pode conter? Não se esqueça de justificar sua resposta.

c) É possível que em um saquinho só com cédulas de R$ 5,00 a quantia total seja de R$ 123,00? Justifique sua resposta.

d) Copie a tabela abaixo em seu caderno e complete com os valores que faltam.

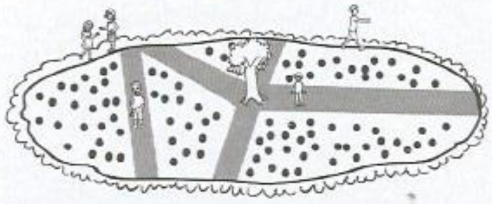
Quantidade de cédulas	Tipo de cédula	Quantia total
5	R$ 20,00	?
?	R$ 5,00	R$ 135,00
15	?	R$ 30,00
20	R$ 10,00	?
?	R$ 50,00	R$ 400,00
7	?	R$ 700,00

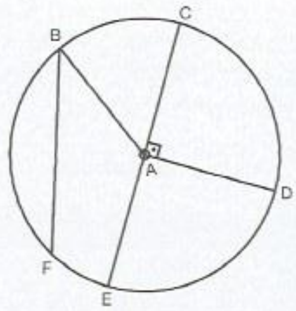
e) Use os três números naturais da 3ª linha de números da tabela da atividade **d** e complete as sentenças abaixo em seu caderno.

I. __?__ é divisor de __?__.
II. __?__ é divisor de __?__.
III. __?__ é múltiplo de __?__.
IV. __?__ é múltiplo de __?__.

15) **A praça**

Na figura a seguir, à esquerda, você tem o desenho de uma praça circular com uma árvore plantada no centro. Nessa praça as pessoas podem se locomover pelo contorno (em preto) e pelas passarelas (em cinza). À direita, você tem o modelo matemático da praça, vista de cima.





a) Considere o desenho do modelo matemático e, sem fazer medições, coloque (V) nas afirmações verdadeiras e (F) nas falsas.

I.	$\overline{BF}$ é um raio da circunferência.	(?)
II.	$\overline{CE}$ é um diâmetro da circunferência.	(?)
III.	$\overline{AD}$ é um raio da circunferência.	(?)
IV.	$\overline{CE}$ mede o dobro de $\overline{AE}$.	(?)
V.	$\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ têm medidas iguais.	(?)
VI.	$\overline{EC}$ mede mais do que $\overline{BF}$.	(?)
VII.	$\overline{AB}$ mede a metade de $\overline{CE}$.	(?)
VIII.	$B\hat{A}C$ é ângulo obtuso.	(?)
IX.	$C\hat{A}D$ é ângulo reto.	(?)
X.	$A\hat{B}F$ é ângulo agudo.	(?)

b) A distância real de C até E é de 72 m. Meça $\overline{CE}$, calcule e assinale qual é a escala do desenho do modelo matemático.

(?) 1 cm para 14 m
(?) 1 cm para 16 m
(?) 1 cm para 18 m

c) Meça $\overline{BF}$ e determine a distância real de B a F, usando a escala definida no item b.

Capítulo 11

Comentários, resoluções e respostas das situações-problema contextualizadas

As resoluções apresentadas aqui para cada situação-problema contextualizada não são únicas. É fundamental valorizar as estratégias diferentes que a criança usa para resolver cada situação.

1) **Uma receita de bolo**

Nesta situação explora-se leitura e interpretação de texto, operações com números naturais e medidas. Ela é sugerida para o 4º ou o 5º ano.

Solução:

a) 30 min + 45 min = 75 min

75 min = 60 min + 15 min = 1 h 15 min

Resposta: O tempo total de preparo do bolo é 75 min. Esse tempo é mais do que 1 h: 1 h 15 min.

b) 1,2 kg = 1 200 g

1 200 g ÷ 8 = 150 g

Resposta: Cada porção pesa 150 g.

c) 20 − 8 = 12

Resposta: Se vender o bolo inteiro o lucro será de R$ 12,00.

d) 8 × 3 = 24

24 − 8 = 16

Resposta: Se o bolo todo for vendido em porções o lucro será de R$ 16,00.

e) 24 − 20 = 4

Resposta: Será mais vantajoso vender o bolo em porções. Nesse caso, o lucro será R$ 4,00 maior do que se vender inteiro.

f) *Farinha de trigo*

Uma receita: 375 g de farinha de trigo

Três receitas: 3 × 375 g = 1125 g

1/2 kg: 500 g

1125 − 500 = 625 g (é o que ela precisa comprar a mais).

Óleo
Uma receita: 125 ml de óleo
Três receitas: 3×125 ml = 375 ml
Como ela tem 900 ml, não precisa comprar mais óleo.
Açúcar
Uma receita: 300 g de açúcar
Três receitas: 3×300 g = 900 g
Como ela tem 1 kg = 1 000 g, não precisa comprar mais açúcar.

g) Respostas pessoais.

2) **Pontos perdidos no trânsito**

Os conteúdos explorados nesta situação são operações com números naturais e possibilidades. Esta situação é sugerida para o 4º ou o 5º ano.

Solução:

a) I. 18 pontos ($2 \times 4 = 8$; $2 \times 5 = 10$; $8 + 10 = 18$)
II. 16 pontos ($3 \times 3 = 9$; $9 + 7 = 16$)
III. 16 pontos ($4 \times 4 = 16$)

b) 5 infrações leves ($2 \times 4 = 8$; $7 + 8 = 15$; $15 \div 3 = 5$)

c) Respostas pessoais.
Exemplos: Uma leve, uma média e duas graves ($3 + 4 + 10 = 17$).
Três médias e uma grave ($12 + 5 = 17$).
Uma leve e duas gravíssimas ($3 + 14 = 17$).

3) **Haja água!**

Aqui trabalha-se com "números grandes" e leitura e interpretação de gráfico. Esta situação é sugerida para o 5º ano.

Solução:

a) É a Itália, que gasta 12 bilhões de litros por ano.

b) EUA: 31 000 000 000
México: 20 500 000 000
China: 16 500 000 000
Brasil: 12 500 000 000
Itália: 12 000 000 000

c) I. 20,5 bilhões − 16,5 bilhões = 4 bilhões ou
20 500 000 000 − 16 500 000 000 = 4 000 000 000
O México consome 4 bilhões de litros a mais do que a China.
II. O valor posicional do 2 em 12 500 000 000 é 2 bilhões ou 2 000 000 000.
III. A Itália, pois 16,5 bilhões − 4,5 bilhões = 12 bilhões.
IV. 31 bilhões + 20,5 bilhões = 51,5 bilhões.
EUA e México consomem, juntos, 51,5 bilhões de litros por ano.

4) **As mesas do restaurante**

Nesta situação-problema exploramos o raciocínio lógico e as operações com números naturais. Ela é sugerida para o 4º ou o 5º ano.

Solução:

Inicialmente Daniel coloca 2 pratos em cada uma das mesas e com isso utiliza 58 pratos ($29 \times 2 = 58$).

Fazendo $80 - 58 = 22$, vemos que sobram 22 pratos para serem colocados nas mesas de 4 pratos, que são 11, pois $22 \div 2 = 11$.

Logo, existem 11 mesas para 4 pessoas e 18 mesas para 2 pessoas ($29 - 11 = 18$).

Verificação:

$11 + 18 = 29$ mesas e $4 \times 11 + 2 \times 18 = 44 + 36 = 80$ pratos.

5) **Ladrilhando a cozinha**

Esta situação é sugerida para o 3º ano em diante. Nela trabalham-se as operações com números naturais e a visualização no plano.

Solução:

Total de ladrilhos: $9 \times 7 = 63$

Ladrilhos brancos: $3 \times 4 = 12$

Ladrilhos cinza: $63 - 12 = 51$

Quantia gasta: $12 \times 2 + 51 \times 3 = 24 + 153 = 177$

Resposta: Na compra dos ladrilhos foi gasta a quantia de R$ 177,00.

6) **Arte com figuras planas**

Estimule a criatividade dos alunos propondo situações como esta. Esta situação envolve o conteúdo de regiões planas e é sugerida para o 4º ou o 5º ano.

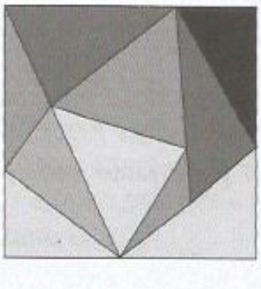
Solução:

a) Na figura II temos uma região quadrada decomposta em 11 regiões retangulares.

   Na figura III temos uma região quadrada decomposta em 7 regiões quadradas.

b) Resposta pessoal.

   Um exemplo:



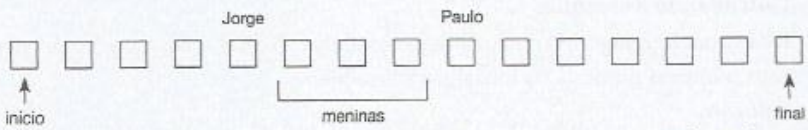
7) **A gincana**

Nesta situação-problema exploram-se os números ordinais. Ela é sugerida para o 4º ou o 5º ano.

Solução:

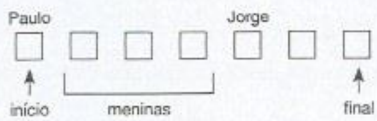
A equipe de Marisa tem 8 alunos.

Observação: Este problema, dependendo dos valores apresentados, pode ter duas soluções. Por exemplo, se Jorge é o 5º aluno contando do início e Paulo é o 7º aluno contando do final, temos:



total: 15 alunos

ou



total: 7 alunos

8) **Concurso na TV**

Aqui exploramos as ideias matemáticas de fração e porcentagem. Esta atividade é indicada para o 5º ano.

Solução:

$36 \div 3 = 12$; inicialmente houve 12 opções para **A**, 12 para **B** e 12 para **C**.

$\frac{2}{3}$ de $12 = 8$ e $\frac{1}{4}$ de $12 = 3$

Escolheram **A**: $12 + 8 = 20$

Escolheram **B**: $12 - 8 + 3 = 7$

Escolheram **C**: $12 - 3 = 9$

Erraram: $20 + 7 = 27$; 27 em $36 = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$

Logo, foram eliminados 27 participantes nessa pergunta, que correspondem a 75% dos participantes.

9) **Colocando combustível**

Esta situação-problema envolve as operações com os números decimais e é sugerida para o 5º ano.

Solução:

a) $30 \times 2{,}15 = 64{,}50$; total a pagar: R$ 64,50.

b) $54{,}50 \div 25 = 2{,}18$; preço por litro: R$ 2,18.

c) $45 \div 2 = 22{,}5$; número de litros: 22,5 l.

10) **Nota fiscal – garantia da compra**

Solução:

Custo do cimento: $3 \times 10 = 30$ (R$ 30,00)

Custo da argamassa: $4 \times 6{,}50 = 26$ (R$ 26,00)

Total (sem desconto): $30 + 26 = 56$ (R$ 56,00)

Desconto: 5% de 56: $\frac{1}{20}$ de $56 = 2{,}80$ (R$ 2,80)

Total a pagar: $56{,}00 - 2{,}80 = 53{,}20$ (R$ 53,20)

11) **Matemática e escultura**

O conteúdo explorado nesta atividade envolve sólidos geométricos e visualização espacial. Ela é indicada para o 4º ou o 5º ano.

Solução:

Peças brancas: 2 camadas de B_1: $2 \times 1 = 2$ peças

2 camadas de B_2: $2 \times (5 + 3 + 3 + 1 + 1) = 2 \times 13 = 26$ peças

1 camada de B_3: $9 + 7 + 7 + 5 + 5 + 3 + 3 + 1 + 1 = 41$ peças

Total de peças brancas: $2 + 26 + 41 = 69$ peças

Peças pretas: 2 camadas de P_1: $2 \times (3 + 1 + 1) = 10$ peças

2 camadas de P_2: $2 \times (7 + 5 + 5 + 3 + 3 + 1 + 1) = 50$ peças

Total de peças pretas: $10 + 50 = 60$ peças

Resposta: Total de peças usadas na escultura: $69 + 60 = 129$ peças.

12) **Compras na quitanda**

Esta situação-problema explora a interpretação de tabelas e números decimais. Ela é sugerida para o 5º ano.

Solução:

a) Quitanda do Lago: $1{,}5 \times 3{,}50 = 5{,}25$; $2 \times 1{,}15 = 2{,}30$; $3{,}50 \div 2 = 1{,}75$

$0{,}70 + 5{,}25 + 2{,}30 + 1{,}75 = 10{,}00$

Quitanda da Vila: $1{,}5 \times 3{,}00 = 4{,}50$; $2 \times 1{,}25 = 2{,}50$; $3{,}40 \div 2 = 1{,}70$

$0{,}80 + 4{,}50 + 2{,}50 + 1{,}70 = 9{,}50$

Gastará menos na Quitanda da Vila.

b) $10{,}00 - 9{,}50 = 0{,}50$; 0,50 em $10{,}00 = \dfrac{0{,}50}{10{,}00} = \dfrac{5}{100} = 5\%$
Ela vai economizar 5%.

c) $1{,}5 \times 3{,}00 = 4{,}50$; $2 \times 1{,}15 = 2{,}30$; $3{,}40 \div 2 = 1{,}70$
$0{,}70 + 4{,}50 + 2{,}30 + 1{,}70 = 9{,}20$
Gastaria R$ 9,20.

13) **Modelos de automóvel**

Esta situação-problema explora grandezas e medidas, frações, números decimais e porcentagem. É indicada para o 5º ano.

Solução:

a) I. 1 043 kg
II. 500 litros ou 48 litros
III. 12,2 segundos
IV. 540 km (3 × 180)
V. Ambos são fabricados no Brasil; o tipo do motor.

b) 25% de $36\,600 = \dfrac{1}{4}$ de $36\,600 = 9\,150$

$36\,600 - 9\,150 = 27\,450$
$27\,450 \div 5 = 5\,490$
O valor de cada prestação é R$ 5 490,00.

c) Para encher o tanque de **A**: 44 × R$ 2,70 = R$ 118,80
Para encher o tanque de **B**: 48 × R$ 2,70 = R$ 129,60
R$ 129,60 – R$ 118,80 = R$ 10,80
Gastava-se mais para encher o tanque do modelo **B** (48 > 44). Para encher o tanque do modelo **B** gastava-se R$ 10,80 a mais.

14) **Caixas de supermercado**

Aqui são trabalhados os conteúdos: múltiplos, divisores, dinheiro, operações com números naturais e interpretação de tabelas. A situação-problema é sugerida para o 5º ano.

Solução:

a)

2 reais R$ 2,00	5 reais R$ 5,00	10 reais R$ 10,00
20 reais R$ 20,00	50 reais R$ 50,00	100 reais R$ 100,00

b) Pode conter cédulas de R$ 2,00, de R$ 5,00 ou de R$ 10,00.
Justificativa: 70 é múltiplo de 2, de 5 e de 10 e não é múltiplo de 20, de 50, nem de 100 ou 2, 5, 10 são divisores de 70 e 20, 50 e 100 não são divisores de 70.

c) Não, porque 123 não é múltiplo de 5, ou porque 5 não é divisor de 123.

d)

Quantidade de cédulas	Tipo de cédula	Quantia total
5	R$ 20,00	R$ 100,00
27	R$ 5,00	R$ 135,00
15	R$ 2,00	R$ 30,00
20	R$ 10,00	R$ 200,00
8	R$ 50,00	R$ 400,00
7	R$ 100,00	R$ 700,00

e) I. 15 é divisor de 30
II. 2 é divisor de 30
III. 30 é múltiplo de 15
IV. 30 é múltiplo de 2

15) **A praça**

Esta situação-problema aborda os conteúdos: ângulos, circunferências e escala. Ela é sugerida para o 5º ano.

Solução:

a) I. (F) VI. (V)
II. (V) VII. (V)
III. (V) VIII. (F)
IV. (V) IX. (V)
V. (V) X. (V)

b) A escala é de 1 cm para 18 m.
Medindo $\overline{CE}$ no desenho, obtemos 4 cm.
Se 4 cm no desenho correspondem a 72 m na realidade, então a escala é de 1 cm para 18 m, pois $72 \div 4 = 18$.

c) A distância real de B a F é de 54 m.
Medindo $\overline{BF}$ no desenho, obtemos 3 cm.
Como cada centímetro corresponde a 18 m, fazemos $3 \times 18 = 54$ m.

Referências bibliográficas

BERNARD, J. "Creating problem and solving experiences with ordinary arithmetic process", *Arithmetic Teacher*, 30(1), p. 52-3, set. 1982.

BRANSFORD, J.; STEIN, B. S. *The ideal problem solver: a guide for improving thinking learning and creativity*. Nova York: W. H. Freeman, 1984.

BURNS, M. "How to teach problem solving", *Arithmetic Teacher*, 29(4), p. 46-8, fev. 1982.

CARPENTER, T. P. *Heuristic strategies used to solve addition and subtraction problems*. Berkeley, California: Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 1980. p. 317-21.

_________. "Cognitive development and children's solution to verbal arithmetic problems", *Journal for Research in Mathematics Educational*, 12, p. 83-98, 1982.

CLAXTON, G. *Live and learn — An introduction to the psychology of growth and change in everyday life*. Londres: Harper & Row, 1984.

DANTE, L. R. *Incentivando a criatividade através da Educação Matemática*. São Paulo: PUC, 1980. Tese de doutorado.

_________. "Algoritmos e suas implicações educativas", *Revista de Ensino de Ciências*, São Paulo, Fundec 12, p. 29-34, 1985.

_________. "Uma proposta para mudanças nas ênfases ora dominantes no ensino da Matemática", *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, SBM, 6, p. 32-5, 1985.

DEWEY, J. *Como pensamos*. São Paulo: Nacional, 1979. (Atualidades Pedagógicas.)

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L' ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES – IREM. *Le livre du problème*. 12. ed. Paris: Cedic, 1976. 5v.

JACOBS, J. E. "One point of view: preparing teachers to teach problem solving", *Arithmetic Teacher*, 31(4), p. 1, dez. 1983.

JUNTUNE, J. "Project Reach: a teacher training program for developing creative thinking skills in students", *Gifted Child Quarterly*, 23, p. 461-471, 1979.

KRULIK, S.; REYS, R. (org.) *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.

________; RUDNICK, J. A. *Problem solving: handbook for teachers*. Boston: Allyn and Bacon, 1980.

________. "Teaching problem solving to preservice teachers", *Arithmetic Teacher*, 29(6), p. 42-5, fev. 1982.

LEBLANC, J. F. "Elementary teacher education focus: problem solving", *Arithmetic Teacher*, 31(3), p. 8-10, nov. 1983.

LESTER JR., F. "You can teach problem solving", *Arithmetic Teacher*, 25(2), p. 16-20, nov. 1977.

________; CHARLES, R. *Teaching problem solving: what, why, and how*. Nova York: Dale Seymour Publications, 1982.

LIMA, E. L. *Matemática e ensino*. Rio de Janeiro: SBM, 2001. Coleção Professor de Matemática.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. "Problem solving in school mathematics", *1980 Yearbook*, Reston, Virgínia, 1980.

________. "Recommendation I: Problem solving must be the focus of school mathematics in the 1980s", *An Agenda for Action*, Reston, Virgínia, 1980.

NOLLER, R. B. *Mentoring: a voiced scarf — An experience in creative problem solving*. Buffalo, NY: Bearly Limited, 1982.

OCKENGA, E.; DUEA, J. "Classroom problem solving with calculators", *Arithmetic Teacher*, 35(6), p. 50-1, fev. 1988.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. *Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, 1998.

PELLEREY, M. "Rôle des problèmes dans l'éducation mathématique", *Mathématique et Pédagogie*, 16, p. 5-12, mar./abr. 1978.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

________. *Mathematical discovery*. Nova York: John Wiley & Sons, 1981. 2v.

________. *Mathematics and plausible reasoning*. Nova Jersey: Princeton University Press, 1954. 2v.

POZO, J. I. (org.) *A solução de problemas*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RENZULLI, J. S. "What makes a problem real: stalking the illusive meaning of quantitative differences in gifted education", *Gifted Child Quarterly*, 26, p. 147-156, 1982.

________; CALLAHAN, C. "Developing creativity training exercises", *Gifted Child Quarterly*, 19, p. 38-45, 1975.

SCHMALZ, R. S. P. "Classroom activities for problem solving", *Arithmetic Teacher*, 29(1), p. 42-3, set. 1981.

SCHOENFELD, A. H. Heuristics in the classroom. In: "Problem solving in school mathematics", *1980 Yearbook*, Reston, Virgínia, p. 9-22, 1980.

________. *Mathematical problem solving*. Florida: Academic Press, 1985.

SILVER, E. A. (ed.) *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives*. Nova Jersey: Lawrence Erlbaum, 1985.

SLESNICK, T. "Problem solving: some thoughts and activities", *Arithmetic Teacher*, 31(7), p. 34-41, mar. 1984.

SOWDER, L. "The looking-back step in problem solving", *Mathematics Teacher*, 34(2), p. 511-3, out. 1986.

STIFF, L. "Understanding word problems", *Mathematics Teacher*, 33(7): 163-5, mar. 1986.

TORRANCE, E. P. "Teaching creative and gifted learners". In: WITTROCK, M. C. (ed.), *Handbook of research on teaching*. Nova York: Macmillan Press, 1986. p. 630-647.

________; TORRANCE, J. P. *Pode-se ensinar criatividade?* São Paulo: E.P.U., 1974.

WERTHEIMER, M. *Productive thinking*. Chicago: University Press, 1945.

WRIGHT, J.; STEVENS, N. K. "Improving verbal problem solving performance", *Arithmetic Teacher*, 31(2), p. 40-2, out. 1983.

Sobre o autor

Luiz Roberto Dante

- Licenciado em Matemática (Unesp – Rio Claro).
- Mestre em Matemática (USP – São Carlos).
- Doutor em Psicologia da Educação: Ensino da Matemática (PUC-SP).
- Livre-docente em Educação Matemática (Unesp – Rio Claro).
- Professor do ensino fundamental e médio.
- Professor adjunto efetivo do Departamento de Matemática (Unesp – Rio Claro).
- Pesquisador em Ensino e Aprendizagem da Matemática.
- Criador e coordenador do Mestrado em Educação Matemática (Unesp – Rio Claro).
- Consultor científico da Fapesp e da Capes para assuntos relacionados com ensino e aprendizagem da matemática.
- Secretário executivo do Comitê Interamericano de Educação Matemática – CIAEM (1979-1987).
- Membro do Grupo Técnico (GT) do Subprograma Educação para Ciência – Capes – MEC – PADCT (1985-1987).
- Presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM (1991-1992).
- Vice-presidente do Conselho Estadual de Educação do Estado de São Paulo (1997-1998).
- Conferencista e participante de congressos e cursos em 13 países.

textualizadas — afinal, a utilização de elementos do cotidiano e do universo cultural das crianças favorece o aprendizado e as deixa mais atentas e interessadas na matéria.

Resultado de longa experiência do autor com o ensino e a aprendizagem da matemática nas escolas, esta obra é bastante útil aos alunos de licenciatura e a todos os profissionais que têm a difícil, porém gratificante, tarefa de ensinar a matemática nos primeiros anos do ensino fundamental.

Luiz Roberto Dante é doutor em Psicologia da Educação: Ensino da Matemática pela PUC-SP e livre-docente em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro. Professor adjunto efetivo do Departamento de Matemática da Unesp, ministra cursos e palestras sobre aprendizagem e ensino da matemática para professores do ensino fundamental e médio e é autor de diversos livros didáticos, também publicados pela Editora Ática.

O professor que leciona matemática no ensino fundamental sabe que não dispõe de bons livros de estudo e consulta, muito menos obras que abordem especificamente a proposição de problemas, tão importantes para o desenvolvimento dos conceitos da disciplina e do raciocínio das crianças.

Esta obra, do renomado professor Luiz Roberto Dante, preenche justamente essa lacuna. Trata-se de uma edição revista e ampliada do consagrado *Didática da resolução de problemas de matemática*, com nova diagramação e novos capítulos sobre situações-problema contextualizadas. O autor aborda sobretudo o modo adequado de propor problemas e envolver as crianças em sua resolução. São mais de cem exemplos, muitos deles acompanhados de ilustrações.

Indicado para professores do ensino fundamental do 1º ao 5º ano e para estudantes dos cursos de licenciatura em Matemática, Pedagogia e Normal Superior, este livro representa uma valiosa contribuição para melhorar a prática da matemática em sala de aula.

ISBN 978-85-08-13542-4