UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA/ FACET

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA/ 2022

DISCIPLINA: HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

DOCENTE: PROF. OSVALDO BARROS

Discente: Alerson Diniz
Ana Paula Pereira
Denize Teles
Gracilene
Jamile Nogueira
Josinete Vilaça
Juliana Marciel
Mª Ortencia Gonçalves
Vanderleia Martins

ABAETETUBA – PA 2024

Resumo

Lendas sobre o início da matemática na Grécia

Os primeiros matemáticos gregos praticavam uma geometria baseada em cálculos de medidas, como outros povos antigos. Não há, contudo, uma documentação confiável que possa estabelecer a transição da matemática mesopotâmica e egípcia para a grega. Essa é, na verdade, uma etapa na construção do mito de que existiria uma matemática geral da humanidade. O pensamento racional ganhou impulso nesse novo tipo de organização. Os filósofos da escola de Mileto e posteriormente, os pitagóricos e os sofistas, formularam pensamentos para explicar a formação do universo não mais com mitos entre homens e deuses definiam o mundo, mas com elementos possíveis de racionalidade, como a água, o ar, o número. A partir do final do século V a.E.C. Em um mundo no qual as opiniões se multiplicavam, era necessário distinguir os argumentos, estabelecer critérios para decidir quem tinha razão. A partir daí, forjou-se um tipo de diálogo, que foi a primeira forma do que passou a chamar de filosofia. Sócrates usava muito o modo de argumentação, chamado "dialética", que se serve das ideias para ultrapassar as opiniões. Mas tarde, Aristóteles desenvolverá uma lógica na qual os critérios de verdade estarão mais ligados. Em outras palavras, em uma cadeia de conclusões, sem que haja contradições no interior do raciocínio. As evidências mostram que havia uma matemática grega antes dos pitagóricos. Em meados desse século, tal prática parecia estar no centro dos interesses dos principais pensadores, pois muitos deles se conectavam com questões matemáticas, caso de Anaxágoras, Hípias e Antifonte. O estudo crítico sobre a matemática dos pitagóricos deixou uma lacuna na história da matemática desse período. Se o matemático mais conhecido do século V a.E.C., Hipócrates de Quios, não era herdeiro de Pitágoras, de onde veio sua matemática? Os escritos de Platão são ficcionais, mas podemos deduzir, também a partir de outras fontes, uma intensa prática geométrica na primeira metade do século IV a.E.C. Diversos atenienses parecem ter participado de um debate sobre o papel da matemática na formação geral dos gregos, bem como em contextos mais específicos, nos quais podemos falar de praticantes da geometria. Nesse sentido, não sabemos exatamente se a Academia de Platão contribuiu para o desenvolvimento efetivo da matemática, fornecendo novas técnicas e ferramentas, ou se teve um papel mais reflexivo, de cunho filosófico, investigando os fundamentos e a metodologia da matemática já existente a maior parte de nosso conhecimento sobre as contribuições da escola pitagórica vem de Aristóteles. Se analisarmos de perto a filosofia atribuída a essa escola, veremos que não é tão simples identificar aí as raízes do ideal platônico obtido por meio da abstração. Começaremos por descrever a concepção particular de número da escola pitagórica, bem como alguns princípios básicos de sua filosofia. Nosso objetivo é mostrar que, se existiu uma "matemática pitagórica", tratava-se de uma prática bastante concreta, em um sentido que será precisado ao longo deste capítulo, e não deve estar relacionada ao pensamento abstrato que costumamos

associar à matemática grega. Um de nossos principais objetivos, aqui, é desconstruir os mitos envolvidos na chamada “crise dos incomensuráveis”. Essa tese tem origem em obras já ultrapassadas que constituem um exemplo paradigmático de um modo de fazer história da matemática – hoje contestado – baseado em pressupostos modernos sobre a natureza dessa disciplina. As narrativas sobre o suposto escândalo provocado pela descoberta dos incomensuráveis citam também os paradoxos de Zenão, por isso descreveremos brevemente seus enunciados, mostrando que estes tinham um fim filosófico e não matemático. Os pitagóricos, contudo, embora sejam vistos como os primeiros a considerar o número do ponto de vista teórico, e não apenas prático, não possuíam, de fato, uma noção de número puro. Diferentemente de Platão, os pitagóricos não admitiam nenhuma separação entre número e corporeidade, entre seres corpóreos e incorpóreos. Logo, não é lícito dizer que o conceito pitagórico de número fosse abstrato. De certo ponto de vista, dado seu caráter espacial e concreto, poderíamos afirmar que os números pitagóricos não eram os objetos matemáticos que conhecemos hoje, isto é, entes abstratos. Os números figurados dos pitagóricos eram constituídos de uma multiplicidade de pontos que não eram matemáticos e que remetiam a elementos discretos: pedrinhas organizadas segundo uma determinada configuração. O ímpar e o par representavam o limitado e o ilimitado. A união do ímpar e do par, análoga a um casamento, teria sido responsável pela origem do mundo. O limitado, princípio positivo, macho, e o ilimitado, fêmea, existiam antes de qualquer coisa. De seu casamento, surgiu o Um, que não é um número. O Um é ao mesmo tempo par e ímpar, ser bissexuado a partir do qual os outros números se desenvolveram. O par e o ímpar são elementos dos números e na conjugação limitado-ilimitado está a oposição cósmica primordial por trás do mundo, expresso em números. todo número quadrado é a soma de dois números triangulares sucessivos.

Matemática e filosofia pitagórica

Temos notícia de que a ciência matemática era dividida, primeiramente, em duas partes: uma que tratava dos números; outra, das grandezas. Cada uma era subdividida em duas outras partes: a aritmética estudava as quantidades em si mesmas; a música, as relações entre quantidades; a geometria, as grandezas em repouso; e a astronomia, as grandezas em movimento inerente. O conhecimento sobre esse aspecto da doutrina pitagórica vem da Metafísica de Aristóteles, que viveu aproximadamente dois séculos depois dos pitagóricos e pretendia usar suas teses para criticar Platão. Para Aristóteles, a filosofia pitagórica, que teria pontos em comum com o platonismo, parte de uma semelhança estrutural vaga entre coisas e números para afirmar que as coisas imitam os números. Para compreender a verdadeira natureza das coisas existentes, explica Aristóteles, os pitagóricos se voltavam para os números e as razões das quais todas as coisas são feitas. Nada podia ser conhecido sem os números. Tanto as quantidades quanto as grandezas deviam ser finitas e limitadas afim de servirem de objeto para a ciência, uma vez que o infinito e o
ilimitado, segundo os pitagóricos, não convinham ao pensamento. Ainda segundo Aristóteles, deve-se a algum membro da escola pitagórica a doutrina das duas colunas.

A coluna da esquerda deve ser entendida como a do “melhor”. A inclusão do Movimento na coluna da direita, a que se refere a tudo que é ilimitado, deve-se ao fato de que os princípios nessa coluna são negativos, ou indefinidos. Esse aspecto da filosofia pitagórica era destacado por Aristóteles para fundamentar sua conclusão de que há uma linha de continuidade entre pitagóricos e platônicos. De fato, ele usava essa tabela de opostos para criticar a separação binária platônica segundo a qual, de um lado, temos o igual, imóvel e harmônico e, de outro, o desigual, movente e desarmônico.

Não há um teorema “de Pitágoras”, e sim triplas pitagóricas

O enunciado mais famoso associado ao nome de Pitágoras é o teorema que estabelece uma relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo: “O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.” Hoje se sabe que essa relação era conhecida por diversos povos mais antigos do que os gregos e pode ter sido um saber comum na época de Pitágoras. No entanto, não é nosso objetivo mostrar que os pitagóricos não foram os primeiros na história a estabelecer tal relação. O objetivo é investigar de que modo esse resultado podia intervir na matemática praticada pelos pitagóricos, com as características anteriormente descritas. Burkert afirma que o teorema “de Pitágoras” era um resultado mais aritmético que geométrico.

Não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas. O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros. Essas triplas são constituídas por números

inteiros que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo. Provavelmente, os pitagóricos chegaram a essas triplas por meio do gnomon, que era sinônimo de números ímpares, formados pelas diferenças entre números quadrados sucessivos.

Por exemplo, para obter o 4 a partir do 1, adicionamos o gnomon de três pontos; para obter o 9 a partir do 4, adicionamos o próximo gnomon, que é o próximo número ímpar, 5. Seguindo esse procedimento, chega-se a uma figura na qual o gnomon também é um número quadrado, constituído por nove pontinhos. Obtém- se, assim, a igualdade 16 + 9 = 25, que dá origem à primeira tripla pitagórica: (3, 4, 5). Chegamos à estranha conclusão de que o famoso teorema “de Pitágoras” era, para a escola pitagórica, um resultado aritmético e não geométrico, cujo significado ia além do estritamente matemático. Ao que parece, os pitagóricos estavam interessados na relação “aritmética” expressa pelas triplas em um sentido particular. Logo, pelo contexto em que esse resultado intervém, não é possível dizer que o conhecimento aritmético das triplas pitagóricas seja o exato correlato do teorema geométrico atribuído a Pitágoras, daí as aspas empregadas aqui ao falarmos do teorema “de Pitágoras”. Não se sabe, contudo, se no meio grego da época de Pitágoras eram conhecidas outras provas a partir de uma teoria das razões e proporções simples. A noção de razão na matemática grega antes de Euclides.

Euclides apresenta dois tipos de teoria das razões e proporções. Há uma versão no livro VII que pode ser aplicada somente à razão entre inteiros e é atribuída aos pitagóricos. A definição contida aí é usada para razões entre grandezas comensuráveis. A segunda versão, presumidamente posterior à primeira, está no livro V e é atribuída ao matemático platônico Eudoxo. Essa última teoria das razões e proporções é bastante sofisticada e se aplica igualmente a grandezas comensuráveis e incomensuráveis. O historiador americano W. Knorr contesta a tese de que a primeira versão da teoria das razões e proporções deva ser atribuída aos pitagóricos, ao menos no modo formal como ela é exposta nos Elementos. Segundo o autor, o

desenvolvimento formal da matemática deve ter se iniciado com os trabalhos de Teeteto, no início do século IV a.E.C. O conceito de razão encerra a ideia de comparação de tamanhos. Portanto, qualquer tipo de comparação entre grandezas pode ser encarada como uma teoria sobre razões. Há diversos exemplos pré-euclidianos envolvendo a comparação de grandezas.
Os poucos registros que temos da obra desse "geômetra" (talvez aqui já possamos designá-lo desse modo) trazem exemplos envolvendo razões entre medidas de figuras geométricas. Acredita-se que Hipócrates tenha sido o autor da primeira obra escrita em um livro de "elementos", ou seja, com a apresentação sistemática da geometria. Infelizmente, poucos fragmentos sobreviveram.

A palavra antifairese vem do grego e significa, literalmente, "subtração recíproca". Na álgebra moderna, o procedimento é semelhante ao conhecido como "algoritmo de Euclides" e sua função é encontrar o maior divisor comum entre dois números. O método da antifairese descreve uma série de comparações. Por exemplo, podemos pedir a um aluno que compare duas pilhas de pedras. Se a primeira tem 60 e a segunda, 26, concluímos que: 1) da primeira pilha com 60 pedras é possível subtrair duas vezes a pilha com 26 pedras, e ainda resta uma pilha com 8 pedras; 2) da pilha com 26 pedras é possível subtrair três vezes a pilha com 8 pedras, e ainda resta uma pilha com 2 pedras; 3) por fim, a pilha com 2 pedras cabe, exatamente, quatro vezes na pilha com 8 pedras. A sequência "duas vezes, três vezes e quatro vezes exatamente" representa o número de subtrações que se pode fazer em cada passo. Podemos chamá-la de razão e usar a notação Ant (60, 26) = [2, 3, 4] para representar a razão antifairética 60:26. A escolha de grandezas que permitem uma representação finita por números inteiros nem sempre é possível. A possibilidade de existirem grandezas incomensuráveis não teria representado, assim, nenhum tipo de escândalo ou crise nos fundamentos da matemática grega. Ao contrário, sua existência seria uma circunstância positiva, pois teria sido responsável pelo desenvolvimento de novas técnicas matemáticas para lidar com razões e proporções. No período pré-euclidiano, conforme algumas fontes indicam, as grandezas eram classificadas como comensuráveis em comprimento ou em potência (mais especificamente, em quadrado). Esse estudo, que consta no livro X dos Elementos de Euclides, incluía um tratamento mais detalhado dos incomensuráveis e teria demandado uma nova técnica para comparar grandezas desse tipo. A técnica da antifairese, que já era conhecida para números, servia a esse propósito e pode ter fornecido um meio para a constituição de uma primeira teoria geral das razões. A partir da descoberta dos incomensuráveis, a identificação entre grandezas e números, de modo geral, se tornou problemática. Nesse caso, duas consequências relevantes merecem ser investigadas. A primeira é que isso talvez tenha produzido um divórcio entre o universo das grandezas e o universo dos números. Conforme Aristóteles: Para provar alguma coisa não se pode passar de um gênero a outro, isto é, não se pode provar uma proposição geométrica pela aritmética …. Se o gênero é diferente, como na aritmética e na geometria, não é possível aplicar demonstrações aritméticas a propriedades de grandezas.