



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
RUA Manoel de Abreu, s/n, Bairro: Mutirão, CEP: 68.440-000
Fone/Fax: (91) 37571131/37511107

Aula 03

Tópico III: (parte 1)

Lendas sobre o início da Matemática na Grécia;

- Os pitagóricos lidavam com os número?
- Matemática e filosofia pitagórica;
- Não há um teorema de Pitágoras e sim, triplas pitagóricas;
- A noção de razão na matemática grega antes de Euclides



Disciplina

História da Matemática

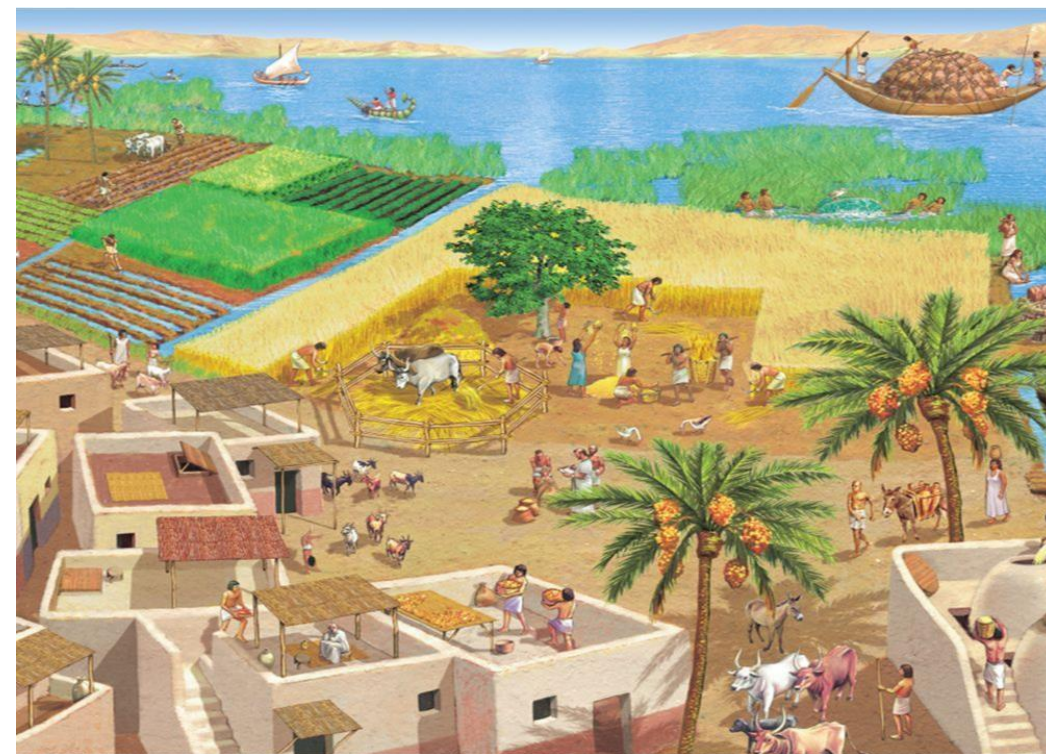


Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros

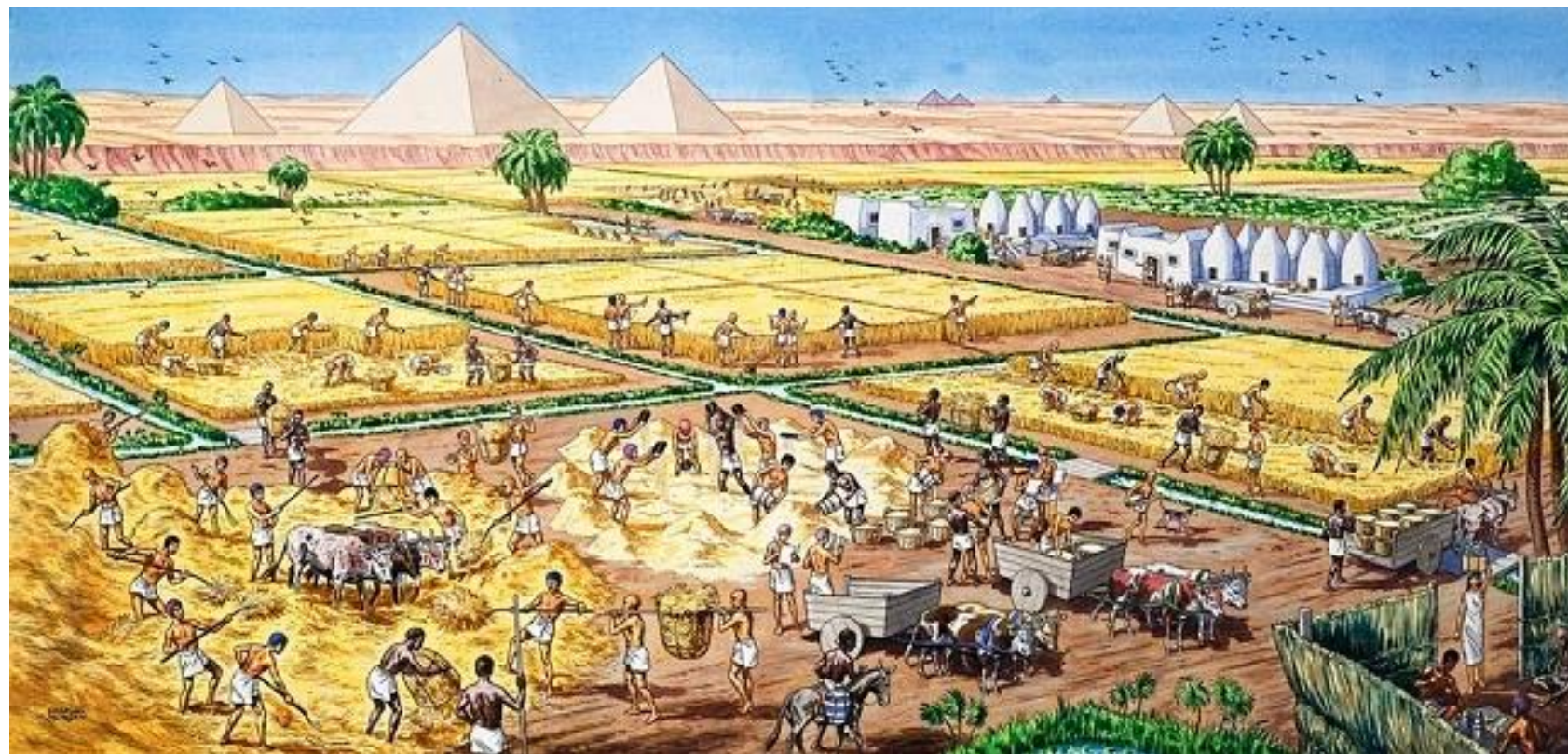
www.osvaldosb.com

2. Lendas sobre o início da matemática na Grécia

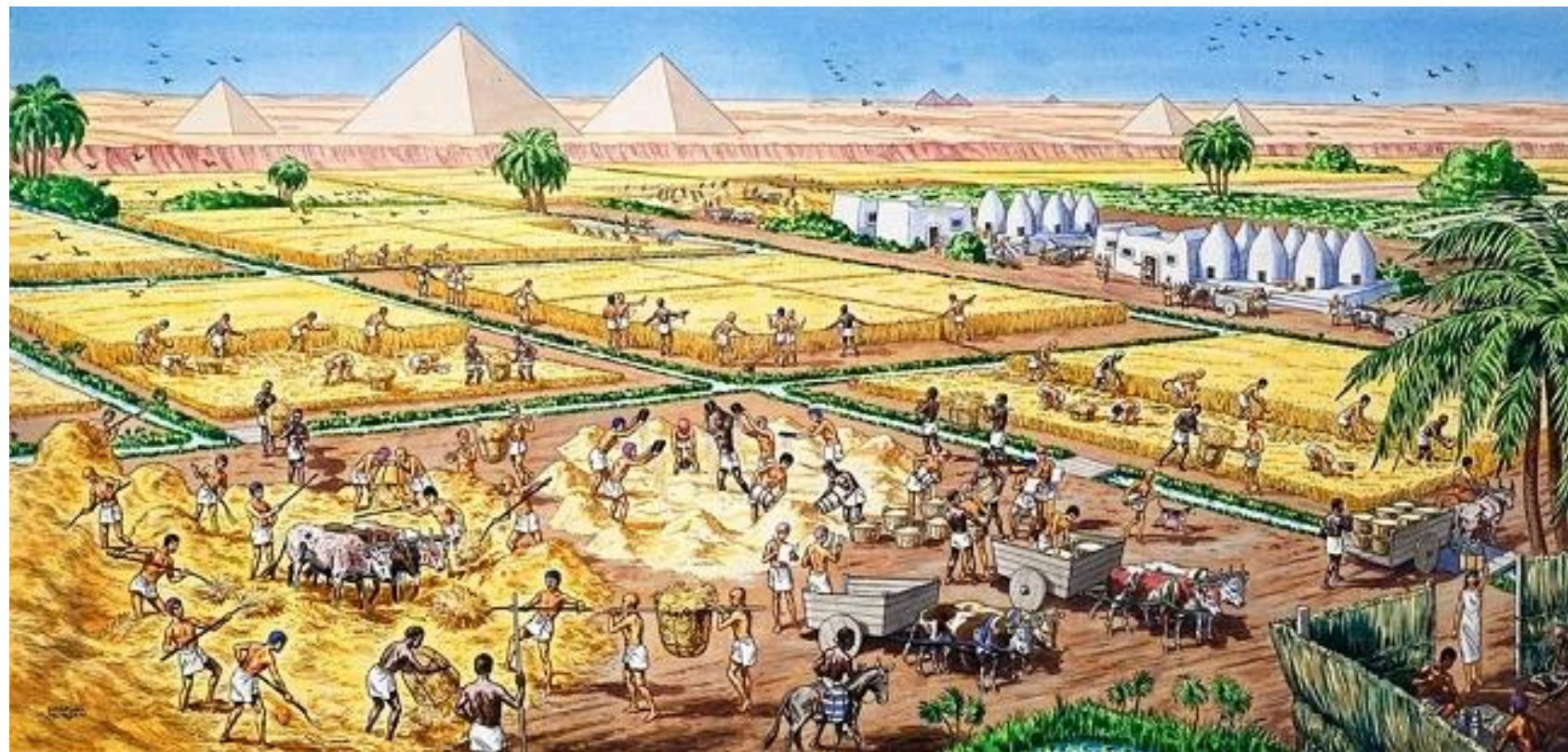
COMO VISTO NO CAPÍTULO 1, os mesopotâmicos e egípcios realizavam cálculos com medidas de comprimentos, áreas e volumes, e alguns de seus procedimentos aritméticos devem ter sido obtidos por métodos geométricos, envolvendo transformações de áreas.



O testemunho de Heródoto, que viveu no século V a.E.C., apresentado no segundo dos nove livros de suas Histórias,

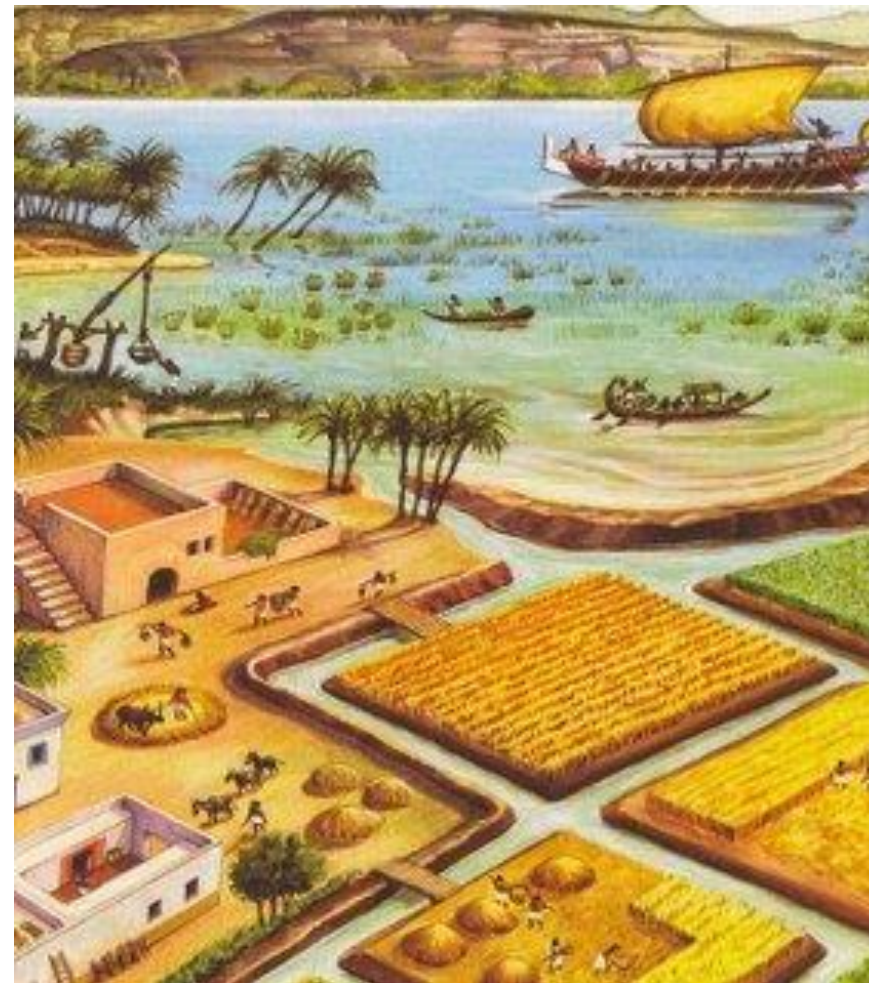


se insere em uma descrição dos costumes e das instituições de povos diversos e é parte das investigações sobre as causas das guerras entre gregos e bárbaros (pertencentes ao império persa).



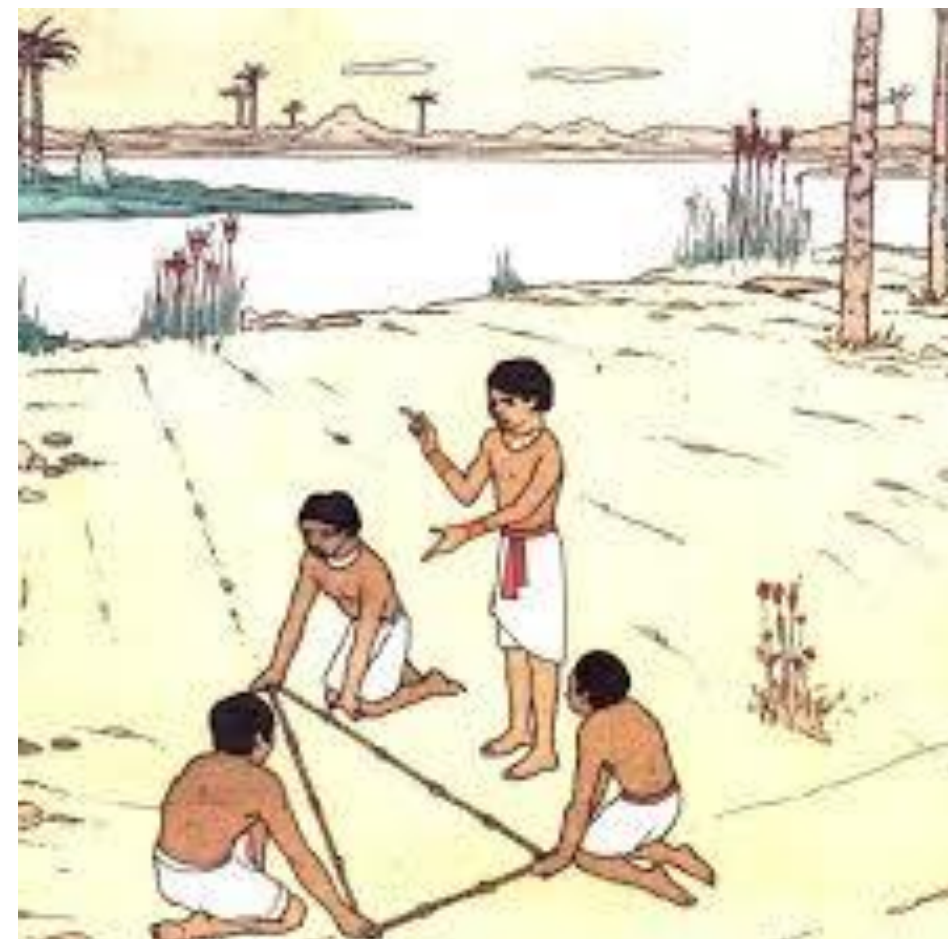
Esse segundo livro é inteiramente consagrado ao Egito e nele se encontra a menção à palavra grega “geometria”.

Os egípcios teriam revelado que seu rei partilhava a terra igualmente entre todos, contanto que lhe fosse atribuído um imposto na base dessa repartição.



Como o Nilo, às vezes, cobria parte de um lote, era preciso medir que pedaço de terra o proprietário tinha perdido, com o fim de recalcular o pagamento devido.

Conforme Heródoto, essa prática de agrimensura teria dado origem à invenção da geometria, um conhecimento que teria sido importado pelos gregos.

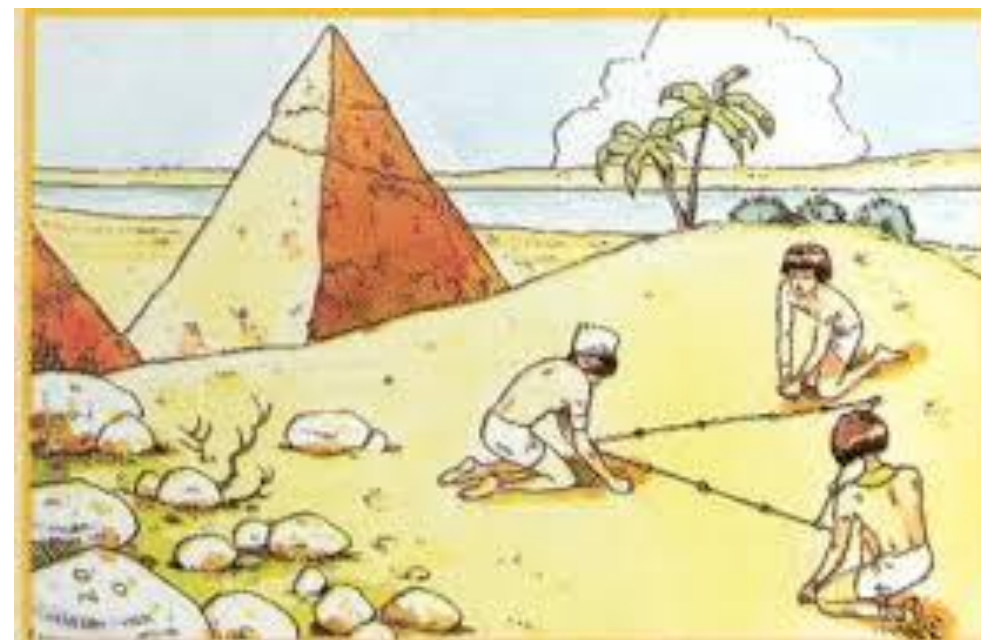


A palavra “geometria” pode ser traduzida, portanto, como “medida da terra”.

Vem daí a ideia de que seu surgimento está ligado à agrimensura.

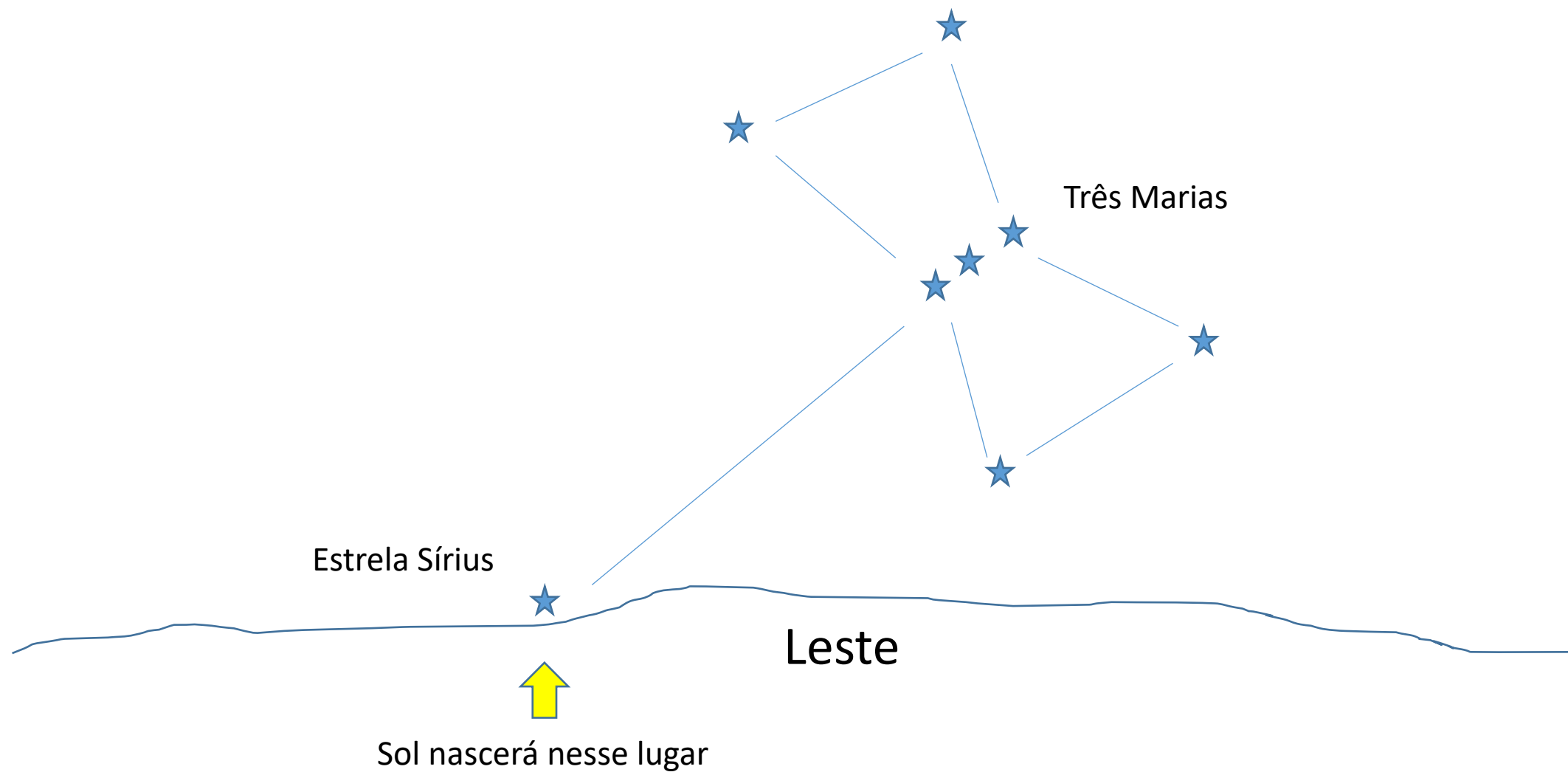
“A correlação entre matemática, números, equilíbrio e justiça, entre direito e cálculo, era lugar-comum nas sociedades antigas”, afirma o historiador da matemática grega Bernard Vitrac.

Mas que gregos teriam levado a geometria para a Grécia?



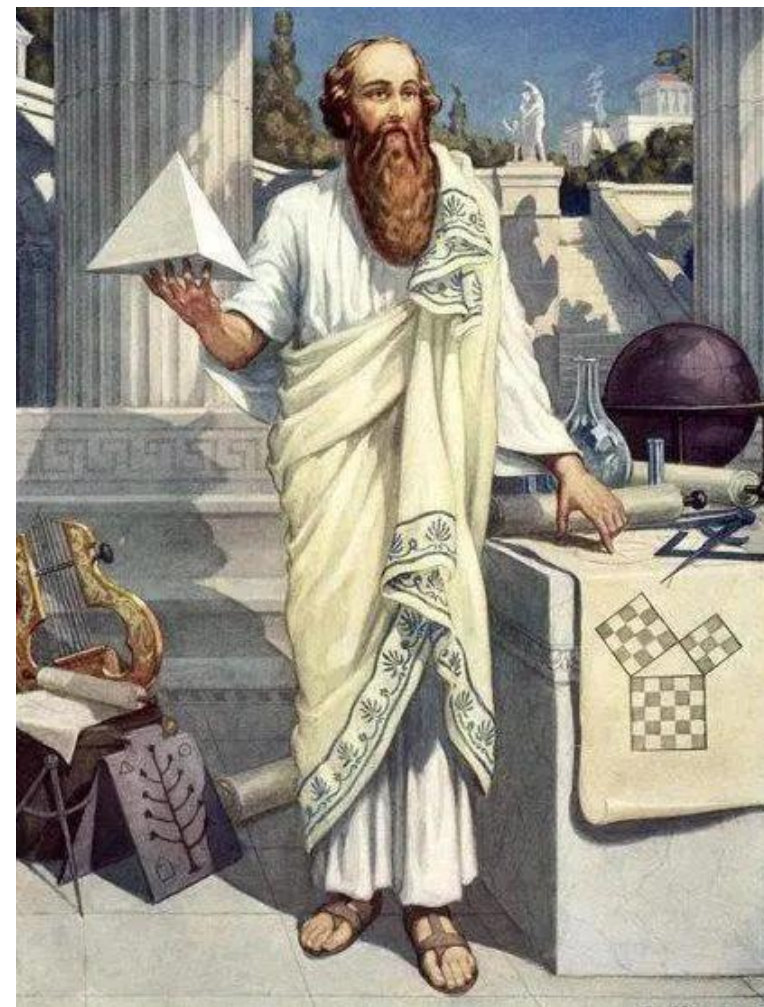
Astronomia





Os pitagóricos lidavam com números?

A Antiguidade tardia nos legou dois textos de pensadores neoplatônicos nos quais os feitos da matemática grega foram avaliados: um de Jâmblico, *De communi mathematica scientia* (Sobre o conhecimento matemático comum), e outro de Proclus, o primeiro prólogo ao seu Comentário sobre o primeiro livro dos Elementos de Euclides.

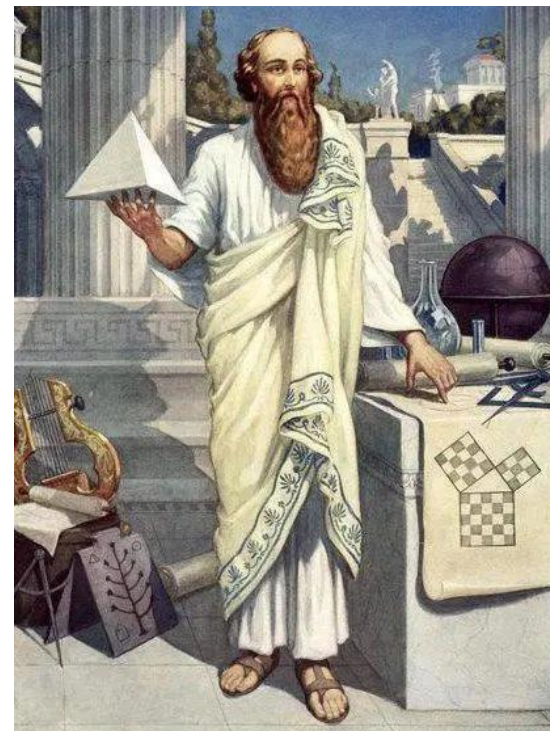


Os pitagóricos lidavam com números?

Jâmblico viveu entre os séculos III e IV da Era Comum, quando o elogio era uma prática corrente entre os estudiosos.

Sua obra não apresenta somente o que era o conhecimento matemático de então, visa também elogiar o tema e os pensadores abordados.

De communi mathematica scientia é o terceiro volume de uma obra maior, dedicada ao pitagorismo, De vita pythagorica (Sobre a vida pitagórica), na qual a matemática contribui para o elogio do homem Pitágoras.



Os pitagóricos lidavam com números?

O texto de Proclus contém passagens inteiras extraídas dessa obra de Jâmblico.

O testemunho mais citado sobre a existência de um matemático chamado Pitágoras é o “Catálogo dos geômetras”, de Proclus.



Os pitagóricos lidavam com números?

Afirma-se aí que Pitágoras transformou sua filosofia em uma forma de educação liberal, procurando derivar seus princípios de fontes superiores, de modo teórico.

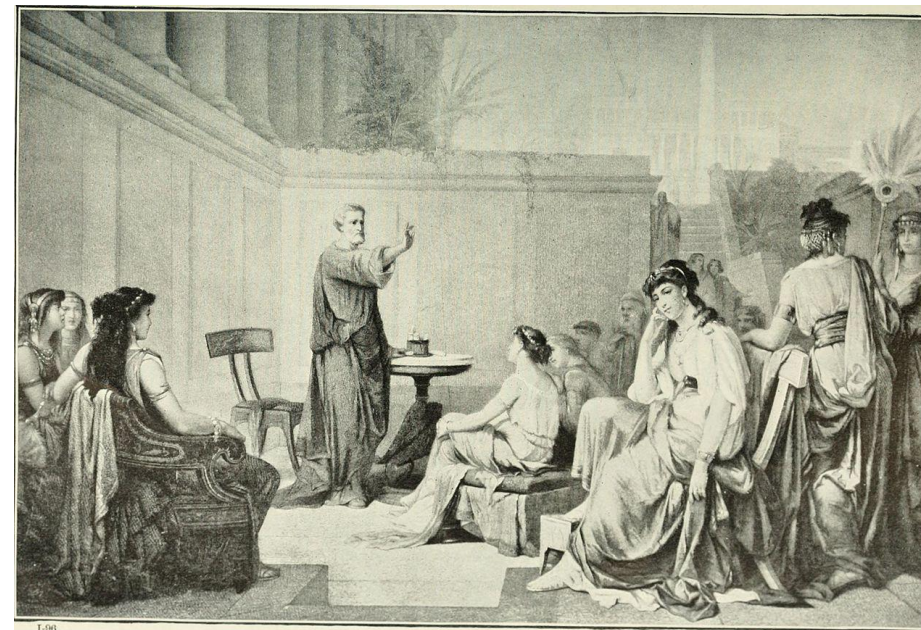
Esse catálogo, como vimos, pode ter sido inspirado em Eudemo, mas sobretudo em Jâmblico, uma vez que contém transcrições literais da obra deste último.



Os pitagóricos, contudo, embora sejam vistos como os primeiros a considerar o número do ponto de vista teórico, e não apenas prático, não possuíam, de fato, uma noção de número puro.

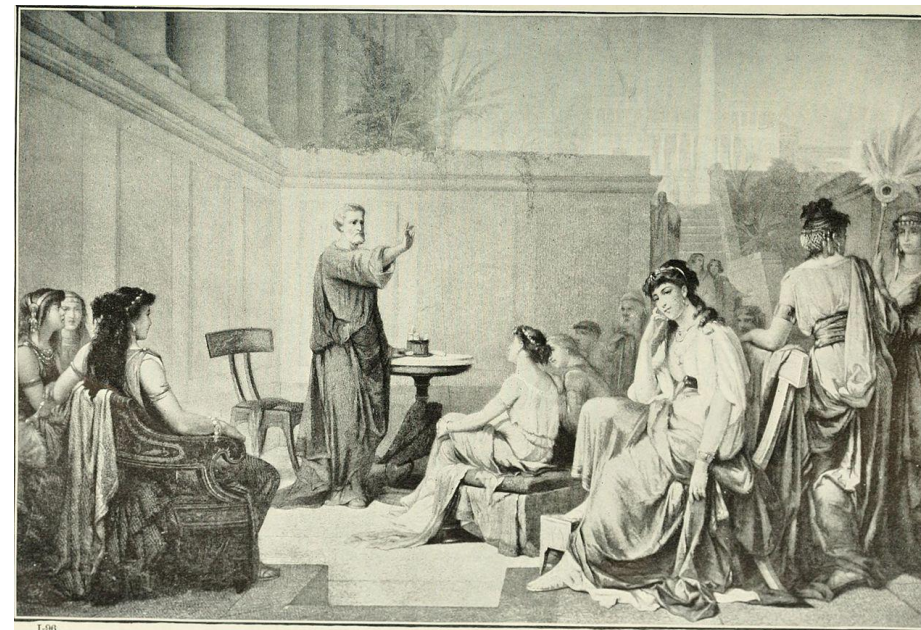
Diferentemente de Platão, os pitagóricos não admitiam nenhuma separação entre número e corporeidade, entre seres corpóreos e incorpóreos.

Logo, não é lícito dizer que o conceito pitagórico de número fosse abstrato.



De certo ponto de vista, dado seu caráter espacial e concreto, poderíamos afirmar que os números pitagóricos não eram os objetos matemáticos que conhecemos hoje, isto é, entes abstratos.

Os números figurados dos pitagóricos eram constituídos de uma multiplicidade de pontos que não eram matemáticos e que remetiam a elementos discretos: pedrinhas organizadas segundo uma determinada configuração.



O ímpar e o par representavam o limitado e o ilimitado.

A união do ímpar e do par, análoga a um casamento, teria sido responsável pela origem do mundo.

O limitado, princípio positivo, macho, e o ilimitado, fêmea, existiam antes de qualquer coisa.

De seu casamento, surgiu o Um, que não é um número.

O Um é ao mesmo tempo par e ímpar, ser bissexuado a partir do qual os outros números se desenvolveram.

O par e o ímpar são elementos dos números e na conjugação limitado-ilimitado está a oposição cósmica primordial por trás do mundo, expresso em números.



Todos os números, ou seres, teriam evoluído a partir do Um.

Os números eram divididos em tipos associados aos diferentes tipos de coisas. Para cada tipo, havia um primeiro, ou menor número, considerado sua “raiz”.

As relações entre os números não representavam, portanto, uma cadeia linear na qual todas as relações internas eram semelhantes.

Cada arranjo designava uma ordem distinta, com ligações próprias.

Daí o papel dos números figurados na matemática pitagórica.

Esses números eram, de fato, figuras formadas por pontos, como as que encontramos em um dado.

Não é uma cifra, como 3, que serve de representação pictórica para um número, mas a delimitação de uma área constituída de pontos, como uma constelação.

O primeiro exemplo de número figurado é dado pelos números triangulares, nos quais os pontos formam figuras triangulares que são coleções de bolinhas indicando pedrinhas:



FIGURA 1

Os números triangulares representados na Figura 1 podem ser associados aos nossos números 1, 3, 6, 10, 15 e 21, que possuem, respectivamente, ordem $n = 1, 2, 3, 4, 5$ e 6. Em linguagem atual, o número triangular de ordem n é dado pela soma da progressão aritmética

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Em seguida, temos os números quadrados, que, em nosso simbolismo, podem ser escritos como n^2 :



FIGURA 2

As configurações da Figura 2 podem ser associadas aos nossos números quadrados $1, 4, 9, 16 = 1^2, 2^2, 3^2, 4^2$. Para finalizar, segue o exemplo dos números pentagonais:

O conhecimento sobre esse aspecto da doutrina pitagórica vem da *Metafísica* de Aristóteles, que viveu aproximadamente dois séculos depois dos pitagóricos e pretendia usar suas teses para criticar Platão. Para Aristóteles, a filosofia pitagórica, que teria pontos em comum com o platonismo, parte de uma semelhança estrutural vaga entre coisas e números para afirmar que as coisas imitam os números.

Ainda segundo Aristóteles,⁶ deve-se a algum membro da escola pitagórica a doutrina das duas colunas, listadas a seguir:

Limitado	–	Ilimitado
Ímpar	–	Par
Um	–	Muitos
Esquerda	–	Direita
Macho	–	Fêmea
Repouso	–	Movimento
Reto	–	Curvo
Luz	–	Escuridão
Bom	–	Mau
Quadrado	–	Oblongo

A coluna da esquerda deve ser entendida como a do “melhor”. A inclusão do Movimento na coluna da direita, a que se refere a tudo que é ilimitado, deve-se ao fato de que os princípios nessa coluna são negativos, ou indefinidos. Esse aspecto da filosofia pitagórica era destacado por Aristóteles para fundamentar sua conclusão de que há uma linha de continuidade entre pitagóricos e platônicos. De fato, ele usava essa tabela de opostos para criticar a separação binária platônica segundo a qual, de um lado, temos o igual, imóvel e harmônico e, de outro, o desigual, movente e desarmônico.

Não há um teorema “de Pitágoras” , e sim triplas pitagóricas

O enunciado mais famoso associado ao nome de Pitágoras é o teorema que estabelece uma relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo: “O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.”

Hoje se sabe que essa relação era conhecida por diversos povos mais antigos do que os gregos e pode ter sido um saber comum na época de Pitágoras.

Não há um teorema “de Pitágoras” , e sim triplas pitagóricas

No entanto, não é nosso objetivo mostrar que os pitagóricos não foram os primeiros na história a estabelecer tal relação.

O objetivo é investigar de que modo esse resultado podia intervir na matemática praticada pelos pitagóricos, com as características anteriormente descritas.

Não há um teorema “de Pitágoras” , e sim triplas pitagóricas

A demonstração desse teorema, encontrada nos Elementos de Euclides, faz uso de resultados que eram desconhecidos na época da escola pitagórica (ver Capítulo 3).

Não se conhece nenhuma prova do teorema geométrico que tenha sido fornecida por um pitagórico e parece pouco provável que ela exista.

Burkert afirma que o teorema “de Pitágoras” era um resultado mais aritmético que geométrico. Quando falamos de aritmética nos referimos ao estudo de padrões numéricos que estavam no cerne da matemática pitagórica e que dizem respeito aos números figurados. Não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas. O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros.^b Essas triplas são constituídas por números inteiros que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo.

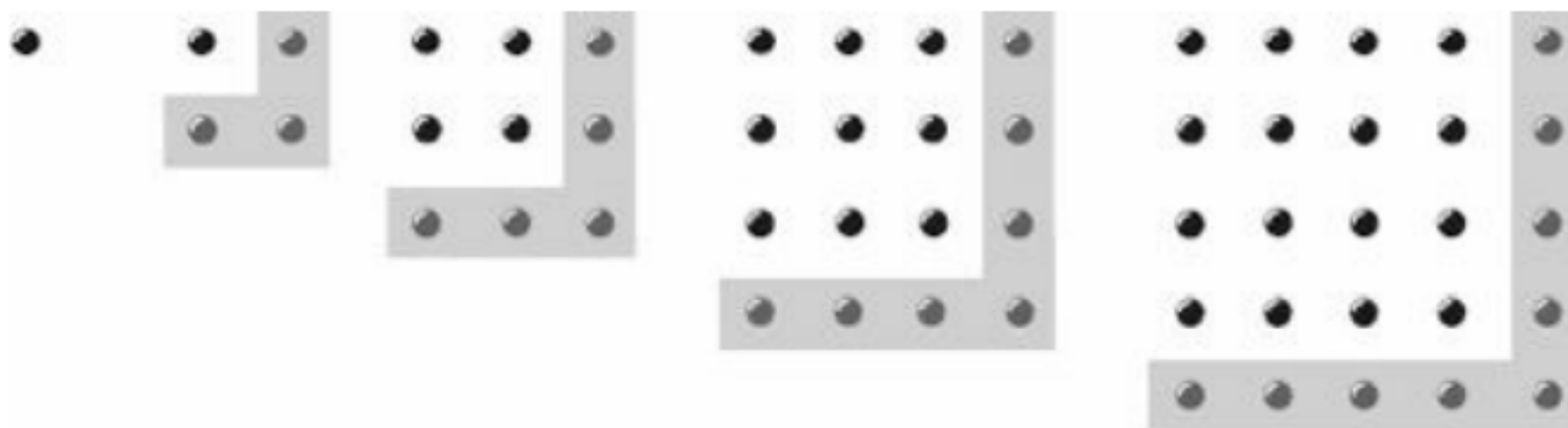


FIGURA 7

A noção de razão na matemática grega antes de Euclides

Grande parte do que se conhece sobre a matemática na Grécia antiga parte de conclusões extraídas de um exame minucioso, por um lado, dos escritos de Platão e Aristóteles, e, por outro, dos Elementos de Euclides.

A versão mais popular é a de que esse livro de Euclides resulta de uma compilação de conhecimentos matemáticos anteriores, ainda que a forma da exposição deva ser característica do tempo e do meio em que ele viveu.

A noção de razão na matemática grega antes de Euclides

Não é possível confirmar essa tese, mas é fato que uma boa parte da matemática contida nessa obra associa-se a outros trabalhos gregos.

Euclides apresenta dois tipos de teoria das razões e proporções.

Há uma versão no livro VII que pode ser aplicada somente à razão entre inteiros e é atribuída aos pitagóricos.

A noção de razão na matemática grega antes de Euclides

A definição contida aí é usada para razões entre grandezas comensuráveis.

A segunda versão, presumidamente posterior à primeira, está no livro V e é atribuída ao matemático platônico Eudoxo.

Essa última teoria das razões e proporções é bastante sofisticada e se aplica igualmente a grandezas comensuráveis e incommensuráveis.